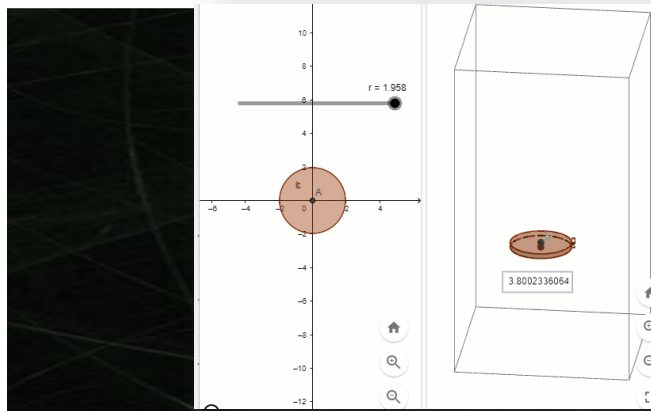




El secreto del cilindro: variación cúbica revelada con GeoGebra

Mag. Jenifer Tatiana Delgado Sánchez

Licenciada en matemáticas –UIS

Magister en Didáctica de las Matemáticas – UNIR

jeniferdelsa@gmail.com

Octubre 6 de 2026 - 6:00 p.m.

Uniandes – plataforma Zoom



El Desafío del Pensamiento Variacional

La necesidad de cambio



El uso de **herramientas digitales** multiplataforma ofrece un **entorno dinámico** que favorece los distintos registros para representar fenómenos de variación, **favoreciendo una comprensión** al concepto de función y de sus propiedades.

(Borromeo-Ferri & Doorman, 2008).



Cuando la educación se articula con **metodologías activas** como el **Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)**, se logra promover la autonomía, la colaboración y la **argumentación matemática**.

(Schoenfeld, 1985).

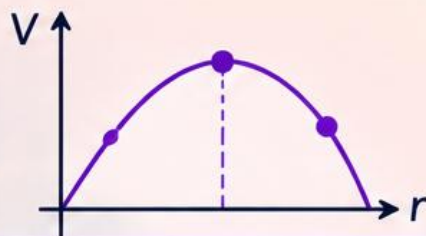


Los estudiantes de noveno grado necesitan...

Explorar cómo **varía el volumen** de un cilindro cuando el **área superficial se mantiene fija**, analizando diferentes dimensiones.

Área superficial fija

$$A_s = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$



Para un área superficial fija, el **volumen varía** según las dimensiones (r y h) y alcanza un **valor máximo**.



r pequeña
 h grande



r intermedia
 h intermedia



r grande
 h pequeña

Misma área superficial,
diferentes volúmenes

Nuestra responsabilidad como docentes es...

Diseñar actividades significativas que motiven a los estudiantes a **explorar, modelar y apropiar** estas relaciones geométricas en **contextos reales**.



¿Cómo se desarrolla la actividad?

1

Nivel educativo



Grado Noveno

Estudiantes que ya han trabajado funciones y están en capacidad de analizar situaciones de variación.

2

Trabajo en equipos



Se desarrolla en **equipos de trabajo** para favorecer la colaboración, la discusión y la construcción colectiva del conocimiento.

3

Tiempo estimado



2 horas

Suficiente tiempo para explorar, registrar, analizar y concluir.

¿Cómo se desarrolla la actividad?

4

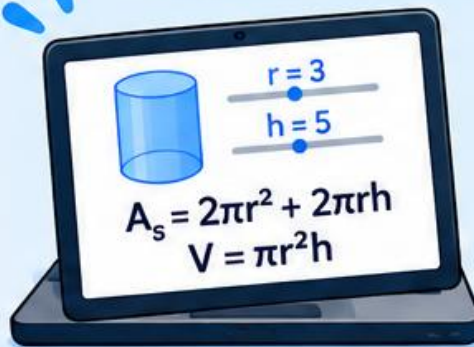
Recursos y materiales

Material concreto



Cilindros con diferentes dimensiones para manipular, medir y observar cómo cambia el volumen manteniendo el área superficial fija.

GeoGebra



Se utiliza GeoGebra como mediador cognitivo para representar, modificar y analizar la relación entre el área superficial y el volumen.

Taller (Registro de datos)



Guía que orienta la exploración y permite registrar los datos obtenidos en cada equipo (tablas y gráficos).



Una Propuesta Innovadora

Aunque el acceso a **recursos digitales** es cada vez **más común**, su incorporación en el aula suele ser **superficial** o meramente instrumental, sin un **enfoque pedagógico** que fomente la **exploración** y el **razonamiento**.

(Cornejo & Alsina, 2020).

Esta propuesta surge de la necesidad de articular

→ **Teoría,** **Práctica** y **Tecnología** ←

para fortalecer el **pensamiento variacional**.



Esta propuesta surge de la necesidad de articular

Teoría, Práctica y Tecnología

para fortalecer el pensamiento variacional.

1

ABP (Resolución de Problemas)

Metodología activa que promueve la **indagación**, la **argumentación** y una conexión del **mundo real**.



