

DE UN CONOCIMIENTO TÉCNICO A SU PUESTA EN PRÁCTICA: DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

PEDRO GÓMEZ
LUIS RICO

En este documento presentamos algunos resultados de un estudio sobre el desarrollo del conocimiento didáctico de futuros profesores que participaron en una asignatura de didáctica de la matemática. Con base en la idea de factores de desarrollo del conocimiento didáctico y de un esquema metodológico que desarrollamos para identificar y describir estados de desarrollo, codificamos y analizamos algunas de las producciones que los futuros profesores elaboraron en grupos en la asignatura. La caracterización de estos estados permite establecer cómo evoluciona el conocimiento didáctico de los futuros profesores a lo largo del tiempo.

In this document we present some of the results of a study on the didactical knowledge development of prospective secondary mathematics teachers participating in a methods course. Using the idea of factors of didactical knowledge development and a methodological framework developed with the purpose of identifying and describing development states, we codified and analyzed some of the prospective teachers' course work. The evolution of the prospective teachers' didactical knowledge is then described on the basis of the characterization of those states.

INTRODUCCIÓN

En este documento presentamos algunos resultados preliminares del estudio Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Este estudio se enmarca en la línea de formación de profesores del Grupo de Pensamiento Numérico y Algebraico de la SEIEM y forma parte del proyecto Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Es también parte del trabajo de tesis doctoral del primer autor, bajo la dirección del segundo.

El estudio se propone explorar y caracterizar algunos aspectos del desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores de matemáticas de secundaria. Estudios como éste pueden contribuir a la discusión actual sobre la calidad de los planes de formación inicial de profesores de matemáticas (Rico, 2002). El estudio se centra en dos nociones: conocimiento didáctico y desarrollo. En el siguiente apartado presentamos los elementos conceptuales que dan significado a estas dos nociones y que nos permitirán definir el problema general de investigación. Después describimos el esquema metodológico. Finalmente presentamos algunos resultados.

ANÁLISIS DIDÁCTICO, CONOCIMIENTO DIDÁCTICO Y DESARROLLO

Conocimiento didáctico y análisis de contenido

La reflexión reciente sobre el conocimiento del profesor tiene su origen más importante en las propuestas de Shulman (1986, 1987) sobre el conocimiento pedagógico de contenido. Diversos autores, incluido Shulman, han propuesto taxonomías del conocimiento del profesor, como aproximación para caracterizar ese conocimiento (i.e., Bromme, 1994; Carrillo et al., 1999; y Morine-Dersheimer & Kent, 2001). La propuesta de Simon (1995) es diferente: mira la actividad del profesor a un nivel local al preocuparse por la planificación y realización de una hora de clase, y analiza el conocimiento del profesor desde una perspectiva funcional al definirlo como aquel conocimiento que él requiere para realizar su actividad docente.

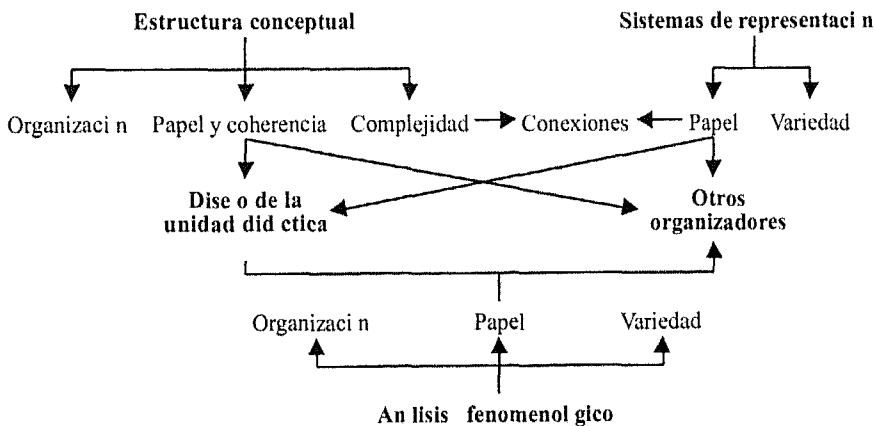
Nosotros asumimos, como Simon, una posición funcional con respecto al conocimiento del profesor: conceptualizamos el conocimiento didáctico como el conocimiento que el profesor pone en juego (y construye) a la hora de realizar el análisis didáctico, procedimiento éste, que establece cómo el profesor debería diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje (Gómez, 2002). Este procedimiento se compone de cuatro tipos de análisis: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. En el estudio que reportamos aquí nos interesamos específicamente por el desarrollo del conocimiento didáctico relacionado con el análisis de contenido.

