

# RAZONAMIENTO Y ARGUMENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN EDUCACIÓN INFANTIL: UN ESTUDIO DE CASO

## Reasoning and argumentation in the resolution of geometric problems in children education: a case study

Berciano, A.<sup>a</sup>, Jiménez-Gestal, C.<sup>b</sup> y Salgado, M.<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibersitatea,

<sup>b</sup>Universidad de La Rioja, <sup>c</sup>Universidade de Santiago de Compostela

### Resumen

*En esta comunicación presentamos un estudio de caso con un niño de 4 años, acerca de la visualización de objetos tridimensionales y sus propiedades. El objetivo del trabajo es analizar cuáles son las estrategias de razonamiento y argumentación dadas por un infante de 4 años cuando se le pide explicar qué es un cilindro. Para dicho análisis se han tenido en cuenta los niveles de Van Hiele y los distintos tipos de aprehensión de Duval. Del estudio concluimos que la intervención guiada gradual de la maestra fomenta un incremento en el tipo de razonamiento y argumentación por parte del niño, llegando a mostrar un nivel 2 de Van Hiele y aprehensión operativa (superior a la esperada en esta etapa educativa).*

**Palabras clave:** visualización, argumentación, resolución de problemas, geometría, educación infantil

### Abstract

*In this paper, we present a case study with a 4-year-old boy about the visualization of three-dimensional objects and their properties. The goal of this study is to identify the strategies of reasoning and argumentation given by a four years old child when asked to explain what a cylinder is. For this analysis we have taken into account the levels of Van Hiele and the different types of apprehension considered by Duval. From the study we conclude that the gradual guided intervention of the teacher encourages an increase in the type of reasoning and argumentation used by the child, who shows a level 2 of Van Hiele and operational apprehension (higher than the expected at this stage of education).*

**Keywords:** visualization, argumentation, problem solving, geometry, childhood education

## INTRODUCCIÓN Y MARCO TEÓRICO

El diccionario de la RAE define aprehensión como el acto de captar la forma de las cosas sin hacer juicio de ellas o sin afirmar ni negar. Con esta definición en mente, según Duval (1998), se pueden definir 3 tipos de aprehensión: 1) aprehensión perceptiva, caracterizada por la identificación simple de una configuración; 2) aprehensión discursiva, definida por el establecimiento de asociaciones entre la configuración dada y afirmaciones matemáticas; y 3) aprehensión operativa, caracterizada por la realización de modificaciones mentales o físicas de la configuración original.

Igualmente, Duval (1998) plantea la dificultad de la enseñanza de la geometría debida a la complejidad cognitiva que presenta la actividad geométrica. Describe tres tipos de procesos cognitivos implicados: procesos de visualización, que hacen referencia a mirar la representación espacial para la ilustración de una idea o para la exploración heurística de una situación compleja; procesos de construcción con herramientas, que pueden servir para modelizar cómo las acciones se relacionan con los objetos mate-

máticos; y procesos de razonamiento, en relación al proceso discursivo de extensión del conocimiento. Aunque estos tres procesos están fuertemente conectados y es preciso que se desarrollen paralelamente para la competencia en geometría, no son interdependientes, es decir, se puede llegar a las figuras sin saber cómo se construyen y aunque la visualización puede dar una idea intuitiva de cómo llegar a una demostración, el razonamiento no depende más que del corpus de proposiciones disponible.

A lo largo de los últimos años, diversas investigaciones se han centrado en analizar el tipo de comprensión que tiene el alumnado y la caracterización de la misma cuando el ámbito de conocimiento es la geometría; por ejemplo, Prior Martínez y Torregrosa Gironés (2013) analizan la interacción entre los procesos de razonamiento y los procedimientos de verificación que utiliza el alumnado de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en la resolución de problemas de geometría en contexto de lápiz y papel; Clemente y Llinares (2013) identifican características del conocimiento de geometría especializado en estudiantes para maestro en relación con el razonamiento configural.