2

Conexión con la realidad

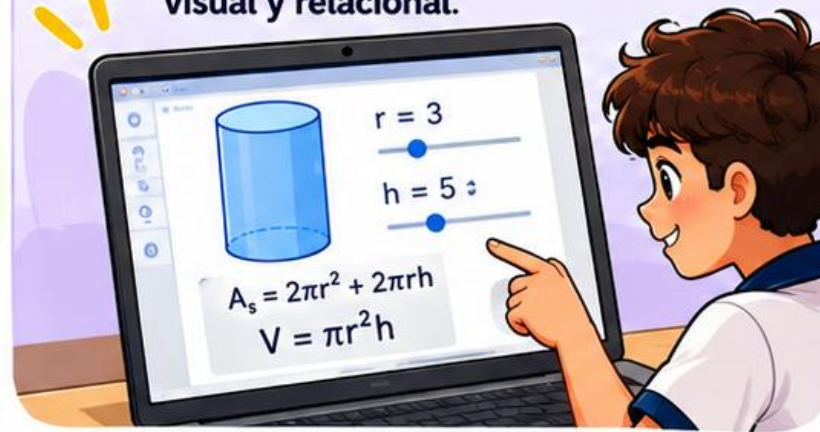
Se implementa **material concreto** para promover la vivencia de los fenómenos del **mundo real**.



3

Herramientas Digitales

Se utiliza **GeoGebra** como mediador cognitivo para facilitar las diferentes representaciones y comunicar ideas matemáticas desde una perspectiva **visual y relacional**.



Argumentación

Metodología: Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

1

Exploración

Exploración intuitiva del cambio

Los estudiantes analizan **situaciones cotidianas**, manipulan cilindros de **material concreto** y observan cómo cambian el volumen y las dimensiones manteniendo el **área superficial fija**.



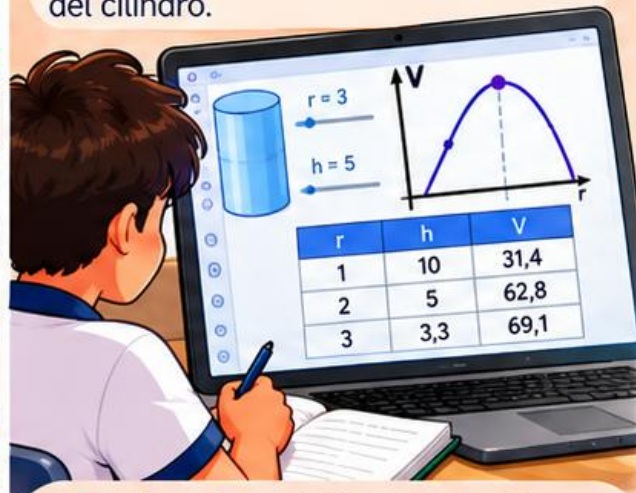
La exploración y manipulación favorecen la construcción de significados y el pensamiento variacional. (Kaput, 1998; Duval, 1993).

2

Representación

Modelización

Mediante el uso de **GeoGebra**, los estudiantes representan las situaciones en **diferentes registros** (tabla, gráfica y expresión algebraica), identificando la **relación** entre el área superficial fija y el volumen del cilindro.



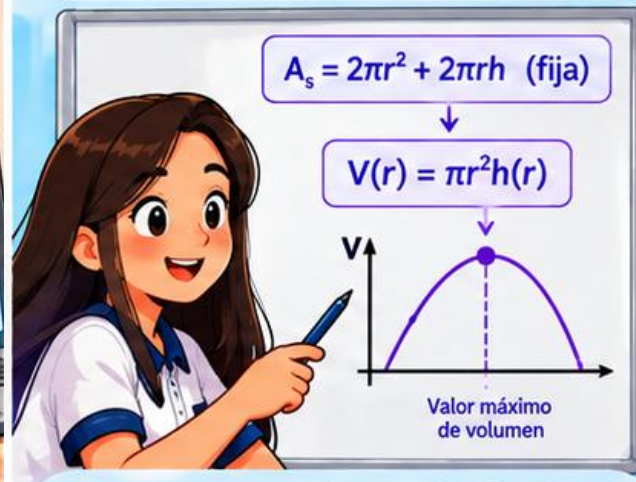
El uso de tecnologías como GeoGebra facilita la representación y la **conversión** entre registros. (Duval, 1993; Borromeo-Ferri & Doorman, 2019).

3

Formalización

Argumentación y validación

Los estudiantes analizan la función obtenida, **justifican** su comportamiento y **validan** sus conclusiones, determinando las dimensiones (r y h) que **maximizan** o **minimizan** el volumen con un área superficial fija.



La argumentación matemática fortalece la comprensión y permite validar resultados en **contextos** significativos. (Schoenfeld, 1985; Yackel & Cobb, 1996).

