

# ESTUDIO DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN A TRAVÉS DE LA MODELACIÓN-GRAFICACIÓN EN SITUACIONES DE MOVIMIENTO

Fredy De La Cruz Urbina, Hipólito Hernández Pérez  
Telebachillerato en Chiapas, Universidad Autónoma de Chiapas. (México)  
frecu@hotmail.com, politico\_hernandez@hotmail.com

## Resumen

El concepto de función es un elemento clave en el bachillerato, sin embargo, su inclusión en el sistema didáctico lo ha desprovisto de elementos que le dieron origen (el estudio de la variación, la identificación de parámetros, el establecimiento de reglas) y esto dificulta su aprendizaje (Arrieta, 2003; Suárez, 2008; De la Cruz, 2015). Esta propuesta, en el marco de la Teoría Socioepistemológica, problematiza este constructo y articula la participación del humano con Situaciones de Modelación-Graficación del movimiento, para generar argumentos y significados de este objeto matemático desde la experiencia que viven los participantes inmersos en la situación. Se pretende que los profesores vivan esta propuesta y se debata su pertinencia como estrategia de enseñanza-aprendizaje en el aula.

**Palabras clave:** función, graficación, movimiento, tecnología

## Abstract

The concept of the function is a key on high school level, however, its inclusion in the didactic system has deprived to it the elements that gave origin to it and that difficult its learning. The present proposal on the framework of the Socioepistemology Theory problematizes this construct and joint the human's participation with Situations of Modelling-Graphing of the movement, for generate arguments and meanings about this mathematical object from experience of the participants immersed in the situation. The intention is the teachers live this proposal and discuss its relevance as a teaching-learning strategy in the classroom.

**Key words:** function, graphing, movement, technology

## ■ Antecedentes

Este artículo tiene como antecedente la investigación que documentamos en De la Cruz (2015), donde se abordó el planteamiento de modelos matemáticos que representan una situación o fenómeno y específicamente el caso de la función cuadrática. Como resultado de esta investigación se ha observado que la Modelación-Graficación (MG) en situaciones de movimiento favorece el estudio del concepto de función a través de los siguientes elementos: identificación de variables, relación funcional, variación, razón de cambio y el tránsito entre sus formas de representación. Con base en esa experiencia se

implementó un taller en la pasada Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 31), con la finalidad de compartir con colegas una propuesta de intervención para resignificar el concepto de función, dentro de los fines también se buscaba favorecer un espacio de discusión y reflexión para debatir los alcances y limitaciones de esta propuesta y retomar ideas que ayuden a mejorarla.

La propuesta analizada en el taller parte de los planes de estudio que rigen el nivel medio superior en México (Secretaría de Educación Pública, 2013), donde puede observarse que el concepto de función es un elemento clave en la matemática escolar. Es importante señalar que también en los planes de estudio se propone la modelación, el uso de las gráficas y herramientas tecnológicas como estrategia de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, existe poca o nula vinculación con la participación del alumno y su entorno, es decir, las gráficas que se estudian en la escuela no son de una situación o fenómeno de *lo cotidiano*: “En la escuela se siguen construyendo lugares artificiales donde suceden cosas que en la vida cotidiana no suceden o no tienen razón de ser” (Arrieta y Díaz, 2015, p. 24). Se considera a *lo cotidiano* como el conocimiento que proviene de la cultura, de la experiencia o de lo vivido o, en otras palabras, de acciones, argumentaciones, actividades y prácticas que participan de otros ámbitos de la actividad humana (Cantoral, 2013; Cordero, Gómez, Silva-Crocci & Soto, 2015). En general, son estos aspectos los que se buscan favorecer para construir conocimiento matemático.

### ■ Aspectos teórico-metodológicos

La propuesta que se discutió en el taller busca articular los objetos matemáticos con situaciones de movimiento y la participación del humano para favorecer el desarrollo del Conocimiento Matemático (CM) desde su uso, es decir, se pretende construir argumentos y significados de los conceptos matemáticos que sirvan para intervenir en la situación, o bien como dice Arrieta (2003), que sean usados con intención. Para lograr esto, la teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) ha contribuido en la construcción de marcos de referencia en los cuales la matemática escolar se resignifique, para ello considera a las *prácticas sociales* como las generadoras del CM (Morales y Cordero, 2014).