Para el caso de la visualización, destacamos el trabajo de Torregrosa Gironés, Quesada Vilella y Penalva Martínez (2010), en el que se identifican los procesos de visualización de estudiantes para maestro, cuando resuelven problemas de geometría, que requieren una prueba matemática. Por otro lado, atendiendo a Fernández (2013), son varios los trabajos realizados en los últimos años con el fin de determinar qué niveles de razonamiento intervienen en las habilidades de visualización, dando lugar a estudios que analizan la relación entre los niveles de Van Hiele y las habilidades de visualización; pero, aun así, no conocemos estudios que se centren en analizar o caracterizar la comprensión en razonamiento geométrico en la etapa educativa de 3 a 6 años.

Para la etapa de Educación Infantil, si nos fijamos en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele (Gutiérrez, 2012), aunque éstos se plantean como niveles de aprendizaje no ligados a la edad cronológica de los sujetos, en la mayoría de los casos los niños y las niñas sólo alcanzan el nivel 1, pero se consideran alcanzables los niveles 1 y 2:

- En el Nivel 1 se considera que la persona es capaz de reconocer las figuras geométricas por su forma globalmente, pero no diferencia partes de ellas ni es capaz de explicar propiedades determinantes de las figuras. Hace descripciones visuales, táctiles, etc. y es capaz de compararlas con objetos de su entorno.
- En el Nivel 2 la persona ya es capaz de reconocer y analizar las partes y propiedades de las figuras geométricas y las reconoce a través de ellas. El establecimiento de las propiedades se produce de forma empírica, a través de la manipulación y la experimentación.

Por otro lado, Dina y Pierre Van Hiele establecen que para poder adquirir de modo gradual un nivel de razonamiento cada vez mayor, el aprendizaje debe estar guiado por parte de la docente acorde a las siguientes fases (Gutiérrez, 2012): 1) información (se plantean actividades que sirvan como toma de contacto y favorezcan la identificación de conocimientos y formas de razonamiento); 2) orientación dirigida (se ponen ejemplos, construir con distintos materiales, comparaciones con objetos del entorno,...); 3) explicitación (se deben explicar los resultados obtenidos y justificar las afirmaciones hechas); 4) orientación libre (se debe profundizar en los conceptos aprendidos con actividades más abiertas, más generales, aplicaciones, ...); 5) integración (los contenidos aprendidos deben ser integrados con otros anteriores, favoreciendo el establecimiento de conexiones/relaciones entre ellos).

En este sentido, volviendo a la Educación Infantil, la NCTM (2000) plantea que para que el aprendizaje de la matemática sea significativo, ésta debe tratarse de modo global, trabajando una serie de procesos matemáticos independientemente de la etapa educativa en la que estemos. En concreto, destacamos dos: la resolución de problemas y el razonamiento y demostración; éste último íntimamente ligado con la comprensión definida por Duval (1998). De hecho, la NCTM puntualiza que para que se produzca un aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas, la actividad planteada en el aula debe fomentar: i) la construcción de nuevo conocimiento matemático, ii) el planteamiento de

problemas matemáticos o de otros contextos; iii) que se puedan aplicar y adaptar estrategias variadas. Por otro lado, para que en la actividad elegida se pueda producir un proceso de “razonamiento y demostración”, el profesorado debe pedir a su alumnado reflexione sobre sus respuestas, las expliquen y justifiquen y, además, la actividad debe dar lugar a: i) formular e investigar conjeturas matemáticas; ii) desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas y iii) elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración.

El objetivo de esta investigación es identificar qué tipo de razonamiento realizan los niños de 3-5 años cuando la maestra guía el aprendizaje de un concepto geométrico nuevo haciendo uso de las fases de Van Hiele. En particular, en este artículo analizamos un caso extraído de una actividad de aula, en la que tras plantear un problema, los niños deben dar respuesta al mismo; para ello, se han tenido en cuenta los ítems que definen los niveles 1 y 2 de Van Hiele, las propiedades fundamentales de los tipos de aprehensión definidos por Duval para categorizar los argumentos del infante y, por otro lado, se han cruzado con las fases de aprendizaje de Van Hiele definidas por la maestra.