4

Sistematización

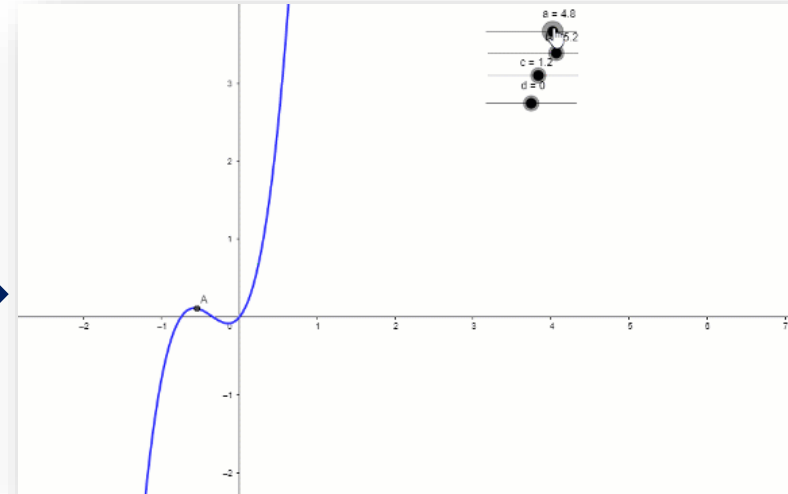
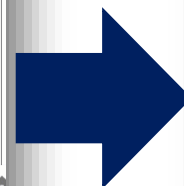
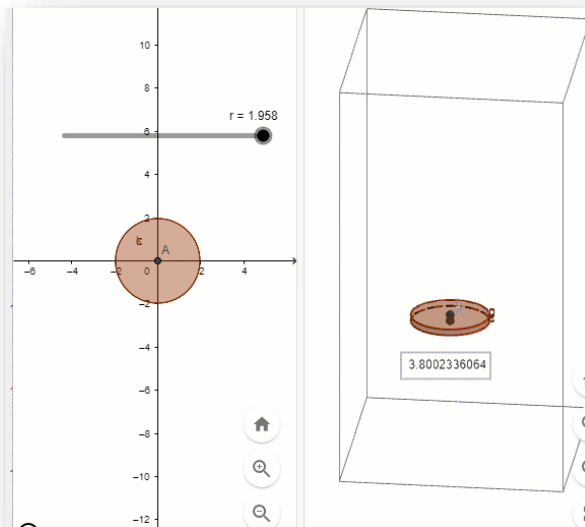
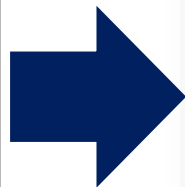
Transferencia

Finalmente, los estudiantes aplican el modelo en **nuevos contextos**, toman decisiones, comunican sus resultados y reflexionan sobre lo aprendido, fortaleciendo la **generalización** y el pensamiento variacional.



El ABP promueve la indagación, la toma de decisiones y la conexión con el mundo real, fortaleciendo el **razonamiento** matemático. (Fiallo, Velasco & Parada, 2021).

Función Cúbica



1

Exploración

Exploración intuitiva del cambio



La exploración y manipulación favorecen la construcción de significados y el pensamiento variacional. (Kaput, 1998; Duval, 1993).

2

Representación

Modelización



El uso de tecnologías como GeoGebra facilita la representación y la conversión entre registros. (Duval, 1993; Borromeo-Ferri & Doorman, 2019).

3

Formalización

Argumentación y validación



La argumentación matemática fortalece la comprensión y permite validar resultados en contextos significativos. (Schoenfeld, 1985; Yackel & Cobb, 1996).

4

Sistematización

Transferencia



El ABP promueve la indagación, la toma de decisiones y la conexión con el mundo real, fortaleciendo el razonamiento matemático. (Fiallo, Velasco & Parada, 2021).

Fase 1:

Exploración intuitiva del cambio

Los estudiantes exploran, construyen y comparan cilindros para descubrir cómo cambian sus dimensiones y su volumen, manteniendo constante el **área superficial**. (Kaput, 1998)



Duración: 45 minutos



Espacio: Aula de clase



Agrupamientos: 4 estudiantes

Observar, comparar, formular primeras conjeturas y activar el pensamiento variacional.

No se formaliza, se explora.



Explorar antes de formalizar:

observar



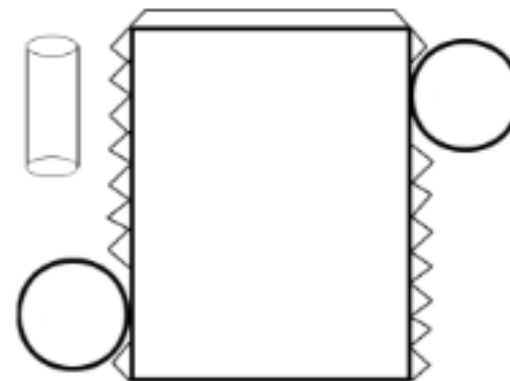
comparar



conjeturar

Actividad 1.1:

Con ayuda de la hoja entregada por la docente, recorta la figura para construir un cilindro.



- 1) Tome la medida del radio de la base y la altura del cilindro.
- 2) ¿Cuál es el área superficial total del cilindro construido?
- 3) ¿Cuál es el volumen del cilindro construido?



