

¿CUÁLES SON LAS CAUSAS DE LAS DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES AL RESOLVER SITUACIONES PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN FRACCIONES?

Dayana Paola Escobar Álvarez, Lilian Carina Fuentes Monterroza, Moisés David Arcia Benavides, Tulio Rafael Amaya De Armas.

Universidad de Sucre (Colombia).

dapaesal93@hotmail.com, lilianfuentes1995@hotmail.com, moisesarcia9a@hotmail.com, tuama1@hotmail.com

Palabras clave: fracciones, dificultades, estrategias, resolución de problemas

Key words: fractions, difficulties, strategy, resolution of problems

RESUMEN: Con este trabajo se reportan los hallazgos de un estudio descriptivo realizado con 34 estudiantes de cuarto grado de educación básica, con edades entre 8 y 10 años de una escuela pública colombiana, con el fin de determinar las posibles causas de las dificultades que presentan al resolver situaciones problemas que involucren fracciones y se proponen alternativas de solución para minimizar estas dificultades. Los resultados evidencian que la mayoría de los estudiantes tienen un conocimiento bajo sobre las fracciones y más específicamente se les dificulta resolver situaciones problemas donde estas se encuentran inmersas. Y además el docente se limita a desarrollar clases tradicionales cuando lleva a cabo la enseñanza de las fracciones.

ABSTRACT: With this work the findings where a descriptive case study was conducted with 34 students in the fourth grade of elementary school, aged 8 and 10 years in a Colombian public school, in order to determine the possible causes of the difficulties that have been reported to solve problems involving fractions situations and propose solutions to minimize these difficulties. The results show that most students have little knowledge about fractions and more specifically it difficult to resolve situations where these problems are embedded. And teaching is limited to developing traditional classes when conducting teaching fractions.

■ INTRODUCCIÓN

Las investigaciones en matemática educativa han ido en aumento en los últimos años, esta área de investigación atrae mucho la atención debido a la importancia de las matemáticas dentro del proceso educativo para un desenvolvimiento dentro de la sociedad. Pero que está evidenciando dificultades para los estudiantes. En diferentes investigaciones (Parra y Flores, 2008; Godino, Batanero y Font, 2003; León, 2011; Duval, 2004) se ha encontrado que los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y el tema concerniente a las fracciones no es ajeno a esta gran problemática, sobre todo cuando se usan en contextos para resolver problemas.

Resulta interesante preguntarse a qué se deben estas dificultades, es decir, ¿cuáles son las principales causas de las dificultades que presentan los estudiantes al resolver situaciones problemas que involucren fracciones? ¿Qué está pasando en las escuelas con el proceso de enseñanza aprendizaje de las fracciones?

Sin duda el aprendizaje de las matemáticas ha presentado un alto grado de dificultad para el sujeto que las aprende. Uno de los contenidos en los que el grado de dificultad es mayor es el aprendizaje de las fracciones, debido a que los alumnos no sólo deberán acostumbrarse a sus usos en diferentes contextos y a las representaciones de un número fraccionario, sino también a nuevos significados y formas de operar (Corial, 2001). Al introducir por primera vez las fracciones, el estudiante tiene concepciones en cuanto a los números naturales y operaciones básicas con números naturales. Por ello, las fracciones van a generar un desequilibrio cognitivo en los estudiantes, tal desequilibrio permitirá un cambio en sus estructuras mentales tras un proceso de acomodación, en la medida que el docente los vaya involucrando en el estudio de las fracciones. Pero este proceso no se da de la noche a la mañana, requiere esfuerzo y tiempo.

La solución de problemas con fracciones no es un aspecto fácil de manejar para muchos estudiantes. Parra y Flores (2008) sostienen que alumnos de primaria, y varios de secundaria, poseen un conocimiento rudimentario de las fracciones, pero aparentan comprenderlas ampliamente porque utilizan su terminología y dominan ciertas partes de los procedimientos, aunque no reconocen los problemas en los que éstos pueden ser empleados. Es decir, estos estudiantes creen dominar completamente el tema de fracciones porque resuelven ejercicios mecánicos, pero a la hora de utilizar el concepto para resolver una situación problema se le hace difícil interpretar la información, extraer los datos y llegar a una solución. El proceso de solución requiere también el empleo de otros apoyos como dibujos y trazos, además, de los conocimientos previos y cotidianos de los alumnos para proponer estrategias de solución y valorar el resultado final. Los estudiantes buscan sus propias estrategias para resolver determinado problema, basándose en algunos conceptos explicados que no interiorizaron completamente (poseen alguna noción pero no el concepto completo o en el momento no recuerdan exactamente los pasos a seguir, por ello no logran desarrollar el procedimiento cabalmente y por lo tanto cometen errores en los procesos de solución). Respecto a los errores Godino, Batanero y Font (2003) expresan, “hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (P. 73).

