

USO DE APPLETS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

Carlos Valenzuela García

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

carvaga86@hotmail.com

Olimpia Figueras Mourut de Montpellier

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

figuerao@cinvestav.com.mx

En este artículo se exponen avances de una investigación doctoral en la que se construye un Modelo Teórico Local sobre las fracciones y su enseñanza. Con ese marco de referencia teórico y metodológico se diseñan, desarrollan y se ponen a prueba en una comunidad de aprendizaje, constituida por alumnos del último año de primaria, secuencias de enseñanza que incluyen el uso de applets. El objetivo principal del estudio es mejorar los objetos mentales que tienen los miembros de la comunidad sobre las fracciones y a la vez desarrollar una cultura tecnológica dentro de la colectividad. En el presente documento se describen los resultados del análisis de applets; considerando sus componentes, el tipo de información que se proporciona, los significados de la fracción en juego y el tipo de interacción que puede tener el estudiante con el recurso informático. Se identifican ventajas y desventajas del uso de los applets con el objeto de estructurar lineamientos para incluir su empleo en secuencias de enseñanza.

Palabras claves: fracciones, objetos mentales fracción, Modelos Teórico Locales de fracciones, applets en la enseñanza.

Introducción

Pese a que la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones han sido, desde la década de los setenta, objeto de estudio de la matemática educativa, en los últimos años los resultados obtenidos en distintas pruebas nacionales muestran que una mayoría de los estudiantes de la educación básica en México enfrentan dificultades para usarlas (ver datos del examen Excale, INEE, 2009, 2010 y 2011).

Las pruebas antes citadas, específicamente las que se aplicaron a los alumnos de sexto grado de primaria en el año 2011, abarcan contenidos referentes a los números naturales, decimales y fraccionarios, de estos últimos se evalúan aspectos relacionados con su uso y la resolución de problemas. A nivel nacional se observa que el porcentaje de aciertos correctos correspondientes a la mayoría de los contenidos evaluados sobre las fracciones están por debajo del 50%, mientras que la mayoría de los contenidos evaluados referentes a los números naturales están por encima del 50%.

En el estado de Zacatecas los resultados no difieren a los obtenidos a nivel nacional, ya que de 33 contenidos referentes a las fracciones, sólo 8 de ellos están por encima del 50% de aciertos correctos, por ejemplo, con el 76% de aciertos correctos y siendo éste el máximo valor, los alumnos de sexto grado y de acuerdo a la prueba, logran ubicar una fracción mixta en la recta numérica, mientras que con el 19% de aciertos correctos logran resolver problemas de fracciones que relacionan dos números que representan la parte y el todo.

Se observa entonces que los alumnos obtienen mejor puntuación en los contenidos referentes a los números naturales y que además presentan mayor dificultad para resolver problemas que implican el uso de las fracciones, lo cual deja ver un problema para la educación matemática en México, ya que el conocimiento de las fracciones se ha caracterizado como uno de los predictores del desempeño en matemáticas de alumnos egresados de primaria hasta el bachillerato (Siegler *et al.*, 2012). Por ello, se considera necesario favorecer una constitución de objetos mentales de las fracciones (en el sentido de Freudenthal (1991)) desde la escuela primaria, particularmente en el último grado escolar de este nivel.

Por otro lado, debido a que existen estudios que han mostrado que se puede mejorar la enseñanza de las matemáticas usando la tecnología, ver por ejemplo (Drijvers *et al.*, 2010; Kieran y Yerushalmy, 2004; Santos-Trigo, 2004), ésta se ha incorporado de manera gradual en los planes y programas de estudio desde el nivel básico. Sin embargo, no todas las escuelas del país cuentan con los recursos tecnológicos adecuados para usarlos en la instrucción.