Fase 1:

Exploración intuitiva del cambio

Los estudiantes exploran, construyen y comparan cilindros para descubrir cómo cambian sus dimensiones y su volumen, manteniendo constante el **área superficial**. (Kaput, 1998)



Duración: 45 minutos



Espacio: Aula de clase



Agrupamientos: 4 estudiantes

Observar, comparar, formular primeras conjeturas y activar el pensamiento variacional.

No se formaliza, se explora.



Explorar antes de formalizar:

observar



comparar



conjeturar

4) Compare su cilindro con el cilindro de sus otros compañeros y completa la tabla:

Área	Volumen	Radio	Altura

5) ¿Cuál es el cilindro construido que tiene mayor volumen?

6) ¿Cuáles deben ser las dimensiones del cilindro si se desea obtener la mayor capacidad?
JUSTIFIQUE SU RESPUESTA.

Discute con sus compañeros y su profesor las soluciones de los anteriores problemas y escriba una conclusión al respecto



Fase 1: Exploración intuitiva del cambio

Los estudiantes exploran, construyen y comparan cilindros para descubrir cómo cambian sus dimensiones y su volumen, manteniendo constante el **área superficial**. (Kaput, 1998)



Duración: 45 minutos



Espacio: Aula de clase



Agrupamientos: 4 estudiantes

Observar, comparar, formular primeras conjeturas y activar el pensamiento variacional.

No se formaliza, se explora.



Explorar antes de formalizar:

observar



comparar



conjeturar



Fase 2: Modelización y representación

Mediante el uso de **GeoGebra**, los estudiantes representan situaciones en diferentes registros (numérico, tabular, gráfico y geométrico), favoreciendo las conversiones entre representaciones para profundizar en la comprensión del concepto de función. (Duval, 1993).



Duración: 45 minutos



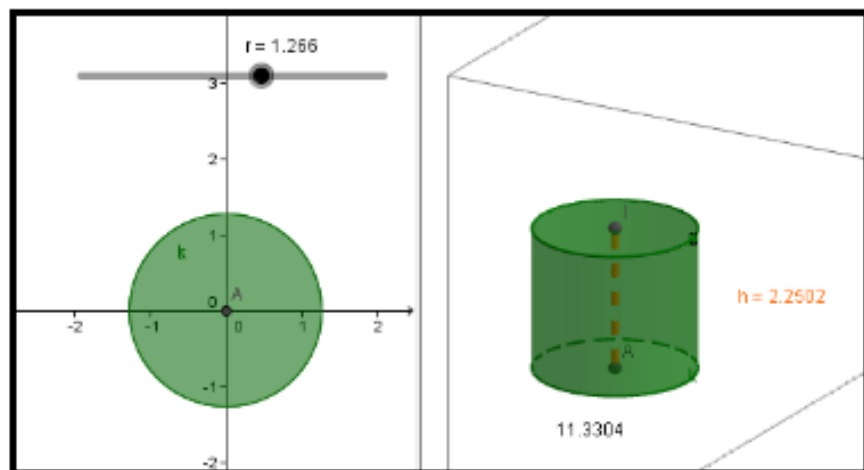
Espacio: Aula de informática



Agrupamientos: 4 estudiantes

Actividad 1.2:

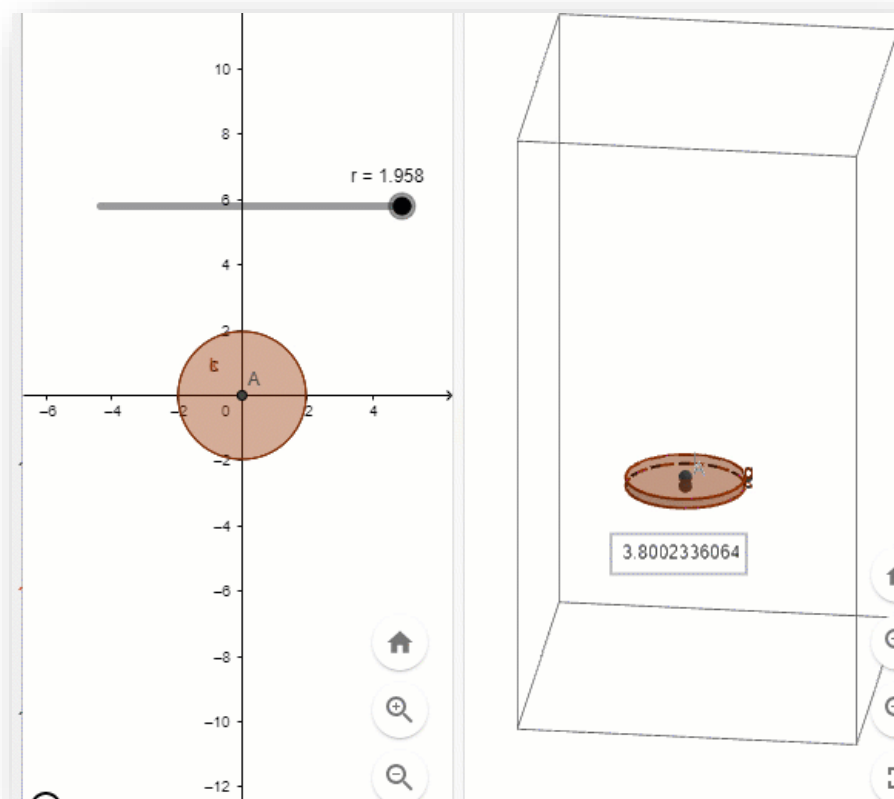
Una empresa quiere construir un envase cilíndrico recto de hojalata con tapa para la venta de pintura. Dicha empresa solo puede gastar 27,97 decímetros cuadrados de hojalata para la elaboración de cada uno de los cilindros. ¿Cuáles serían las dimensiones del envase con mayor capacidad?