Antes de analizar lo referido a las dificultades de los estudiantes al resolver situaciones problemas que involucren fracciones es conveniente resaltar la importancia que tiene la resolución de problemas en el desarrollo cognitivo de las personas, puesto que de allí parte esta gran problemática. Muchas propuestas recalcan el valor que tiene el incluir las situaciones problemas

dentro de los procesos de enseñanza-aprendizaje como es el caso de Panizza (2003) quien señala que el alumno es “puesto en acción” al plantearle una situación problemática, para lo cual busca un procedimiento de solución. Las situaciones problemas van a permitir que el estudiante busque distintos procedimientos para obtener la solución a dicha situación problema, haciendo uso de lo que ya conoce, de lo que posee en su estructura mental y no solo eso sino que utilizará los recursos que considere útiles para llegar a la solución. En la medida en que se involucre al estudiante en estos procesos de resolución de problemas adquirirá destrezas y desarrollará habilidades de pensamiento, activando la capacidad analítica, reflexiva y propositiva.

Por otra parte, en los ideales del sistema educativo por lo general está inmerso el formar individuos integrales y la resolución de problemas es una parte esencial que favorece la formación integral de los educandos, pues estimula el desarrollo de estructuras de pensamiento lógico-matemático, ayuda a comprender las relaciones cuantitativas, favorecen el análisis, fomenta el ingenio, la creatividad y el razonamiento, y si el estudiante no es capaz de resolver situaciones problemas lo más probable es que no desarrolle estas habilidades obstaculizando así el desarrollo de sus procesos mentales. Aprender a resolver problemas es la destreza más importante que los estudiantes pueden aprender en cualquier lugar del mundo (Jonassen, 2004). Pero para esto es necesario relacionar los contenidos que se llevan a cabo en la enseñanza de las matemáticas con el contexto en que los estudiantes se encuentran. Y cómo contextualizar a las fracciones es uno de los desafíos que se le plantea a los docentes en el momento de presentársela a sus estudiantes de manera que las fracciones, sus relaciones y operaciones cobren sentido como herramientas útiles para resolver problemas y sus prácticas no se transformen en un obstáculo para la construcción del concepto. Esto revela que existen deficiencias de los docentes en este tema. Aunque no conozcamos el dominio de los maestros, esta problemática despierta el interés por analizar la enseñanza de las fracciones, por eso es importante que los docentes se capaciten y abran espacios de estudio de discusión sobre la enseñanza-aprendizaje de las mismas.

■ METODOLOGÍA:

Se está haciendo un estudio descriptivo de casos con un diseño cuasi-experimental.

Los informantes fueron 34 estudiantes de cuarto grado de educación básica, con edades entre 8 y 10 años de una escuela pública colombiana. Este estudio se hace con el fin de determinar las posibles causas de las dificultades que presentan los estudiantes al resolver situaciones problemas que involucren fracciones y proponer alternativas de solución para minimizar estas dificultades.

La investigación se desarrolla en cuatro etapas: Revisión documental, diseño, exploración y aplicación de instrumentos, proceso de intervención y análisis e interpretación de resultados: La primera etapa consistió en la revisión de teóricos o antecedentes de investigaciones que tenían relación con el problema de investigación, resultó importante tener en cuenta las fundamentaciones de los mismos, puesto que dieron una guía clara para ayudar a complementar la investigación. Se tomaron bases para el análisis de las dificultades que presentan los estudiantes con el concepto de fracción y la resolución de problemas y el papel que juega el docente en la formación de estas dificultades. Una de las actividades indispensables para consolidar el proyecto fue la realización de un trabajo de campo, en el cual se hicieron una serie de observaciones sistemáticas tanto a los estudiantes como a la profesora a cargo del grupo, para reconocer las

dificultades que presentan los estudiantes cuando resuelven determinados problemas y para ver qué tanto conocimiento y dominio del tema poseía la docente, la manera como se dirigía a sus estudiantes y la trascendencia de las explicaciones, las estrategias metodológicas didácticas, los recursos y las herramientas utilizadas y las diferentes representaciones semióticas, las transformaciones tipo conversión o tipo tratamiento en la ejecución de la temática de las fracciones. Se extrajeron conclusiones de lo observado a partir de notas y diarios de campos en las cuales se escribieron los aspectos más relevantes. Se le hicieron a los estudiantes una serie de preguntas con el propósito de saber que tanto trascendió la explicación por parte de la profesora, si estaban conformes y satisfechos por todas las explicaciones dadas, por conocer qué proceso le generó mayor dificultad y cuál no, con respecto a la temática, escuchar por ellos mismos lo que hacen para resolver el problema, entre otras, con el fin de contrarrestar y comparar los datos que se habían recolectado tras las observaciones.