## **METODOLOGÍA**

Para este trabajo, realizamos una investigación cualitativa desde un paradigma interpretativo, realizando un estudio exploratorio con 15 niños y niñas de educación infantil con edades comprendidas entre los 3 y los 5 años, del C.E.I.P. Sigüeiro. En concreto, nos centramos en el estudio de caso de un niño de 4 años. La elección de dicho niño se debe a: i) tener una edad intermedia; ii) actitud positiva de participación en clase; y iii) interés en responder a las preguntas de las maestras.

### **Problema planteado y secuenciación**

El problema planteado ha sido enmarcado con el título “Importancia social de la rueda: ¿por qué algunos objetos ruedan y otros no?”. Con este título, se pretende realizar un acercamiento comprensivo al concepto de cilindro, sus características y propiedades y construcción del mismo desde un rectángulo. Desde el punto de vista metodológico, es una actividad que cumple las características descritas por NCTM (2000) necesarias para fomentar acciones relacionadas con la resolución de problemas y razonamiento y demostración a través de conversaciones semi-guiadas con la maestra.

Secuenciación de la actividad:

La primera parte se desarrolla en Asamblea:

1. Importancia y necesidad de la rueda. Reproducción del vídeo “la pantera rosa y la rueda” y planteamiento de interrogantes: objetos que ruedan, cómo movemos las cosas, cómo andan los coches. ¿por qué algunos objetos ruedan y otros no?
2. Turno de respuestas y justificación de las mismas (si se puede).
3. Con cada uno de los niños que participan de modo espontáneo, establecimiento de una conversación guiada por parte de la maestra.

Posteriormente, en pequeños grupos:

4. Construcción del cilindro dada una hoja de papel.
5. Exploración de sus propiedades físicas.

De manera individual:

6. Conversación con cada individuo, para favorecer la verbalización de las conclusiones a las que ha llegado mediante la actividad, acerca de las características del cilindro.

## Instrumentos de recogida y análisis de datos

Para la recogida de datos y su posterior análisis se han realizado grabaciones en vídeo de los niños y niñas en las distintas fases de la realización de la tarea planteada. Posteriormente, se han transcrito las conversaciones y actuaciones de aprendices y maestra.

Para el análisis de las transcripciones se ha definido una rúbrica determinada por: i) los ítems que caracterizan los niveles 1 y 2 de Van Hiele (Gutiérrez, 2012) y ii) los tipos de aprehensión definidos por Duval.

Esta tabla de doble entrada nos ha permitido establecer qué tipo de argumentación realizaba el niño junto con su nivel discursivo.

Tabla 1. Niveles de Van Hiele y tipo de Aprehensión de Duval

Niveles de Van Hiele		Tipo de Aprehensión de Duval		
		Perceptiva	Discursiva	Operativa
1	Conceptos básicos Consideraciones visuales Consideraciones táctiles Descripción de propiedades globales			
2	Análisis informal de relaciones Análisis informal de propiedades Definiciones de estructura lógica simple Demostraciones de tipo empírico Experimento basado en ejemplo			

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación mostramos parte de la transcripción de la actividad llevada a cabo en el aula y el análisis de las conversaciones con el niño seleccionado (a partir de ahora R). Para facilitar su seguimiento se han numerado las intervenciones, englobando bajo el mismo número el diálogo que puede corresponder a varias preguntas y respuestas si corresponden al mismo nivel de Van Hiele y el mismo tipo de aprehensión de Duval. También dividimos el análisis respecto a las diferentes fases del aprendizaje guiadas por la maestra.

### Fase 1 de aprendizaje: Información

El desarrollo de la primera parte de la actividad se lleva a cabo en asamblea y corresponde a la Fase 1 de aprendizaje, que permite a la maestra identificar conocimientos y formas de razonamiento de los aprendices. Se propicia un debate en el que van surgiendo los conceptos que se quieren trabajar y del que se recogen a continuación los momentos más relevantes para nuestro estudio.