Las escuelas en comunidades marginadas con frecuencia carecen de una cultura tecnológica y difícilmente sus profesores reciben apoyo sobre la didáctica de las matemáticas, lo cual también es un problema para la educación, específicamente en las comunidades marginadas del estado de Zacatecas. Es por estas razones que se diseñó un proyecto de investigación que se sustenta en la formación de una comunidad de aprendizaje con alumnos de una zona marginada de Zacatecas. Dos son los objetivos principales de este proyecto: 1) Apoyar la formación de mejores objetos mentales de los estudiantes de sexto grado de primaria sobre las fracciones y 2) Favorecer el desarrollo de una cultura tecnológica de la comunidad de aprendizaje.

Para lograr dichos objetivos se construye un Modelo Teórico Local (MTL) de las fracciones con el objeto de diseñar, desarrollar y poner a prueba secuencias de enseñanza que incluyan el uso de applets que se encuentran de forma gratuita en internet.

En este artículo se enfoca la atención sobre el análisis de applets, debido a que en las actividades propuestas por quienes los diseñan se pueden identificar tanto beneficios de su uso, como sus sesgos y limitantes. Pero también, dicha revisión permite establecer

lineamientos para sustentar tratamientos didácticos en secuencias de enseñanza acerca de las fracciones, de manera que en ellas se incluyan algunas actividades propuestas en los applets que se analizan.

Los Modelos Teóricos Locales como marco teórico y metodológico

Las investigaciones que se hacen tomando como marco de referencia la teoría de los Modelos Teóricos Locales (MTL), de acuerdo con Filloy *et al.* (1999) y las interpretaciones que hacen Fernández y Puig (2002), parten de una toma de partido teórica por no utilizar teorías generales de enseñanza, el aprendizaje o la comunicación. Por el contrario, se trata de elaborar un MTL para dar cuenta de los procesos que se desarrollan cuando se enseñan algunos contenidos matemáticos concretos a alumnos concretos, pretendiendo además que esos modelos sean adecuados para interpretar ciertos fenómenos observados y así posteriormente proponer nuevos diseños experimentales.

La elaboración de modelos teóricos locales en una investigación juega un papel teórico y metodológico. Desde el punto de vista teórico los MTLs sirven para caracterizar el tipo de investigación, su alcance y su fundamento (Fernández y Puig, 2002, pág. 399). En este caso, con los MTLs se puede enfocar el objeto de estudio a través de cuatro componentes interrelacionadas: (1) modelos de competencia formal, (2) modelos de enseñanza, (3) modelos de procesos cognitivos, y (4) modelos de comunicación. Por otro lado, desde el punto de vista metodológico, por medio de los MTLs se organiza la investigación.

Por ahora el énfasis de la investigación está en la toma de partido teórico que se ha considerado en la componente formal, ya que con este marco se realiza el análisis de los applets, la exposición de los resultados obtenidos es el propósito de este artículo.

El modelo de competencia formal tiene como base la fenomenología didáctica de las fracciones desarrollada por Freudenthal (1983) y los subconstructos de los números racionales de Kieran (1988).

Componente formal del MTL

Fenomenología didáctica de las fracciones

En términos de Freudenthal (1983) se define la fenomenología de un concepto matemático, una estructura matemática o una idea matemática como la descripción de un *noumenon* en su relación con los *phainomena* para los cuales es el medio de organización, indicando cuáles son los *phainomena* para cuya organización fue creado y a cuáles puede ser extendido, de qué manera actúa sobre esos fenómenos como medio de organización y de qué poder nos dota sobre esos fenómenos.

Al realizar una fenomenología se pretende describir todos los fenómenos organizados por un concepto o medio de organización que se pueden encontrar, ya sea dentro o fuera del ámbito matemático, es decir, describir un par o una serie de pares de fenómenos-medios de organización.

Fenomenología didáctica de las fracciones

Presentar en su máxima extensión el análisis fenomenológico de las fracciones tal como lo expone Freudenthal (1983) escapa la intención de este documento, por ello se incluyen sólo ideas generales del autor, que son clave para identificar los significados de las fracciones que subyacen en los applets que se analizan.

El uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano. Freudenthal distingue algunos de estos usos en el lenguaje de todos los días, por ejemplo: *la mitad de...*, *un tercio de...*. Otros menos usuales como: *dos y un tercio veces de...*, por mencionar alguno. Estas expresiones se usan principalmente para *describir* o *comparar*, ya sea cantidades o valores de magnitudes. Otros usos más elaborados de las fracciones en el lenguaje aparecen en las frases: *rodar $3\frac{1}{2}$ veces una rueda*, *girar $2\frac{1}{2}$ veces la llave en la cerradura*, *$2\frac{1}{3}$ veces de largo que...*. En este caso se están describiendo o comparando procesos cíclicos o periódicos. Por medio de las expresiones: *35 millas por galón*, *3 de 5 partes*, *cada tercer lote gana*, *dos tazas de harina por una taza de leche*, se están describiendo *fracciones como razón*.

Las fracciones como fracturador. Otro de los fenómenos que distingue Freudenthal es el de producir fracciones (fracturar), por medio del cual se relacionan las partes con un todo. Esto podría surgir a partir del reparto equitativo, la partición y de dividir cantidades o magnitudes con o sin resto. Fracturar puede ser irreversible, reversible o simbólico.

En el proceso de causar fracciones a partir de la relación de un todo y sus partes, el todo puede ser discreto o continuo, definido o indefinido, estructurado o carente de estructura. En este proceso de fractura la atención puede ser hacia una parte, un cierto número de partes o incluso a todas las partes, las partes pueden estar conectadas o desconectadas, y el modo de dividir puede ser estructurado o no estructurado.

Es importante tener en cuenta que existen transiciones entre el todo discreto y continuo, en ocasiones hay objetos que pueden ser tan pequeños que hacen que el todo parezca continuo, como es el caso por ejemplo, de los granos de arena fina.

Las fracciones como comparador. Las fracciones sirven también para comparar cantidades, magnitudes u objetos que se separan unos de otros, ya sea por experimentación o imaginación. Dicha comparación se puede hacer de manera directa o indirecta. Además estas comparaciones se pueden hacer entre los objetos respecto al número o valor de la magnitud (la silla es la mitad de alta que la mesa) o entre los propios números o valores de magnitud (la altura de la silla es la mitad de la altura de la mesa).

La fracción aparece en un operador o una relación. En la medida en que el énfasis mental o experimental esté en algo dinámico o estático, la fracción aparece en un operador o en una relación: 'partiendo por la mitad' –dinámico–, 'la mitad de grande' –estático–. Tanto el *operador fracción* como la *relación de fractura* pueden respectivamente actuar sobre objetos y relacionar entre sí objetos, cantidades y valores de magnitudes.

Si los objetos que se comparan es el todo con sus partes, o al menos así se consideran, entonces la fracción aparece como *operador fracturante* (dinámico) o *relación de fractura* (estático), el operador fracturante actúa sobre objetos concretos rompiéndolos en partes equivalentes. Si el todo y la parte se consideran separados, entonces se habla de la *fracción como relación de razón*, sí se comparan cantidades y magnitudes, entonces la fracción aparece como *operador razón*, que transforma un número, una longitud, o un peso en otro, es decir, coloca las magnitudes o cantidades en una razón, unas respecto de otras.

De la relación razón establecida entre objetos se puede pasar al operador razón, esto mediante un estadio intermedio de la *fracción como transformador*, como por ejemplo, prolongando 2 $\frac{1}{2}$ veces una magnitud o cantidad, esta operación se realiza sobre el objeto mismo, aunque no por ruptura como en el caso de operador fracturante, sino como aplicación y deformación.

Por último, el *operador fracción* aparece en el campo de los números, ya sea como medidora que precede a una magnitud, por ejemplo $\frac{1}{2}$ kg, como inverso del operador multiplicación, y la fracción como un número racional. A este fenómeno se le llama el *operador fracción formalmente definido*.