Aparte de las exploraciones que se hicieron y se siguen haciendo en dicho curso, se desarrolló una segunda etapa que consistió en el diseño y aplicación de un cuestionario con el objetivo de detectar errores y dificultades que presentan los estudiantes cuando se disponen a resolver determinados problemas que requieran el uso de operaciones con fracciones, los errores más comunes en el proceso de cada estudiante, y el error común o que se mantenía latente comparando al grupo en general, las estrategias y ocurrencias que realizaban para llegar a la solución de la situación, y qué pregunta generó mayor dificultad en el proceso resolutivo. Esto dio lugar a evaluar el desempeño de los alumnos tanto individual como grupalmente. Una tercera etapa consiste en realizar un proceso de intervención en el aula, aplicando nuevamente la misma prueba piloto pero esta vez con un acompañamiento a los estudiantes por parte del grupo de investigación y con esto, formular y establecer algunas recomendaciones básicas para mejorar los resultados y el planteamiento de algunas alternativas de solución para que haya una mejor comprensión de la temática y de las aplicaciones problemas. Además de ello, dentro del proceso de intervención se pretende realizar otras pruebas más para contrarrestar los resultados y también aplicar una serie de estrategias como dictar clases por parte del grupo investigador y con mutuo acuerdo con el docente, con el apoyo de recursos didácticos que puedan ser manipulables por los mismos estudiantes, es decir, cambiar las explicaciones formales por unas didácticas, utilizar el juego como estrategia didáctica, utilizar las tics como herramienta didáctica. Dichas estrategias pretenden ser verificadas, para ello, se piensa llevar a cabo un diseño cuasi experimental, tomando dos grupos (el grupo escogido inicialmente y otro curso mas) en el que uno de ellos nos servirá como grupo de control, a ambos grupos se le aplicará la prueba para saber el nivel en que se encuentran con respecto a las fracciones y a las situaciones problemas que involucran fracciones, pero solo se implementaran las estrategias propuestas a un solo grupo, de manera que al aplicar la prueba final a ambos grupos se puedan comparar los resultados y analizar el éxito de las estrategias usadas. Y una última etapa consiste en el análisis de todos los resultados que se hallen en el desarrollo de la intervención.

■ RESULTADOS:

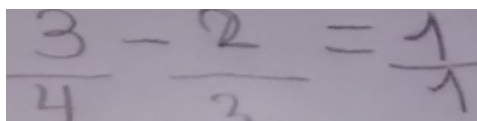
Con el análisis de los resultados obtenidos en la prueba piloto aplicada a los estudiantes de cuarto grado, se pueden evidenciar algunos resultados preliminares que se verán explícitos a continuación, no sin antes explicar y aclarar primero en qué consistía la prueba, ésta estaba

configurada inicialmente por una situación problema enfocada en la temática de fracciones, de la cual se desglosaban cinco preguntas de tipo abiertas, con el propósito de poder analizar los procedimientos llevados a cabo por cada estudiante. La situación planteada era la siguiente: el paso de un padre es $\frac{3}{4}$ de metro y el del hijo es de $\frac{2}{3}$ de metro. Debido esta situación en la primera pregunta pedían buscar la diferencia entre el paso del padre y el paso del hijo, en la segunda pregunta se exigía que se plasmara en un lenguaje coloquial cómo se había obtenido la respuesta a la pregunta anterior, en la tercera se preguntaba cuántos metros se recorría entre el padre y el hijo en un paso, en la cuarta pregunta se pretendía saber cuántos metros recorría el padre en cuatro pasos, y la quinta un poco más compleja para su nivel, era que si ambos querían recorrer 12 metros, cuántos pasos tenía que dar cada uno; en esto consistía básicamente toda la prueba. Con el desarrollo de la prueba y el análisis de la misma se pudo notar muchas dificultades y errores cometidos por los estudiantes, de acuerdo con el análisis estadístico de los resultados solo cuatro estudiantes de treinta y cuatro consiguieron ganar la prueba, lo que resulta bastante preocupante, porque la diferencia es sumamente grande.

Aquí se muestran algunas de las dificultades (las más representativas), que presentaron los estudiantes a los cuales fue aplicada la prueba analizando cada pregunta propuesta.