- 7) Abra el archivo de Geografía "Envase" y anime el deslizador "Y".
- 8) ¿Qué elementos varían?
- 9) ¿Qué valores puede tomarse para el radio de las bases del cilindro? ¿Por qué? **JUSTIFIQUE SU RESPUESTA.**
- 10) ¿Qué sucede con la medida del radio y la medida de la altura, cuando se mueve el deslizador? **JUSTIFIQUE SU RESPUESTA.**
- 11) ¿Cuáles son las dimensiones del envase que se puede diseñar, para que se puede envasar la mayor cantidad de pintura? **JUSTIFIQUE SU RESPUESTA.**



Representar, analizar y relacionar las magnitudes del problema utilizando diferentes registros, identificando la función que modela la situación.



Visualización en GeoGebra

Fase 2: Modelización y representación

Mediante el uso de **GeoGebra**, los estudiantes representan situaciones en diferentes registros (numérico, tabular, gráfico y geométrico), favoreciendo las conversiones entre representaciones para profundizar en la comprensión del concepto de función. (Duval, 1993).



Duración: 45 minutos



Espacio: Aula de informática



Agrupamientos: 4 estudiantes

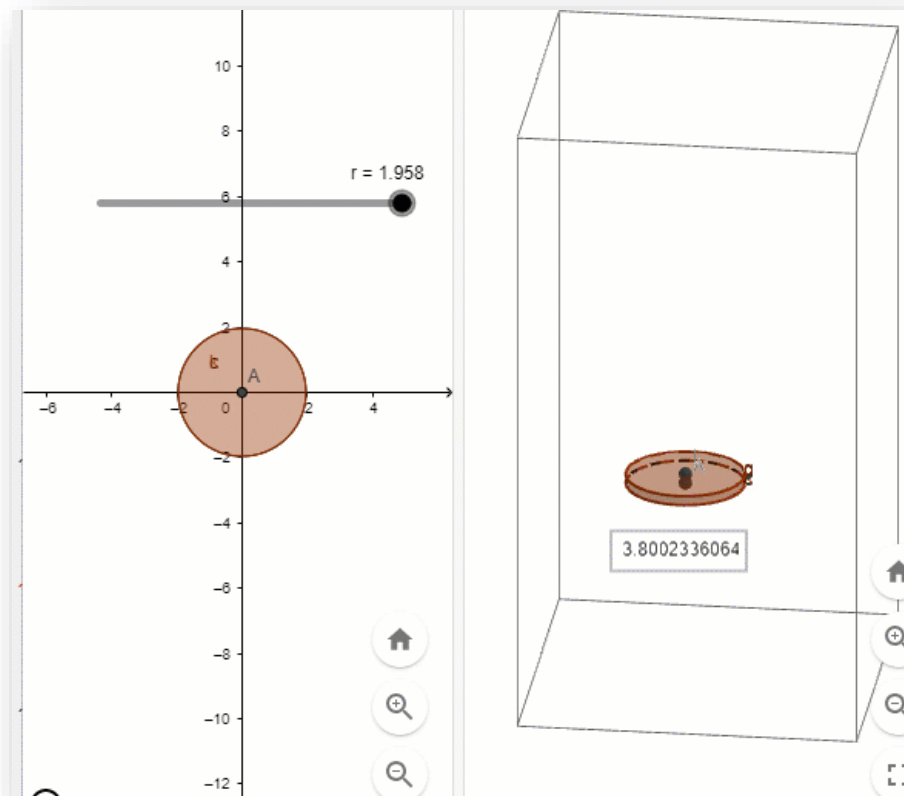


- 12) Expresa de manera algebraica el área superficial del cilindro
- 13) Expresa de manera algebraica el volumen del cilindro
- 14) Expresa la altura del cilindro en función del radio. (Sugerencia: recuerda que el área superficial es de $27,97 \text{ dm}^2$)
- 15) Expresa de manera algebraica el volumen del cilindro en función de la medida de su radio.

JUSTIFIQUE SU RESPUESTA.

Discute con tus compañeros y el profesor las soluciones de los anteriores problemas y escribe una conclusión al respecto.