Subconstructos de una red ideal del conocimiento de número racional

Las ideas de Kieren (1988) que subyacen en la red ideal para la construcción de conocimiento de número racional que él elabora, también se toman como marco de referencia teórico. En dicha red el autor muestra subconstructos que llama intuitivos y otros denominados formales. Hay elementos que son parte del plano de los hechos con los cuales se forman constructos mentales. Tres son los mecanismos constructivos que permiten sustentar el conocimiento posterior, en particular el de la fracción unitaria: el constructo *partición*, el de *equivalencia* y el de la *generación de unidades divisibles*.

Kieren identifica cuatro subconstructos o significados de número racional: 1. la *fracción como medida* –se reconoce como la asignación de un número a una región o a una magnitud, resultado de la partición equitativa de una unidad en relación con otra–; 2. la *fracción como cociente*–se refiere al resultado de la división de uno o varios objetos entre un número determinado de personas o partes–; 3. la *fracción como operador*–juega el papel de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto, por ejemplo, la

amplificación o la reducción de una figura–, y 4. la *fracción como razón* –considerada como la comparación numérica entre dos magnitudes–.

Análisis de Applets

La estructura del análisis que se ha llevado a cabo en el escrutinio de applets diseñados para aprender aspectos diversos sobre las fracciones se compone de (1)la información general del applet, (2)la descripción general, (3)la descripción de la(s) unidad(es) del menú, (4)los nombres e indicaciones de la actividad o práctica, (5)el tipo de información que el applet proporciona al sujeto, (6)los significados de la fracción que están en juego, y (7)la tipificación de la interacción que puede tener el estudiante con el recurso informático.

Para ilustrar cómo se ha realizado el análisis de los applets, en este documento se describen los resultados obtenidos por ese medio una parte de la unidad de un applet denominada ‘Las fracciones para medir’, en particular se ejemplifica el proceso usando la actividad ‘Lu Chin’ y la práctica ‘colorea’. Uno de los motivos de selección de este applet es porque aparece como recurso tecnológico propuesto en los libros de texto 2011 de la Secretaria de Educación Pública (SEP).

Información general

A continuación aparece la información general del recurso informático en cuestión.

Applet: La medida, fracciones y decimales

Dirección web:

<http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/fracciones/menu.html>

Institución: Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa (CNICE), del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de España. C/ Torrelaguna, 58. 28027 Madrid. Tel.: 91 377 83 00 Fax: 91 3771828 ISSN: 1696-0823 <http://reddigital.cnice.mec.es/6/Portada/portada.php>

Autores: Enrique Hernán, Laura Hernán y Marisa Carrillo.

Diseño: Enrique Hernán, Laura Hernán, Marisa Carrillo y Elvira Zamorano.

Coordinador: Fernando Carmena.

Descripción general

El applet contiene un menú con 6 unidades (fracciones para medir, fracciones para comparar, fracciones equivalentes, ordenar fracciones, suma y resta de fracciones, multiplicación y división de fracciones), cada una con cinco secciones. Un área denominada “sabías que...” en donde se incluyen oraciones que comúnmente utilizamos en la vida diaria. Un área de “Enlaces” que contiene vínculos con otras páginas en las que se pueden usar las fracciones de manera dinámica a través de la web.

Otra área es la “zona del profesor”, en ella se muestran consideraciones que debe tener en cuenta el docente para la enseñanza de las fracciones, una guía de apoyo para el maestro en donde podrá conocer el programa y cómo funciona. En este apartado se presentan también las soluciones de los ejercicios para imprimir y los test que se proponen en cada unidad para que el estudiante los haga sobre papel. Ver Figura 2a.

Unidad 1. Las fracciones para medir

La unidad está conformada por cinco secciones: 1. Contenidos, 2. Actividades (*Lu Chin* y *tú mandas*), 3. Práctica (*urna*, *colorear*, *rojos y azules*, y *escalas*), 4. El test, y 5. Ejercicios para imprimir. Ver Figura 2b.