Con relación a la primera pregunta las respuestas más dadas por los estudiantes fueron las siguientes:

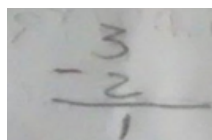
Figura 1.


$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{1}$$

El 38% de los estudiantes respondieron de forma similar a lo mostrado en la fig. 1, se evidencia que los estudiantes no tienen claro los procedimientos que deben llevar a cabo para resolver este algoritmo, no tenían en cuenta que los denominadores debían dejarse igual y no restarlos entre sí, esto mismo pasó en la tercera pregunta cuando se les pide sumar. Lo que permite deducir que una buena parte de los estudiantes poseen un conocimiento bajo en lo que se refiere a este tipo de operaciones con fracciones como es este caso, el de restar dos fracciones heterogéneas. Ellos restaban directamente numerador con numerador y denominador con denominador; debido a que no tienen presente que para sumar o restar fracciones es necesario tener en cuenta los denominadores, en caso de ser iguales (homogéneas) solo se han de sumar los numeradores y dejar el mismo denominador, en caso de ser diferente (heterogéneas) el procedimiento es completamente distinto. Investigadores puntualizan que uno de los errores más frecuentes es la extrapolación de cálculo de los naturales a las fracciones. Esto se debe como señala León (2011) a que los chicos siguen utilizando las estrategias validas con los números naturales para la realización de sus cálculos con fracciones. Aunque también podría atribuirse, como lo afirman Llinares y Sánchez (1988), al conocimiento del algoritmo de la multiplicación, provocando la mezcla de este con el de la suma.

Otra respuesta fue la siguiente,

Figura 2.



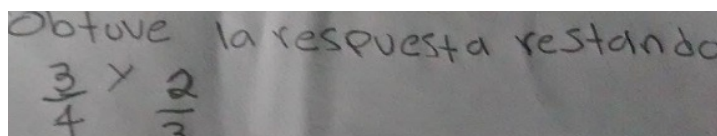
A handwritten mathematical expression showing the subtraction of numerators from two fractions. It consists of the number 3, followed by a minus sign and the number 2, with a horizontal line underneath, and the number 1 below the line.

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

El 12% de los estudiantes respondieron de esta manera (ver fig. 2), lo que hicieron para darle respuesta fue restar los numeradores de las fracciones que correspondían al paso del padre y del hijo respectivamente, obviando los denominadores, los estudiantes comprendieron lo que exigía la pregunta, es decir, entendieron que para dar respuesta era necesario realizar una resta, más sin embargo el procedimiento que llevaron a cabo no fue el correcto.

Con la segunda pregunta se evidenciaron respuestas como esta;

Figura 3.

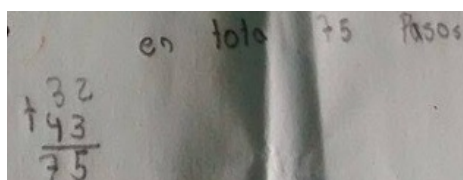


Handwritten text: "Obtuve la respuesta restando". Below it, a handwritten multiplication of two fractions: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$.

Un 36% escribió muy sutilmente lo que habían hecho en la pregunta anterior (ver fig. 3), pero la intención con la pregunta era que expresaran con sus palabras el procedimiento para resolver restas de fracciones heterogéneas, cabe resaltar que aunque expresaron que habían restado las respectivas fracciones, en realidad no aplicaron el procedimiento correcto para realizar dicha operación.

Con base a la tercera pregunta una de las respuestas fue:

Figura 4.



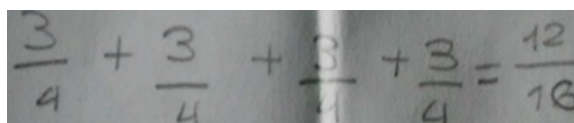
Handwritten text: "en total +5 pasos". Below it, a handwritten addition of two fractions: $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$. The numerators 3 and 2 are added to get 5, and the denominators 4 and 3 are added to get 7, resulting in $\frac{5}{7}$.

Un 35% de los estudiantes presentó este error (ver fig. 4) al momento de operar las fracciones del paso del padre que correspondía a $\frac{3}{4}$ y el paso del hijo que correspondía a $\frac{2}{3}$, lo que hicieron fue sumar los numeradores y denominadores de cada una de las fracciones, es decir, sumaba $3+4$ y $2+3$, no tuvieron en cuenta que se estaba trabajando con fracciones y no tomaron el $\frac{3}{4}$ como una fracción sino como números naturales, de igual manera fue el caso de $\frac{2}{3}$. De manera que en vez

de tener $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ tenían $32+43$ lo cual generó dificultad puesto que el procedimiento de la operación suma es diferente para cada caso.