El análisis de contenido es un análisis de las matemáticas escolares. Su propósito es la descripción del tópico matemático desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje en el aula. En el análisis de contenido se busca identificar y describir estructuradamente diversos significados de la estructura matemática. Tiene en cuenta tres tipos de significados: la estructura conceptual, los sistemas de representación y el análisis fenomenológico. La estructura conceptual es la descripción, a nivel de conceptos y relaciones entre ellos, de la estructura matemática en cuestión. Utilizamos los sistemas de representación para expresar y hacer presente diferentes facetas de un concepto o estructura matemática y trabajamos con los sistemas de representación bajo el supuesto de que se ciñen a un conjunto de reglas que se encuentran condicionadas por las matemáticas, en general, y por el concepto matemático específico, en particular. El análisis fenomenológico de una estructura matemática consiste en la identificación de las subestructuras correspondientes a esa estructura, de los fenómenos organizados por ellas y de la relación entre subestructuras y fenómenos.

Factores y desarrollo

A diferencia de los estudios en los que se describe en detalle un estado en un momento particular del tiempo, los estudios de desarrollo, como el que reportamos aquí, buscan describir el proceso de cambio de unos estados a lo largo del tiempo (Carpenter, 1980). En nuestro caso, nos interesa identificar y caracterizar unos estados del conocimiento didáctico de los futuros profesores con respecto al análisis de contenido. Buscamos describir el desarrollo del conocimiento didáctico con base en esos estados. Desde la perspectiva conceptual, el problema de la exploración del desarrollo del conocimiento didáctico se centra en la identificación de los atributos que caracterizan los posibles estados de ese conocimiento. En nuestro caso, estos atributos deberán de ser indicadores de cómo los futuros profesores avanzan en su aprendizaje de los tres organizadores del currículo que componen el análisis de contenido, de las relaciones entre ellos y del empleo que los futuros profesores pueden hacer de ellos a la hora de diseñar unidades didácticas. Por ejemplo, un atributo podría ser el número de sistemas de representación que aparecen en las producciones de los futuros profesores: un número reducido de sistemas de representación sería una de las características de un estado inicial de desarrollo del conocimiento didáctico; el incremento en el número de sistemas de representación sería uno de los rasgos distintivos de estados posteriores de desarrollo. Organizamos esos atributos en factores. La Figura 1 identifica esos factores y las relaciones entre ellos. Las nociones de complejidad, variedad, organización y papel en la utilización de otros organizadores y en el diseño de la unidad didáctica son los factores que hemos seleccionado para describir los cambios en las producciones y actuaciones de los futuros profesores desde el punto de vista del desarrollo en el conocimiento didáctico.

Figura 1. Factores del desarrollo del conocimiento didáctico



PROBLEMA Y ESQUEMA METODOLÓGICO

La exploración y caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de futuros profesores de matemáticas de secundaria se puede ahora formular como el problema de identificar y caracterizar unos estados de desarrollo de ese conocimiento y de describir cómo los cambios en las producciones y actuaciones de los futuros profesores pueden ser representadas por esos estados. En este apartado describimos los instrumentos de recolección, codificación y análisis de la información que nos permitieron abordar este problema.

El estudio se realizó durante el curso 2000-2001 en la asignatura Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. En la segunda parte de esta asignatura, cuando se trabaja en el análisis didáctico, los futuros profesores se organizan en grupos de 4 a 6 personas. Cada grupo escoge un tópico matemático para el que realizará el análisis didáctico. Los resultados del análisis que los grupos hacen utilizando cada uno de los organizadores del currículo se presenta al conjunto de toda la clase. En el curso 2000-2001 se realizaron ocho presentaciones de este tipo. La información contenida en las transparencias utilizadas por los futuros profesores en estas presentaciones y en la presentación del trabajo final constituyen nuestra unidad básica de análisis. Una transparencia de un grupo cualquiera presenta información esquemática sobre el análisis que ese grupo ha hecho de su tópico matemático. Cada análisis utiliza como herramienta central un organizador del currículo.