1. P1: ¿Qué es un cilindro? ¿Alguien sabe lo que es un cilindro? ¿O qué creéis que es un cilindro?  
R: Es una cosa muy redonda.

La maestra interpela a la clase para obtener más respuestas. Ante la afirmación de uno de los niños que dice que es una cosa cuadrada nuestro sujeto reacciona inmediatamente. R: ¡Nooo! ¡Es redondo!

2. P1: Pues hoy vamos a ver lo que es un cilindro, ¿vale? Porque algunos no la habíamos escuchado nunca. Es una forma geométrica. ¿Alguien conoce formas geométricas?, ¿figuras planas?, ¿formas planas?, ¿no conocéis figuras planas?  
R: Siii, conozco un rectángulo que se hace plano.

[...] En la clase se nombran más formas planas y la maestra plantea la cuestión de si un cilindro es una forma plana. Llegan a la conclusión de que no es plano porque es gordo.

3. R: Tiene muchos redondos.

4. P1: Tiene muchos redondos. Cuéntame R, ¿tiene muchos redondos? Como es eso, cuéntame.

R: Bueno, los cilindros que tienen papel de cocina normalmente tienen muchos redondos.

P1: ¿Y si no es de papel de cocina? ¿Tiene menos redondos o tiene más redondos?

R: Si es papel higiénico tiene menos redondos.

P1: ¿Y por qué?

R: Porque a diferencia del papel de cocina que es más alto que el papel higiénico, pues cada uno cilindro tiene sus círculos.

5. P1: El cilindro es un cuerpo geométrico, no es plano. (Muestra un rollo de cello y pregunta) ¿Esto es un cilindro?

R: No, es redondo. Es solo un redondo.

6. P1: ¡Ah! Tiene un solo redondo, es un redondo. Es plano. Pero ven aquí a mirarlo y dile a la profe si es un cilindro.

R: Esto no es un cilindro. Porque tiene sólo un redondo y los cilindros tienen más redondos.

7. P1: Busca un cilindro.

R coge un rollo de papel higiénico y lo compara con el rollo de cello.

P1: ¿Cuál es el cilindro?

R: Mira, es este (señalando el rollo de papel higiénico), pero este no tiene la misma diferencia el cello que esto porque el cello se parece al papel higiénico.

8. R: (Compara una moneda de chocolate con el rollo de cello) No, aunque es más pequeño, aunque es pequeño, aunque tiene la misma forma y es redondo no tiene el mismo tamaño.

9. P1: Vamos a cortar este cilindro porque dijo R que tenía muchos redondeles, entonces

R: Además, (cogiendo el rollo de cello) que este es redondo, que ya sabemos que es un cilindro con un solo redondo.

10. R: Y también es como un cilindro, pero si lo cortamos, pero si lo cortamos tiene menos redondos aún.

[...]

11. P1: Y que rueda, por eso apareció la figura del cilindro, porque si no ¿cómo iban a aparecer los coches? ¿Los coches tienen ruedas? ¿y qué más tiene ruedas?

La clase da diferentes respuestas

R: Pero también, pero los que no son vehículos no tienen ruedas.

P1: Claro pero las ruedas se inventaron para llegar antes a los sitios, ¿a que sí?

E1: Y las carreteras se inventaron para que anden los coches.

12. P1: ¿El folio qué forma tenía, que dijisteis antes?[...] ¿ por qué es un rectángulo y no un cuadrado?

R: Porque tiene dos partes y otras dos partes iguales.

La Tabla 2 recoge las intervenciones producidas en esta primera fase atendiendo a las dos características observadas.

Tabla 2. Niveles de Van Hiele y tipo de Aprehensión de Duval (Fase 1)

Niveles de Van Hiele		Tipo de Aprehensión de Duval		
		Perceptiva	Discursiva	Operativa
1	Conceptos básicos	1	2	
	Consideraciones visuales	5		
	Consideraciones táctiles		7, 8	
	Descripción de propiedades globales	3	4, 6, 9	10
2	Análisis informal de relaciones	12	11	
	Análisis informal de propiedades			
	Definiciones de estructura lógica simple			
	Demostraciones de tipo empírico			
	Experimento basado en ejemplo			

## Fase 2 de aprendizaje: Orientación dirigida

Después de ver el vídeo, continúa la asamblea y comienza la Fase 2 de aprendizaje en la que se pide a las niñas y niños que con un folio de papel construyan un cilindro.