Representar, analizar y relacionar las magnitudes del problema utilizando diferentes registros, identificando la función que modela la situación.



Visualización en GeoGebra

Fase 3: Argumentación y validación



En esta fase se propone una **discusión guiada** (Yackel & Cobb, 1996) donde los estudiantes justifican sus estrategias, analizan los efectos de los parámetros y construyen explicaciones colectivas sobre la **función**, el **vértice** y su **conexión con la situación**.

1

Análisis de los datos obtenidos



Los estudiantes organizan y analizan los datos de la fase anterior (tabla de valores).

2

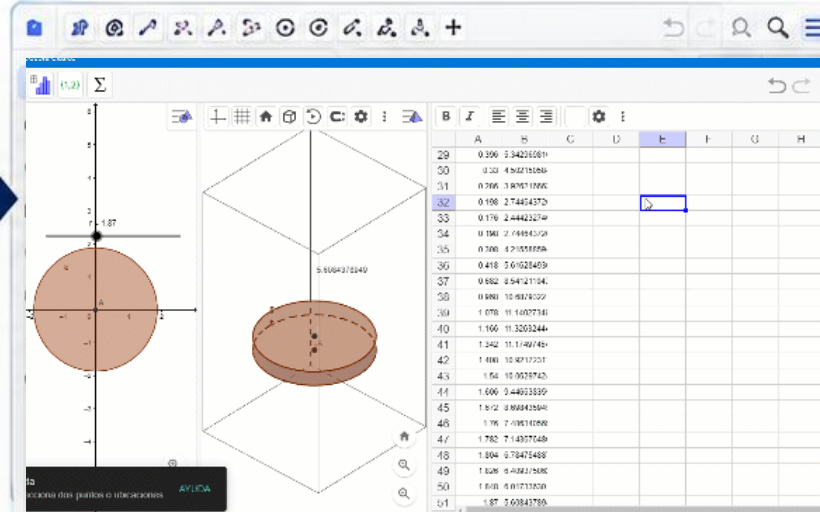
Uso de hoja de cálculo y análisis de regresión

r	h	V
1.0	8.5	26.70
1.5	5.0	35.34
2.0	3.0	37.70
2.5	2.0	39.27
3.0	1.5	39.90
3.5	1.3	39.39

Utilizan la hoja de cálculo de GeoGebra y realizan un ajuste de regresión para identificar la función que modela la relación entre las variables.

3

Exploración de la gráfica e interpretación



Observan la gráfica, identifican el vértice de la función y analizan el significado de sus parámetros.

4

Validación del modelo



Argumentan por qué la función encontrada representa la situación y validan el resultado en el contexto del problema.

Argumentar, validar y dar significado al modelo matemático.