Codificamos la información contenida en las transparencias con base en una serie de variables que surgieron de nuestra experiencia en clase, del marco conceptual del estudio, del análisis de la información recogida y de las discusiones entre los autores. La mayoría de las variables son de tipo dicotómico y establecen la existencia o inexistencia de una característica. Los siguientes son algunos ejemplos de variables:

- en la estructura conceptual aparecen hechos,
- los sistemas de representación organizan la estructura conceptual,
- hay conexiones entre sistemas de representación,
- aparece el sistema de representación numérico,
- el sistema de representación gráfico se utiliza en la actividad de evaluación,
- se establecen relaciones entre fenómenos y subestructuras.

Hay seis variables que no son dicotómicas:

- número de niveles del mapa conceptual,
- número de conexiones internas a los sistemas de representación,
- número de conexiones entre sistemas de representación,
- número de contextos en los que se organizan fenómenos,
- número de subestructuras utilizadas en la organización de los fenómenos.

Las variables admiten, por supuesto, el valor «no aplica» cuando, para una transparencia dada, la pregunta que corresponde a la variable no tiene sentido. Utiliza-

mos el término observación para designar el resultado de la codificación de la información contenida en una transparencia.

Queríamos resumir esa información de tal forma que fuese posible: (a) identificar y caracterizar un número limitado de estados de conocimiento didáctico de los futuros profesores a partir de sus producciones; (b) apreciar el grado en el que cada observación se ajusta a las características del estado al que se asigna; y (c) determinar si, para un grupo dado de futuros profesores, las observaciones que le corresponden presentan algún tipo de evolución en el tiempo. Es decir, debíamos identificar y caracterizar un grupo de atributos a partir de los cuales pudiésemos definir unos estados con las características que acabamos de enumerar. Para identificar esos atributos tuvimos en cuenta lo que nuestra experiencia como formadores nos indicaba sobre cómo los futuros profesores avanzan en su aprendizaje; la revisión y el análisis sistemático de la información contenida en las transparencias y de su codificación; la revisión del marco conceptual del estudio; y el análisis de los factores identificados en la Figura 1 y su significado desde la perspectiva del desarrollo del conocimiento didáctico.

Al final de un proceso cíclico obtuvimos doce variables (entre paréntesis aparece el nombre que asignamos a cada variable):

1. número de niveles del mapa conceptual que describe el tópico (complejidad EC),
2. existencia de las nociones centrales del tópico en la estructura conceptual (nociones centrales),
3. número de criterios de organización de la estructura conceptual (criterios de organización),
4. uso coherente de los criterios de organización (uso coherente criterios),
5. número de conexiones (conexiones),
6. número de sistemas de representación (variedad SRS),
7. papel de los sistemas de representación como organizadores de la estructura conceptual (SRS como organizador),
8. número de fenómenos (variedad fenómenos),
9. número de contextos a los que pertenecen los fenómenos presentados (variedad contextos),
10. número de subestructuras utilizadas para organizar los fenómenos (variedad subestructuras),
11. papel de los tres organizadores del currículo en la aplicación de los otros organizadores del currículo y en el diseño de la unidad didáctica (papel), y
12. coherencia entre lo propuesto en la estructura conceptual y el uso que de ella se hace en las otras fases de la asignatura (coherencia EC).

Simultáneamente con la identificación y caracterización de las variables, fuimos identificando estados y caracterizándolos a partir de esas variables. Queríamos caracterizar los estados en términos de combinaciones de valores de las variables de tal forma que la sucesión de estados fuesen representativos de una evolución y las observaciones se ajustaran tanto como fuera posible a los estados a los que eran asignadas. Una observación es una n -tupla de valores $(x_1, x_2, \dots, x_{12})$, donde x_i es el valor de la variable i (e.g., número de fenómenos) que se le ha asignado a la información contenida