13. P1: Entonces, a partir de un rectángulo se construye un cilindro, pero ¿cómo podemos construirlo?

R: Con muchos círculos dibujados.

P1: Pues coge el lápiz y ponte a dibujarlos, a ver si sabes. A ver quien más me dice alguna idea. [...]

R: (dibuja círculos pequeños, tangentes unos a otros a lo largo del centro del papel) Lo estoy haciendo. Pero aún no terminé. Mi cilindro va a ser para papel de cocina.

14. P1: Sí, ¿pero eso va a rodar, R?

R: No sé, hasta que no probemos.

La clase sigue haciendo cilindros y los usan como catalejos.

15. P1: R, ¿ya tienes tu cilindro? A ver.



Figura 1. Hilera de círculos

R: (Le muestra el papel con la hilera de círculos Figura 1) Pero está pegado, pero hay que cortarlo antes.

16. P1: ¿Tú crees que así recortando con eso vas a hacer un cilindro?

R: No sé como. Si está así. Primero voy a recortar unos círculos.

17. P1: La carrera tiene que comenzar R, vete acabando porque todos tienen ya su cilindro.

R: Creo que esto no va a poder rodar.

P1: No, porque es plano.

18. R: Bueno, pues lo hago como todos. Pero no puedo hacerlo con este folio. Porque no puedo hacerlo destrozado.

P1: Porque tu folio ahora, ¿es un rectángulo?

R: No.

P1: No es un rectángulo. Entonces coge ahora otro folio.

19. R: A ver. Ahora solo tengo que ponerlo. Así, ¡ay! (lo pliega en lugar de enrollarlo Figura 2)

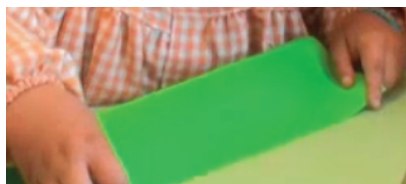


Figura 1. Hilera de círculos

R: Jo, es que no sé cómo hacerlo.

P1: Piensa R.

R: Como todos, pero... alguien tiene que guardarme la tijera. ¡Ajá! ¡Ya lo tengo!

Tabla 3. Niveles de Van Hiele y tipo de Aprehensión de Duval (Fase 2)

Niveles de Van Hiele		Tipo de Aprehensión de Duval		
		Perceptiva	Discursiva	Operativa
1	Conceptos básicos Consideraciones visuales Consideraciones táctiles Descripción de propiedades globales			13, 15
2	Análisis informal de relaciones Análisis informal de propiedades Definiciones de estructura lógica simple Demostraciones de tipo empírico Experimento basado en ejemplo		17 18 14	16 19

### Fase 3 de aprendizaje: Explicitación

Comienza un primer momento de Fase 3 de aprendizaje con la explicitación de los resultados obtenidos, en primer lugar de forma colectiva. Recogemos la clasificación de las expresiones utilizadas, tanto en la parte colectiva como en la individual de esta fase, en la Tabla 4.

20. P1: Todos los cilindros no son iguales, ¿a que no?

R: Algunos son más gordos.

P1: Unos son más gordos, otros son más delgados, a ver, el de R es más gordo, el de I es más delgado. Por lo tanto los círculos son más anchos o más estrechos. Otros, ¿qué les pasa?, ¿son más qué?, los estáis viendo.

R: Son más cortos.

21. P1: Unos son más cortos, otros son más largos. Mi pregunta es, ¿cuál es el más rápido?

R: Lo probamos en una carrera.

22. P1: Y los círculos que decía R, ¿cómo son, pequeños o grandes? ¿Son grandes? Mirad a ver.

R: No, medianos. Pero el de I es más delgado por eso tiene los círculos más pequeños.