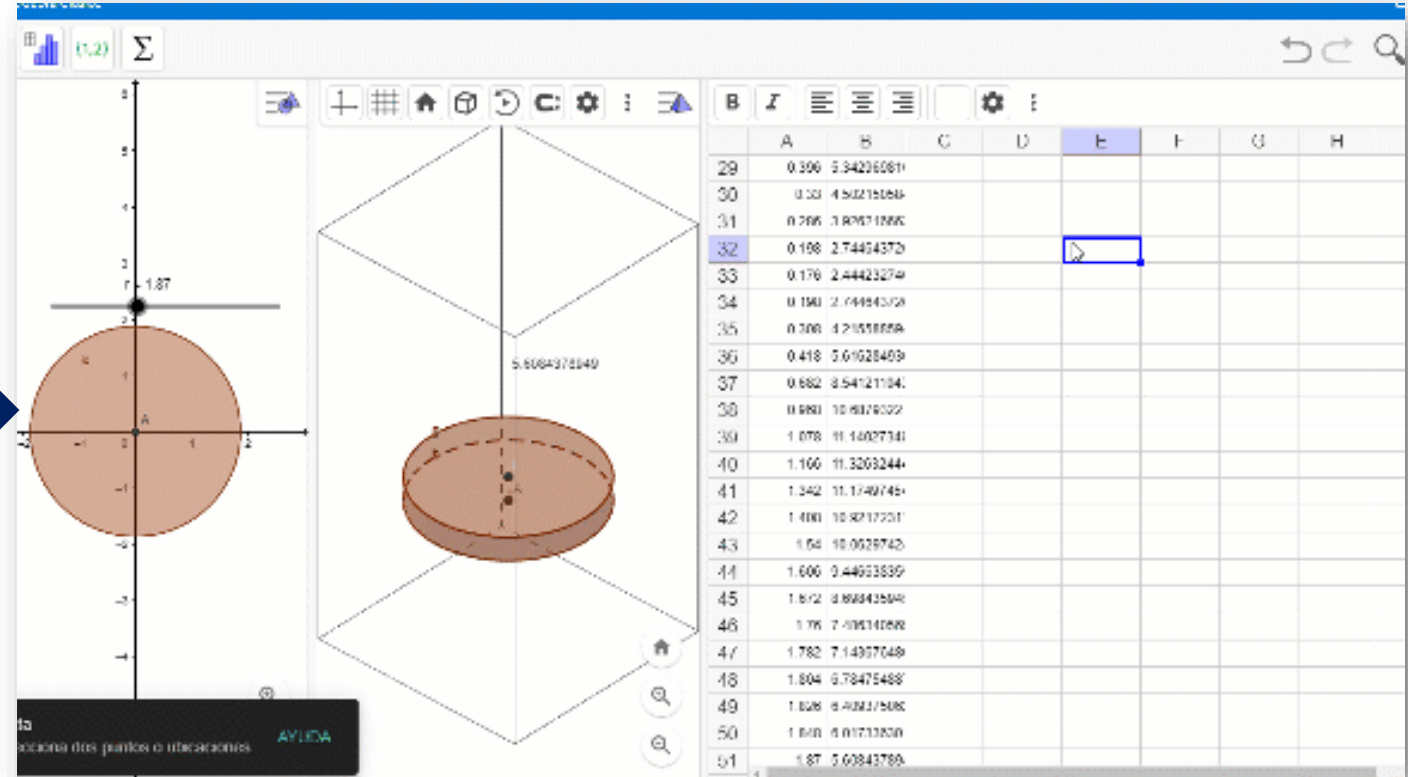
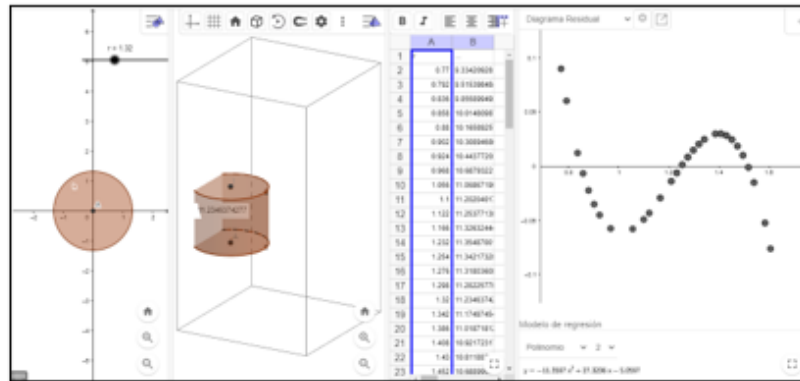
Fase 3: Argumentación y validación



En esta fase se propone una **discusión guiada** (Yackel & Cobb, 1996) donde los estudiantes justifican sus estrategias, analizan los efectos de los parámetros y construyen explicaciones colectivas sobre la **función**, el **vértice** y su **conexión con la situación**.

11. Abra la “hoja de cálculo” y utilice los datos suministrados, seleccione los datos del radio con los datos del volumen y utilice la herramienta de “análisis de regresión de dos variables”, para encontrar la función que mejor se ajusta a estos datos, por último, verifique su respuesta dada en el inciso 15.

Figura 13. Análisis de regresión cúbica.



5. ¿Cuáles son las dimensiones del envase que se puede diseñar, para que se puede envasar la mayor cantidad de pintura? **JUSTIFIQUE SU RESPUESTA**
6. Expresa de manera algebraica el área superficial del cilindro
7. Expresa de manera algebraica el volumen del cilindro

Fase 4: Sistematización y transferencia

Finalmente, los estudiantes formalizan los aprendizajes, reflexionan sobre los conceptos abordados y aplican los modelos a nuevos contextos, fortaleciendo la **generalización** y el **razonamiento algebraico**. (Fiallo, Velasco & Parada, 2021).

1 Explorar el modelo

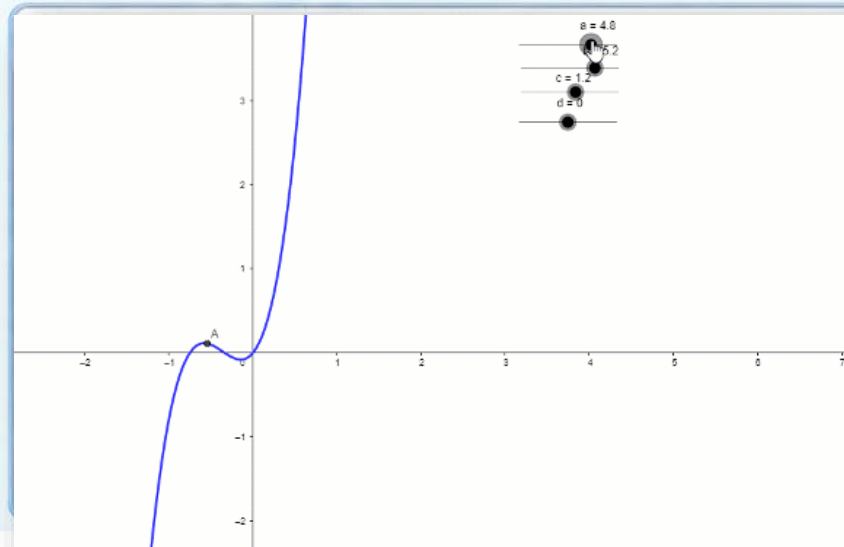
Se utiliza GeoGebra para graficar la función cúbica:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$



2 Analizar el efecto de los parámetros

Se varían los deslizadores a , b , c y d para observar cómo cambian las características de la gráfica.