en esa transparencia. Un estado E_j es una n -tupla de rangos de valores de las variables ($r1_j, r2_j, \dots, r12_j$), donde r_{ij} es un rango de valores para la variable i (i.e., [2,4]: aparecen 2, 3 o 4 fenómenos). Por ejemplo, supongamos que trabajamos con sólo dos variables, complejidad de la estructura conceptual (es decir, número de niveles en el mapa conceptual) y variedad en sistemas de representación (es decir, número de sistemas de representación) y solamente dos estados. Una posible definición de esos estados sería $E1 = \{[0,1], [0,2]\}$ y $E2 = \{[2,\infty), [3,\infty)\}$, donde el $[3,\infty)$ en $E2$ significa que aparecen más de dos sistemas de representación. El proceso cíclico que explicamos a continuación mostró que cuatro estados eran suficientes para la información que teníamos. Un número mayor de estados no habría dado una mayor discriminación de la información.

Diseñamos el siguiente procedimiento. El rango de los valores posibles de cada variable se divide en tantas partes como estados se hayan determinado. Dos rangos sucesivos diferentes de una variable pueden compartir máximo un valor, a menos que sean del tipo $[r,\infty)$. De esta forma, el estado i queda definido por el conjunto de todos los rangos de orden i de las variables.

Al asignar observaciones a estados, aparecen discrepancias. Esto sucede cuando, para el menos una variable y un estado, hay una observación asignada a ese estado que asume valores que no pertenecen al rango establecido para esa variable en ese estado. El problema se traduce entonces en obtener una definición de estados que minimice el número de discrepancias, con un grado aceptable de discriminación entre ellos.

El proceso para obtener la definición de esos estados es cíclico. Cada ciclo está compuesto por dos pasos: asignación de observaciones a estados y redefinición de rangos a algunas de las variables para algunos de los estados. En el primer paso, la asignación se hace de tal forma que el estado escogido para una observación sea aquel que genera el mínimo número de discrepancias. En el segundo paso se identifican las variables que generan mayor número de discrepancias y los estados en los que se generan. A continuación se analizan las consecuencias de cambiar la definición de esos estados (y posiblemente de los estados contiguos) en términos de esas variables. El cambio en los rangos se rige por un criterio doble: reducir el número de discrepancias, manteniendo un nivel aceptable de discriminación entre estados. Una vez que se han cambiado los rangos de las variables que generan mayor número de discrepancias (en aquellos estados en que se generan), es necesario revisar la asignación de observaciones a estados. Se inicia un nuevo ciclo. El proceso se detiene cuando, al revisar la definición de los estados en términos de las variables, los cambios que permiten reducir discrepancias implican una pérdida demasiado importante en el grado de discriminación.

RESULTADOS

Utilizamos el procedimiento que acabamos de describir para analizar las observaciones. La Tabla 1 presenta la definición final de los estados que obtuvimos al final de tres ciclos del procedimiento. La primera fila identifica los cuatro estados. Las variables aparecen en las filas restantes (ver definición anterior). Aquellos rangos del tipo $[2,\infty)$ representan rangos que expresan la existencia de 2 o más unidades de la variable correspondiente. Las variables dicotómicas se representan con 0 (no) y 1 (sí). La

variable «SRS como organizador» tiene los siguientes valores: 0 - no aparece, 1 - no se utiliza, 2 - organiza con otros criterios, 3 - organiza. En la variable «papel» se cuenta el número de ocasiones en las que el organizador correspondiente se utiliza para desarrollar una tarea (por ejemplo, en el diseño de una actividad de evaluación). La variable coherencia de la estructura conceptual establece la relación entre la información producida para la estructura conceptual y el uso que de ella se hace en las otras fases de la asignatura. En las casillas aparecen los rangos que definen cada estado. Por ejemplo, el primer estado está definido por valores 0 de las variables 1, 2, 4, 5, 10, 11 y 12, valores 0 o 1 de las variables 6, 7, 8 y 9, y valores mayores de 2 de la variable 3.