Figuras 2a Menú principal de los applets y 2b secciones de la unidad 1



Contenidos

En esta sección aparecen siete oraciones, tres de ellas contienen ejemplos. Se observa que los autores hacen referencia al significado de las fracciones como parte de un todo, señalan el numerador y denominador en la expresión de una fracción relacionándola con el todo y las partes. Además, ellos relacionan el símbolo $\frac{m}{n}$ de la fracción con la manera en que se lee o nombra, ponen por ejemplo $\frac{1}{2}$ *un medio*, $\frac{6}{9}$ *seis novenos*, y así de la misma manera incluyen una lista de 15 ejemplos. Ellos introducen las fracciones decimales a partir de puntos en la recta numérica y hacen referencia a las fracciones impropias con una oración del tipo “cuando el numerador es mayor que el denominador se puede descomponer”, uno de los ejemplos que ellos proporcionan es el siguiente: $\frac{5}{4}$ son $\frac{4}{4}$ y $\frac{1}{4}$, o sea 1 y $\frac{1}{4}$.

Actividades

En esta sección hay dos actividades, a continuación se presenta el análisis de “Lu Chin”.

Lu Chin. ¿En cuántas partes iguales lo corto?, pregunta el panadero Lu Chin. Por medio de una animación el panadero hace una partición de ‘una barra de pan’. Se muestran distintas opciones: partición en 5, 6, 8 o 10 partes. Ver Figura 3a.

Tipo de información que el applet proporciona al sujeto. Por medio de una animación se muestra como el panadero toma n partes del ‘bizcocho dividido en partes iguales’, no necesariamente consecutivas (las partes en las que se divide el bizcocho visualmente parecen diferentes; las rebanadas de las orillas de la barra del pan se ven más pequeñas que el resto de las rebanadas, por el borde superior que está curvado). Al tomar las partes el panadero, a veces inicia por un extremo y en otras no, es decir, la elección de las partes no tiene estructura. A un costado de la animación aparece el precio del bizcocho (en euros, dicha información no se usa en esta parte de la actividad). Con el applet se muestran 4 ejemplos distintos, las animaciones se pueden repetir tanto como se quiera.

Debido al tipo de particiones que hace el panadero y a las partes que él toma; en esta actividad aparecen solamente las fracciones: $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{3}{10}$.

Las cuatro animaciones están agrupadas por los autores bajo el rubro “medir”, por ello se interpreta que ‘se está midiendo’ usando las unidades fraccionarias $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$, respectivamente en cada uno de los caso ejemplificados por el panadero.

El significado de la fracción. En esta actividad el significado de la fracción es el de fracturador, en el sentido de Freudenthal. Los símbolos se usan para describir la porción del bizcocho que toma el panadero, es decir, la fracción sirve de descriptor. El todo es definido, continuo y la elección de las partes no tiene estructura.

Desde el punto de vista de Kieren, el mecanismo de la partición juega un papel relevante en esta animación.

Si se toma en cuenta la intencionalidad de los autores, la fracción unitaria aparece como una medida del todo y la parte. Por ello, la fracción aparece como mensurador, subconstructo considerado por Kieren y denominado medida y el aspecto de la fracción considerado por Freudenthal es el de la fracción como medidora.