En la cuarta pregunta algunos estudiantes respondieron de esta forma:

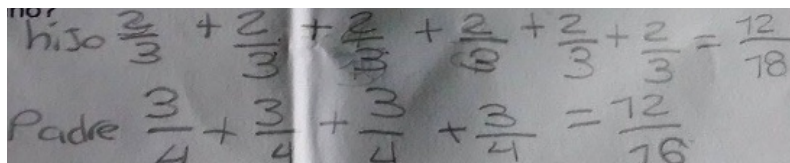
Figura 5.


$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{16}$$

Un 82% de los estudiantes comprendieron que la operación que debían utilizar era la de suma, es decir, que debían sumar 4 veces el paso del padre que en este caso era $\frac{3}{4}$ pero el procedimiento (ver fig. 5) que aplicaron para realizar las respectiva suma no fue el correcto, porque sumaron los denominadores y no tenían que hacerlo sino que debían dejarlo igual y solo sumar los numeradores.

Con respecto a la última pregunta cabe resaltar que ninguno de los estudiantes fue capaz de resolverla, lo que se pretendía con ésta era averiguar que hacían ellos para tratar de resolverla, veamos la siguiente respuesta;

Figura 6.


$$\begin{array}{l} \text{hijo } \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{12}{18} \\ \text{Padre } \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{16} \end{array}$$

Un 53% de los estudiantes sumaron varias veces las fracciones como se aprecia en la fig. 6, donde representaron lo que recorría el padre en un paso hasta que la suma de los numeradores resultara 12 sin tener en cuenta que el denominador jugaba un papel importante para obtener los 12 metros que se quería que recorrieran, es decir, no tuvieron en cuenta que los doce metros debían ser resultado de la fracción como un todo y no del numerador. A parte de esto, la suma de las fracciones no estuvo bien hecha ya que sumaron los denominadores y no debían hacerlo.

De igual manera se pudo observar que el profesor no hacía transformaciones tipo tratamiento (Duval, 2004) para explicar la temática a sus estudiantes, es decir, hacía uso del registro analítico aritmético y su mención en el lenguaje materno, y no utilizaba los otros registros que también en conjunto ayudan eficazmente a la total comprensión y asimilación de la temática, ni hacía uso de elementos del contexto para lograr así que los estudiantes le asignaran significado y sentido a los objetos estudiados y así mismo se pudo observar que el docente no interactuaba con el estudiante, se dedicaba a dar una clase expositiva, negándole la oportunidad de intervenir y participar de manera activa en la clase.

■ CONCLUSIONES

Los resultados preliminares de esta investigación permiten concluir que aunque los estudiantes de cuarto grado de primaria habían tenido antes experiencias con respecto a las fracciones, poseen un conocimiento bajo sobre este tema y esto incide de una u otra manera en las dificultades que tienen al resolver situaciones problemas donde las fracciones se encuentran inmersas, puesto que algunos aunque entiendan las situaciones problemas, no realizan procedimientos correctos donde las utilicen. Y otros ni siquiera son capaces de comprender las situaciones que se les plantean. Por otra parte el docente juega un papel importante dentro de esta problemática ya que al dirigir el proceso de enseñanza debe tener la capacidad de ayudar al estudiante a adquirir aprendizajes significativos y es aquí donde él debe mostrar sus competencias como profesional de la educación y como un docente comprometido con el aprendizaje de sus estudiantes. La manera en que el docente lleva a cabo la enseñanza debería modificarse un poco y permitir que el estudiante se involucre mucho más en actividades de resolución de problemas contextualizados, brindándoles a los estudiantes la oportunidad de desarrollar un pensamiento matemático robusto.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Corial, M. (2001). *Didáctica de las matemáticas en la escuela primaria*. Madrid: Síntesis.
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del conocimiento*. Cali: Universidad Del Valle.
- Godino, J. Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Jonassen, D. H. (2004). *Learning to solve problems. An instructional design guide*. San Francisco, CA: Pfeiffer.
- León, G. (2011). *Unidad didáctica: Fracciones*. Trabajo Fin de Master. Granada: Universidad de Granada.
- Llinares, S. & Sanchez, M. (1988). *Fracciones: la relación parte-todo*. Sevilla: Síntesis.
- Panizza, M. (2003). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. En Panizza, M. (comp.). *Enseñar matemáticas en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB*. México: Paidós.
- Parra, M. & Flores, R. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Revista Educación Matemática*, 20(1), 31-52.