Por otra parte, Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto (2015) señalan que se considera la experiencia que posee el individuo en la construcción de su conocimiento en una situación específica, lo cual el discurso matemático escolar ignora. Parafraseando a los autores, existe una ruptura o desvinculación entre la matemática escolar y el conocimiento del ser humano, el discurso matemático escolar soslaya la participación del alumno y la situación o fenómeno, y desde el marco socioepistemológico estos son elementos fundamentales para la reconstrucción del CM.

Es así que para intervenir en el sistema didáctico y favorecer la *resignificación* del concepto de función se ha propuesto una secuencia de MG con sensores de movimiento, que tiene como fundamento la TSME (Cantoral, 2013) y específicamente retoma aspectos de la investigación de Suárez (2008) como sustento metodológico. Desde esta propuesta se favorece a través de la MG como práctica social (PS), el uso de la representación gráfica de fenómenos de movimiento en su aspecto funcional, es decir, sirven como herramientas de argumentación para intervenir en el fenómeno. Desde nuestra perspectiva la PS es entendida como aquella estructura que da soporte a las actividades y tareas que involucran la participación del humano y el uso de dispositivos didácticos (calculadoras graficadoras, emulador y sensores de movimiento) en una situación específica, en este caso: el movimiento.

Es importante mencionar que desde el enfoque socioepistemológico, no se trata solo de diseñar una situación para ver cómo se aprende un tema, sino para ver qué contenido matemático se pone en juego en la situación. Es decir, se trastoca la matemática a partir de la situación de MG (en nuestro caso), de donde emergen los objetos matemáticos y sus posibles conexiones. Se busca en otras palabras, crear un diálogo entre la matemática escolar y el conocimiento matemático del cotidiano, de acuerdo con lo que dicen otros autores (Morales y Cordero, 2014; Cordero, et al., 2015).

En ese sentido, en la figura 1 se muestra el esquema de la situación (SDM) que consiste en una serie de actividades para desarrollar gráficas a partir de la modelación del movimiento y el uso de dispositivos tecnológicos (DT); lo importante aquí son las argumentaciones que los participantes van construyendo a lo largo del proceso con la generación de las gráficas, que se constituyen en el modelo o herramienta para intervenir en el fenómeno (Mo). La propuesta es adaptada del trabajo de Suárez (2008), en el cual se ponen en funcionamiento los elementos epistemológicos: *realizaciones múltiples*, *identificación de patrones*, *ajustes* y *desarrollo del razonamiento*. Desde nuestra perspectiva la modelación-graficación (MG) parte del fenómeno e involucra al humano, los dispositivos tecnológicos (calculadoras, emulador, sensor de movimiento, proyector y computadora) y los objetos matemáticos (OM), para generar argumentos y significados que expresarán el uso del conocimiento matemático (Suárez, 2008; Cordero, Cen y Suárez, 2010; Buendía, 2011; Cen, 2015).

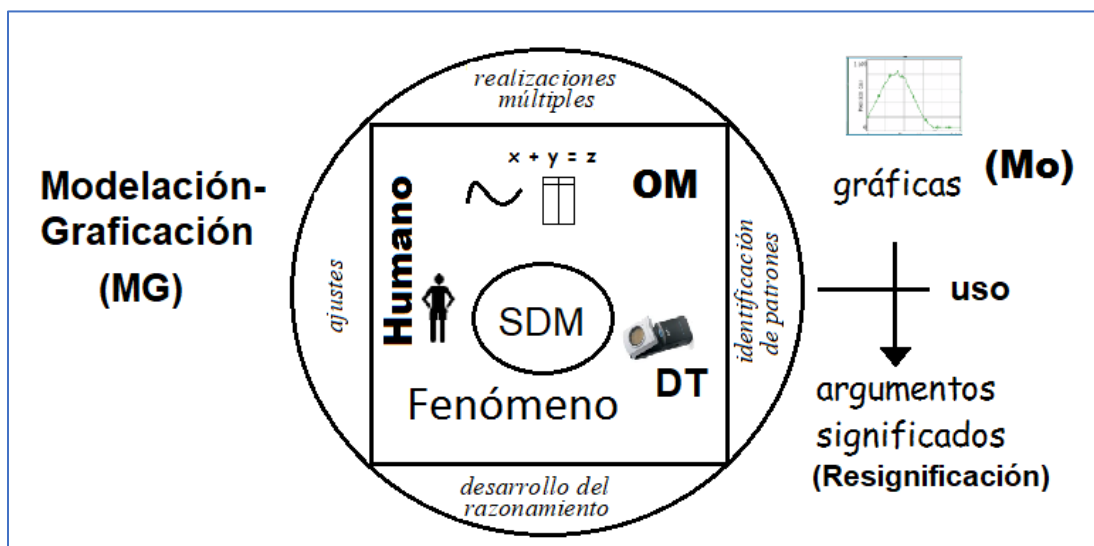


Figura 1. Esquema de la situación de modelación del movimiento. (Elaboración propia)