3 Transferir a nuevos contextos

Se aplican los modelos a situaciones diferentes, analizando y justificando el comportamiento de la función en nuevos escenarios.



generalizar, transferir y comunicar el aprendizaje matemático.

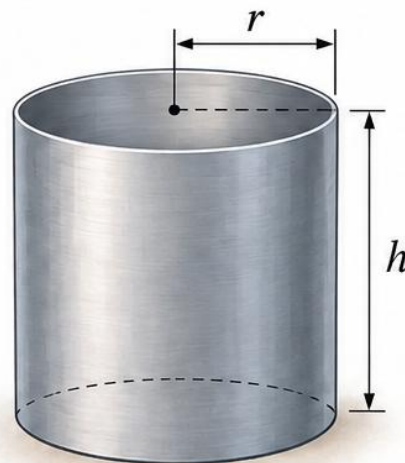


4

Diseño de una maceta cilíndrica

Una empresa se dedica a la fabricación de macetas cilíndricas de metal para uso ornamental. Cada maceta se elabora con una lámina de $36\pi \text{ dm}^2$ de material impermeable. La maceta no lleva tapa y se desea que pueda contener la mayor cantidad posible de tierra para plantas.

- ¿Qué superficies de la maceta intervienen en el área de material utilizado?
- Expresa el área superficial de la maceta, en función del radio de la base r y de la altura h .
- Teniendo en cuenta que el área de material disponible es $36\pi \text{ dm}^2$, despeja la altura h en función del radio r .
- Escribe una función que modele el volumen de la maceta en función del radio r .
- Utiliza una tabla de valores y/o un software (como GeoGebra) para analizar el comportamiento de la función.
¿Qué valor del radio produce el mayor volumen?
¿Cuál debe ser la altura de la maceta?
- ¿Cuáles son las dimensiones de la maceta que permiten aprovechar mejor el material disponible? ¿Cuál es ese volumen máximo? Explica tu respuesta.



Datos importantes

- La maceta es un cilindro sin tapa.
- El área de material disponible es $36\pi \text{ dm}^2$.
- Se desea que el volumen sea el mayor posible.

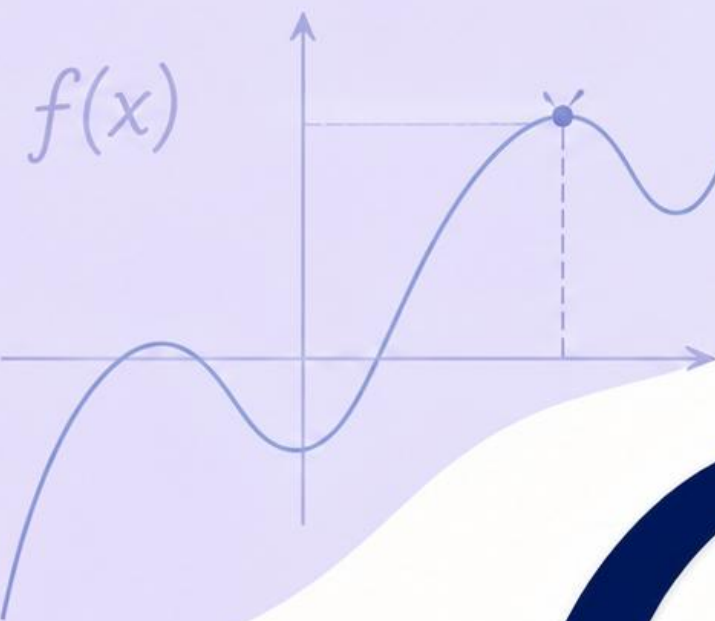
Recuerda

Para un cilindro sin tapa:

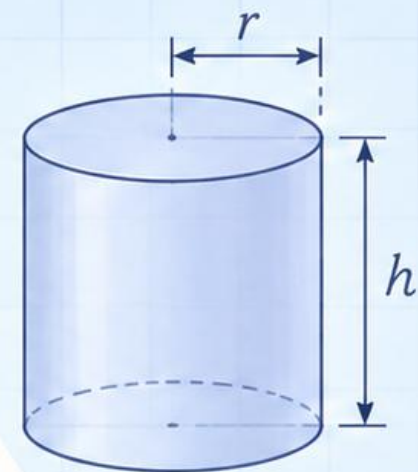
- Área superficial: $A = \pi r^2 + 2\pi rh$
- Volumen: $V = \pi r^2 h$

La variación nos invita a mirar más allá de los números...

Es una oportunidad para que nuestros estudiantes observen, cuestionen, modelen, tomen decisiones y encuentren en las matemáticas una herramienta para comprender y transformar su realidad.



$$V = \pi r^2 h$$



Gracias