Tabla 4. Niveles de Van Hiele y tipo de Aprehensión de Duval (Fase 3)

Niveles de Van Hiele		Tipo de Aprehensión de Duval		
		Perceptiva	Discursiva	Operativa
1	Conceptos básicos Consideraciones visuales Consideraciones táctiles Descripción de propiedades globales			24
2	Análisis informal de relaciones Análisis informal de propiedades Definiciones de estructura lógica simple Demostraciones de tipo empírico Experimento basado en ejemplo	20	23 28	25 22 21, 26 27

Continúa la Fase 3 del aprendizaje mediante entrevistas individuales. Describimos la entrevista de nuestro sujeto.

23. P1: Y, ¿cómo has construido tu cilindro R? Cuéntanos.  
R: Circulando y luego pegando cello.
24. P1 ¿Me puedes decir qué es “circulando”?  
R: (Coge un cilindro de papel que tiene en la mesa por uno de sus extremos y toca la zona en la que se juntan los dos extremos del papel) Pues poner algo junto y luego ponerle cello.
25. P1: ¿Qué propiedades crees que tiene tu cilindro? Piensa. ¿Qué puede hacer tu cilindro?  
R: Pues, por ejemplo rodar. También sujetarse de pie. Tambalearse. También a veces pierde carreras.
26. P1: ¿Los cilindros se pueden poner unos encima de otros? ¿qué crees? ¿Por qué?  
R: No sé si se pueden poner unos encima de otros (tiene un cilindro vertical delante y señala hacia arriba mientras piensa)  
P1: Prueba con ese otro que tienes ahí al lado.  
R: A ver, pero primero hay que hacerle unos... a ver (Con su cilindro en vertical trata de colocar el otro encima, pero como es más estrecho se mete dentro). No, que se mete para adentro.
27. P1: Porque es más estrecho, pero ¿tú crees que se sujetarían unos encima de otros?  
R: No sé, los gordos encima de los gordos.  
P1: ¿Y en el otro sentido? Ponlos en horizontal a ver qué pasa.  
R: (Coloca los dos cilindros uno al lado del otro en paralelo en horizontal y trata de poner uno encima del otro) También se caen.  
P1: Ah, entonces no se pueden apilar.  
R: No.
28. P1: Mira, ¿tú sabes para qué vale un cilindro?  
R: Sí, también vale para sujetar papel higiénico y de cocina.  
P1: ¿Y para qué más?  
R: Eh, no sé para qué más.  
P1: Piensa, ¿conoces cosas que tengan cilindros?  
R: ¡Ah sí! Las pisonadoras. Las pisonadoras aplastan cosas con un cilindro tan gordo que aplasta las cosas más amasadas. Y el cilindro que llevan adelante es tan, tan pesado que puede aplastar las bolas de queso gigantes.



## Evolución de la argumentación a través de las distintas fases de aprendizaje

En la Tabla 5 se recogen los fragmentos de discurso correspondientes a cada cruce de la tabla. Los fragmentos 1 al 12 se desarrollan durante la fase 1 de aprendizaje; del 13 al 19 durante la fase 2 y del 20 al 28 corresponderían a la fase 3.

Tabla 5. Niveles de Van Hiele y tipo de Aprehensión de Duval

Tipo de Aprehensión de Duval		Perceptiva	Discursiva	Operativa
Niveles de Van Hiele				
1	Conceptos básicos	1	2	
	Consideraciones visuales	5		
	Consideraciones táctiles		7, 8	24
	Descripción de propiedades globales	3	4, 6, 9	10, 13, 15
2	Análisis informal de relaciones	12, 20	11	
	Análisis informal de propiedades		17	16, 25
	Definiciones de estructura lógica simple		18, 23	22
	Demostraciones de tipo empírico		14	21, 26
	Experimento basado en ejemplo		28	19, 27

Durante la primera fase del aprendizaje, que está enfocada a que la maestra identifique los conocimientos y formas de razonamiento de los aprendices, se observa una evolución en las argumentaciones del niño estudiado, que van desde la primera observación (“es una cosa muy redonda”), clasificada aprehensión perceptiva de un concepto básico, a la descripción de propiedades globales del objeto mostrando una aprehensión operativa (ej. afirmación nº 10: “y también es como un cilindro, pero si lo cortamos tiene menos redondos aún”), e incluso llega a realizar un análisis informal de relaciones de tipo discursivo (p.e. afirmaciones nº 11: “pero los que no son vehículos no tienen ruedas y las carreteras se inventaron para que circulen los coches”).