### ■ Aspectos del diseño

La propuesta consta de tres fases de implementación. La primera fase la hemos llamado de inducción, en ella los participantes por medio de actividades de visualización y el análisis numérico identifican patrones, establecen reglas, construyen elementos de las gráficas y aspectos de variación para introducirse en el estudio del fenómeno. En la segunda fase, se proponen actividades de familiarización para que los participantes conozcan los dispositivos tecnológicos y su uso, se plantean situaciones de modelación del

movimiento de una persona, se espera que los participantes reconozcan los elementos trabajados en la etapa anterior y los vinculen con la SDM: identifiquen variables, establezcan relaciones y reconozcan patrones. Por último, en la tercera fase de MG, los participantes con el uso de la tecnología generan modelos específicos y los interpretan, intervienen en el fenómeno a través de las formas de representación como herramientas y predicen aspectos del fenómeno, se trabajan aspectos del uso de la gráfica y el análisis numérico para establecer relaciones funcionales.

Es importante mencionar que, desde la TSME, las argumentaciones de los participantes juegan un rol importante porque es a través del conocimiento que se pone en uso donde se generan los significados de los objetos matemáticos, en ningún momento se declaran, sino que, se construyen desde la situación y en colectivo. Es decir, desde la experiencia que viven los participantes inmersos en la situación y las discusiones que se dan entorno a lo vivido. Conviene destacar el rol que representa el profesor quién guía y acompaña en el proceso, su intervención en ese sentido se basa en el planteamiento de preguntas que trastocan el entendimiento y conocimiento de los participantes, es decir, problematiza el conocimiento matemático que se quiere favorecer a través de su uso, o en otras palabras provoca acciones intencionadas sobre el aspecto funcional de los objetos matemáticos.

### ■ Algunos resultados

A continuación, se comentan algunos resultados sobre la experiencia del taller en RELME 31. En este taller se contó con la participación de diez profesores: tres de nivel básico, cuatro de nivel medio, dos de nivel superior y un estudiante de maestría; donde se discutió principalmente el rol del profesor en la SDM, en el cual se destacó la importancia de propiciar la participación de los alumnos estableciendo preguntas motivadoras en momentos específicos de la SDM. La intención de las preguntas debe ser guiar al alumno a descubrir por sí mismo el *uso* del conocimiento matemático.

En ese sentido, algunas propuestas que sugieren los profesores son las siguientes: identificar en los diferentes momentos de la SDM, qué cambia, cómo cambia y cuánto cambia. Hacer que el alumno piense y haga un bosquejo previo de cómo es la gráfica de una situación específica, o bien partir de las gráficas para que el alumno argumente qué situación modela la gráfica. En otras palabras, cómo debe ser el movimiento para producir una gráfica como las mostradas en la figura 2. Respecto de los elementos concretos de la gráfica, se puede plantear en lo lineal: ¿qué significado tiene la pendiente?, ¿qué significado tiene el sentido de una recta? y ¿qué cambia cuando hacemos *variar* una variable?

Por otro lado, se pueden comparar diferentes gráficas para discutir ¿qué se interpreta o se entiende de una intersección entre gráficas? ¿dónde es más rápido o lento el movimiento de acuerdo con las gráficas? Respecto de lo cuadrático, también se puede cuestionar qué significado tienen los elementos de la gráfica: concavidad, vértice, pendiente, lado recto, etcétera, de qué depende que la gráfica sea más abierta o cerrada, dónde hay un máximo o mínimo y qué pasa en esos puntos. Es importante mencionar que los profesores consideraron el nivel educativo en el cual se desenvuelven y consideran que la SDM que se vivió y discutió involucra varios conceptos matemáticos que son vistos desde el nivel básico hasta el superior, por lo cual, se puede adaptar y explorar la SDM de acuerdo al contexto escolar.