Tabla 1. *Definición final de estados*

Variables	Estados			
	1	2	3	4
1. Complejidad EC	[0,0]	[1,2]	[2,∞)	[2,∞)
2. Nociones centrales	[0,0]	[0,1]	[1,1]	[1,1]
3. Criterios de organización	[3,∞)	[2,3]	[1,2]	[0,1]
4. Uso coherente criterios	[0,0]	[0,1]	[1,1]	[1,1]
5. Conexiones	[0,0]	[1,3]	[3,∞)	[3,∞)
6. Variedad SRS	[0,1]	[1,∞)	[2,∞)	[3,∞)
7. SRS como organizador	[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,3]
8. Variedad fenómenos	[0,1]	[1,2]	[2,∞)	[2,∞)
9. Variedad contextos	[0,1]	[1,∞)	[2,∞)	[3,∞)
10. Variedad subestructuras	[0,0]	[0,1]	[1,∞)	[2,∞)
11. Papel	[0,0]	[0,5]	[0,5]	[6,∞)
12. Coherencia EC	[0,0]	[0,0]	[0,0]	[1, ∞)

En la Tabla 2 presentamos la asignación final de estados a las observaciones. Cada fila representa un grupo de futuros profesores y sus correspondientes observaciones, organizadas cronológicamente. Entonces, por ejemplo, las observaciones correspondientes al grupo 7 terminaron asignadas sucesivamente a los siguientes estados: 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 3 y 4.

Tabla 2. *Asignación final de estados a observaciones*

Observación	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Grupo 1	2	2	2	3	3	4	3	4	4
2	1	2	3	3	3	3	3	3	4
3	1	2	2	3	3	3	3	3	3
4	2	2	2	2	2	3	3	3	3
5	2	2	3	3	3	3	3	4	4
6	2	2	2	3	3	3	2	3	4
7	2	2	3	3	3	3	4	4	4
8	1	2	2	2	3	3	3	2	2

DISCUSIÓN

Para una definición inicial de variables y de número de estados, el esquema metodológico utilizado permite una caracterización de los estados (en términos de las variables) que se ajusta razonablemente a las observaciones. Esto significa, en el caso de nuestro estudio, que esta caracterización de los estados permite identificar aquellas combinaciones de atributos de las observaciones que aparecen simultáneamente con mayor frecuencia y que mejor se adaptan a esa información. En términos cognitivos, los resultados identifican y caracterizan aquellos estados de conocimiento didáctico más representativos dentro del proceso de desarrollo de ese conocimiento, para estos futuros profesores y según las producciones analizadas. Desde la perspectiva del desarrollo, la caracterización de estos estados sucesivos identifica aquellos atributos que tienden a aparecer simultáneamente en las observaciones. También da luces sobre el orden de aparición en el tiempo de los diferentes atributos.

A manera de ejemplo de la reflexión anterior, se observa que una baja complejidad en la estructura conceptual ocurre simultáneamente con un número alto de criterios de organización de esa estructura y un número reducido de sistemas de representación. En la medida en que la complejidad de la estructura conceptual aumenta, se reducen los criterios de organización, aparecen más sistemas de representación y éstos tienden a jugar un papel protagónico en su organización.

La caracterización de los estados muestra que se da una evolución en el conocimiento didáctico de los futuros profesores a lo largo del tiempo. Ésta es una evolución paulatina que parte de un estado básico fundamentado posiblemente en los conocimientos previos y las intuiciones didácticas de los futuros profesores. Este avance es coherente con el orden en el que se presentan las diferentes nociones en la instrucción. No obstante, hay un desfase entre el momento en el que se presentan los temas y el momento en el que esas nociones se estructuran en el conocimiento didáctico de los futuros profesores y se expresan en sus producciones. Este desfase es posiblemente el resultado natural de un proceso paulatino de asimilación y acomodación de este conocimiento como consecuencia de la instrucción y de los esfuerzos necesarios para resolver las tareas que se proponen a los grupos de futuros profesores. En este sentido, la noción de sistemas de representación, por ejemplo, no se consolida en el momento en el que esta noción se presenta en clase y se pide a los grupos de futuros profesores que analicen su tópico matemático desde esta perspectiva. Éste es solamente el primer paso. El conocimiento de esta noción se transforma y consolida en la medida en que tareas posteriores inducen a los grupos de futuros profesores a poner en juego su conocimiento de esta noción para efectos de resolver otros problemas (por ejemplo, realizar el análisis fenomenológico, o diseñar una actividad de evaluación).