En cuanto a las respuestas del niño en la segunda fase hemos observado que predomina la aprehensión discursiva, produciéndose en esta fase argumentaciones referentes tanto al análisis informal de relaciones y propiedades como a definiciones de estructura lógica simple y demostraciones empíricas. También aparece la aprehensión operativa relacionada con el análisis informal de propiedades y el experimento basado en ejemplo.

En el desarrollo de la tercera fase, cuando se pretende que el alumno verbalice los resultados de la actividad, observamos que la aprehensión discursiva se hace presente cuando se trata de hacer un análisis informal de relaciones (“es más delgado por eso tiene los círculos más pequeños”), pero se complementa con una aprehensión operativa, que podríamos relacionar con consideraciones táctiles en el primer nivel de Van Hiele y que a su vez también está relacionada con el análisis informal de propiedades o las demostraciones de tipo empírico y los experimentos basados en ejemplo que son característicos del nivel 2.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Tal como hemos visto en el apartado de resultados, el caso que hemos analizado muestra como las distintas fases de aprendizaje seguidas por la maestra exigen al niño una mayor comprensión del concepto matemático que se pretende estudiar en el aula, ayudándole a interiorizar los conceptos ya asimilados e incentivándole a desgranar en mayor medida las propiedades del objeto y a argumentar de modo más complejo, mostrando una evolución positiva en el tipo de aprehensión mostrado (Duval 1998), comenzando en una aprehensión de tipo perceptivo para acabar mostrando rasgos de una aprehensión de tipo operativo.

Acorde con Gutiérrez (2012), esta enseñanza guiada en fases llevada a cabo por la maestra ayuda al niño a incrementar su nivel de razonamiento geométrico de Van Hiele, llegando en algunos casos a realizar argumentaciones y justificaciones características del nivel 2, nivel poco frecuente en educación Infantil.

Estos dos hechos nos han permitido determinar en qué fase de aprendizaje se hace un cambio significativo de argumentación, tanto con respecto a la tipología de aprehensión mostrada como al nivel de Van Hiele, determinando que en este caso ha sido fundamental la fase 3 para determinar el tipo de razonamiento más alto de este niño.

Igualmente, debemos hacer hincapié en el diseño de la actividad que, debido a su estructura metodológica (siguiendo indicaciones de la NCTM; 2000) y su secuenciación (basada en las fases de aprendizaje de Van Hiele; Gutiérrez, 2012), fomenta en todo momento la interacción de los niños con el mundo real y matemático e incentiva a los mismos a justificar y razonar sus afirmaciones. Este último apartado de gran interés para la formación de profesorado de Educación Infantil.

## Referencias

- Clemente, F. y Llinares, S. (2013). Conocimiento de geometría especializado para la enseñanza en Educación Primaria. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación matemática XVII* (pp. 229-236). Bilbao: SEIEM.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. En C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspective on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM
- Gutiérrez, A. (2012). Investigar es evolucionar. Un ejemplo de investigación en procesos de razonamiento. En Planas, N. (ed.); *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. Graó: Barcelona.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics (Trad. Castellana, Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003).
- Prior Martínez, J. y Torregrosa Gironés, G. (2013). Razonamiento configural y procedimientos de verificación en contexto geométrico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(3), 339-368.
- Torregrosa Gironés, G., Quesada Vilella, H. y Penalva Martínez, M.C. (2010). Razonamiento configural como coordinación de procesos de visualización. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(3), 327-340.