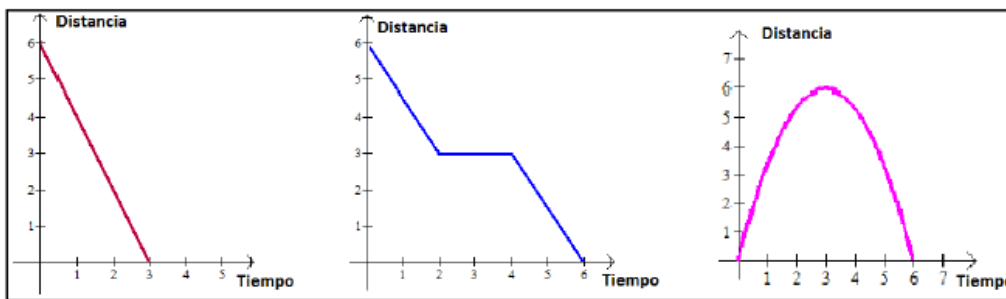


Figura 2. Problematización del saber ¿Cómo debe ser el movimiento para producir estas gráficas? (Elaboración propia)

### ■ Conclusiones

Entre los elementos que construyeron los profesores con la SDM se puede mencionar la importancia de contar con referentes para dar sentido a la argumentación, es decir, reconocer qué elementos son necesarios para dar sentido a la gráfica. Además, se apreció que la MG juega un papel muy importante como medio para contrastar las propuestas de los participantes con la situación de movimiento, a partir de las realizaciones múltiples se construyen modelos que se resignifican cada vez que se ponen en escena (realizan ajustes y desarrollan el razonamiento) permitiendo la construcción de un patrón o modelo deseado. Los argumentos que construyen los participantes permiten interpretar la gráfica en términos del movimiento, relacionan sus elementos con la situación desarrollando un uso de la gráfica y de la tabla numérica, reconocen patrones y establecen reglas que asociados con los “modelos” permiten tomar decisiones, realizar ajustes e intervenir en el fenómeno. Estas evidencias muestran la *funcionalidad de la gráfica*, que través de su uso se puede resignificar el concepto de función. La resignificación se refiere a la construcción de significados de los objetos matemáticos cuando son usados con intención en situaciones específicas.

Sobre las actividades que realizaron los profesores comentaron que es una propuesta novedosa y potente puesto que, si permite construir conocimiento matemático a partir de la participación de los alumnos y la situación con el uso de los dispositivos tecnológicos, el ambiente que se produce es bastante lúdico e interesante para que los alumnos se conecten con la situación. Argumentaron que otras propuestas que han trabajado en otros talleres, también son lúdicas y muy motivadoras, pero que no están fuertemente ligadas a los objetos matemáticos. Consideran que una desventaja de esta propuesta pudiera ser los costos del equipo que se requiere para su implementación y la familiarización con los dispositivos tecnológicos, en este caso la calculadora-graficadora y el software.

Finalmente, los aspectos que se retoman para mejorar la intervención son los siguientes: trabajar más los aspectos numéricos y algebraicos para conectarlos con lo gráfico, buscar alternativas para “eliminar o reducir” las interferencias del sensor en el levantamiento de los datos, explorar otros tipos de movimientos o situaciones para trabajar otros tipos de funciones y considerar más tiempo en familiarizar a los participantes con la tecnología utilizada, sobre todo dejar que ellos manipulen directamente los dispositivos.

## ■ Referencias bibliográficas

- Arrieta, J. L. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19-48. doi: 10.12802/relime.13.1811
- Buendía, G. (2011). El uso de las gráficas para resignificar elementos de las funciones diferenciales lineales. En R. Rodríguez, E. Aparicio, M. Jarero, L. Sosa, B. Ruíz, F. Rodríguez, J. Lezama y M. Solís (Eds.), *Memoria de la Escuela de Invierno en Matemática Educativa* 13, 100-106. México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.
- Cen, C. (2015). *Una caracterización del uso de las gráficas con profesores de bachillerato*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.
- Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, (13)2, 187-214.
- Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H., & Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Barcelona: Gedisa.
- De la Cruz, F. (2015). *Resignificación de la función cuadrática a partir de la modelación - graficación de fenómenos de movimiento*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Chiapas, México.
- Morales, A., & Cordero, F. (2014). La Graficación-Modelación y la serie de Taylor. Una Socioepistemología del cálculo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17 (3), 319-345.
- Secretaría de Educación Pública. (2013). *MATEMÁTICAS I, SERIE PROGRAMAS DE ESTUDIO*. Recuperado el 11 de noviembre de 2014 de [http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/01-programasdeestudio/1er\\_SEMESTRE/Matematicas\\_I\\_biblio2014.pdf](http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/01-programasdeestudio/1er_SEMESTRE/Matematicas_I_biblio2014.pdf)
- Suárez, L. (2008). *Moldeación-Graficación, una categoría para la Matemática escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.