Los grupos progresan en el desarrollo de su conocimiento didáctico con diferentes ritmos. El paso del estado 2 al estado 3 sucede en diferentes momentos (desde la tercera observación para tres grupos, hasta la sexta para el grupo 4); dos grupos estabilizan sus producciones en el estado 3; de los cinco grupos que presentan

producciones clasificadas en el estado 4, dos lo logran solamente en la última observación (el trabajo final); y hay un grupo que presenta un retroceso al estado 2 en las últimas dos producciones.

Estos ritmos de progreso y avance variados pueden tener diferentes causas. La variedad de los momentos en los que se da el paso del estado 2 al estado 3 puede ser indicativo de una cierta dificultad para poner en juego y desarrollar las nociones de sistemas de representación y análisis fenomenológico. No obstante, la totalidad de los grupos logran superar esta dificultad. El paso del estado 3 al estado 4 es más complejo. Por un lado, hay grupos que no lo logran y otros que sólo lo alcanzan en el trabajo final. El trabajo final se diferencia del resto de las tareas. Es la tarea con mayor número de discrepancias. Dos grupos alcanzan el estado 4 solamente en esta observación. Estas características particulares de las producciones de los grupos de futuros profesores para el trabajo final son posiblemente consecuencia de la instrucción (en particular del ejemplo de diseño de unidad didáctica que se presentó en clase) y de los requisitos de la tarea misma, que la diferencia de las demás.

El análisis de las discrepancias (que, por razones de espacio, no presentamos aquí) sugiere una coherencia parcial entre la velocidad de progreso y el avance de los diferentes grupos, por un lado, y el número total de discrepancias que presentan, por el otro. Los grupos con mayor velocidad de progreso y avance (1 y 7) son también los grupos con menor número de discrepancias. Dos de los tres grupos con mayor número de discrepancias son los grupos con menor velocidad de progreso y avance. Las diferencias entre los grupos (en velocidad de progreso, avance y coherencia) pueden ser producto de diversos factores. Partimos del supuesto de que todos los grupos recibieron la misma instrucción (en el sentido de que, además de participar en la misma clase, los comentarios que se hicieron a sus producciones tuvieron un nivel similar de profundidad) y de que no hay necesariamente diferencias significativas entre los grupos al comienzo de la asignatura desde el punto de vista de sus conocimientos previos y sus intuiciones didácticas. Si lo anterior es cierto, entonces las diferencias en las producciones de los grupos deben surgir principalmente de dos fuentes: diferencias en los tópicos y diferencias en el funcionamiento interno del grupo a la hora de realizar las tareas.

La diferencia en los tópicos parece ser una conjetura viable para explicar, al menos parcialmente, las diferencias entre los grupos con mayor y menor velocidad de progreso y avance. Los grupos de mayor velocidad de progreso y avance tienen tópicos que corresponden a objetos matemáticos (funciones y gráficas, función de segundo grado, cónicas) cuyo análisis de contenido tiende a ser más fácil de desarrollar. En los tres casos, el tópico es rico en sistemas de representación y permite variedad en el análisis fenomenológico. Los tópicos de los tres grupos con menor velocidad de progreso y avance corresponden a un sistema de representación específico (números decimales), un tópico general (introducción a la probabilidad) y un procedimiento de resolución (sistemas de ecuaciones lineales). Por otro lado, tenemos evidencia de que el comportamiento particular de las producciones del grupo 8 (sistemas de ecuaciones lineales) también puede ser causado por problemas de coordinación entre los miembros del grupo.

REFERENCIAS

- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers professional knowledge. En R. Biehler *et al.* (Eds.) *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer, pp. 73-88.
- Carpenter, T. P. (1980). *Research in cognitive development*. En R. J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education* (pp. 146-206). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Carrillo, J., Coriat, M., & Oliveira, H. (1999). Teacher education and investigation into teacher's knowledge. En K. Krainer & F. Goffree (Eds.) *On research in mathematics teacher education* [On line]. Osnabrück: <http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/cerme1-group3.pdf>, pp. 99-145.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7, 251-293.
- Morine-Dershimer, G., & Kent, T. (2001). The complex nature and sources of teachers' pedagogical knowledge. En J. Gess-Newsome, N. G. Lederman (Eds.) *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education*. Dordrecht: Kluwer, pp. 21-50.
- Rico, L. (Investigador principal) (2002). *Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria (ICAFIPMAS)*. Memoria científico-técnica del proyecto. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.