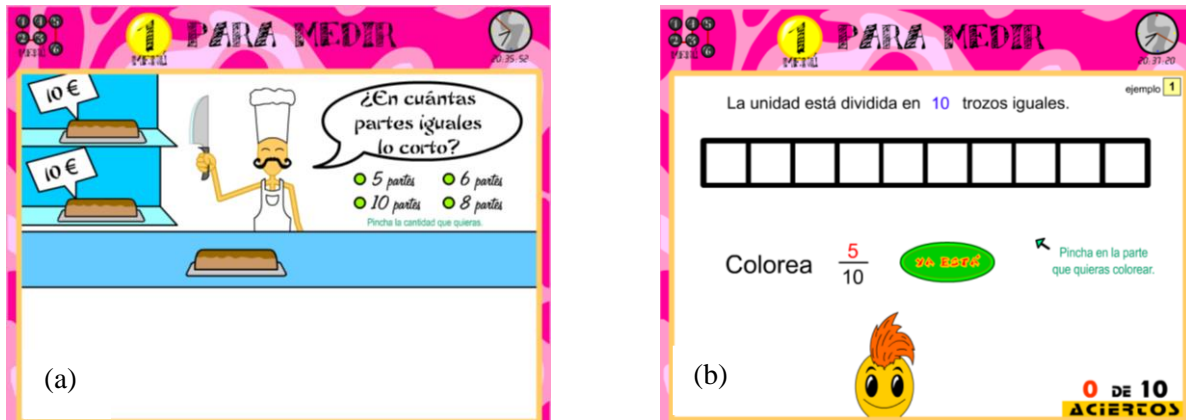
La interacción del usuario con el applet. Este aspecto se considera la interacción, por ahora, como la acción que efectúa el sujeto ante un objeto, en este caso el applet. En esta actividad el usuario elige el número de partes en las que el panadero divide el bizcocho. Además, se le proporciona la siguiente información:

- el número de partes iguales en las que se dividió el todo (un bizcocho),
- el nombre de la parte que el panadero tiene en la mano,
- la representación de esa parte usando símbolos, y

- la identificación del numerador y denominador en el símbolo m/n.

De esta manera se sugiere al usuario leer para decodificar lo que se representa, tanto por medio de una animación de las acciones que se hacen sobre los objetos -el todo y las partes-, como de manera verbal, simbólica y gráfica.

Figuras 3a Actividad *Lu Chin* y 3b Práctica *Colorea*



Práctica

Esta sección del applet está formada por cuatro actividades, se presenta en este documento el resultado del análisis de la parte denominada “colorea”.

Colorea. El todo está dividido en n trozos iguales, Aparece en la imagen del applet la instrucción: ‘Colorea la fracción $\frac{m}{n}$ indicada’. Ver Figura 3b.

El tipo de información que el applet proporciona al sujeto. La práctica consta de 10 ejercicios. El todo –un rectángulo– que está dividido en 10 o 20 partes iguales -cuadrados-. Para la división del todo en 10 partes iguales aparecen las fracciones:

$$\frac{5}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{6}{10} \text{ y } \frac{1}{10}$$

Para una división del todo en 20 partes iguales aparecen las fracciones:

$$\frac{13}{20}, \frac{15}{20}, \frac{7}{20}, \frac{12}{20} \text{ y } \frac{6}{20}$$

Al colorear más o menos de la fracción indicada aparece la leyenda al lado de la barra: “No es correcto”. No se puede corregir; al intentarlo aparece de fondo un “Grrr”.

Como se mencionó antes, esta práctica del applet está bajo el rubro “medir”, por ello se interpreta que las unidades fraccionarias $1/10$ y $1/20$ están consideradas por los autores como unidades de medida.

El significado de la fracción. En esta práctica el significado que subyace de la fracción es el de fracturador, en términos de Freudenthal. El todo es definido continuo,

pero como aparece dividido y el usuario no interviene en esa partición, las partes ya están definidas, entonces se puede considerar un todo discreto con estructura, donde la elección de las partes puede no tener estructura, ya que se puede seleccionar para colorear cualquiera de las partes sin necesidad de seguir un orden o secuencia.

De acuerdo con Kieren, el uso de la fracción está inmerso en el mecanismo constructivo de la partición.

La intencionalidad de los autores del applet es que el usuario considere a la fracción unitaria como una medida (en el sentido de Kieren y Freudenthal), tanto para medir el todo, como para medir la parte. Por ello, la fracción aparece como medida, pero las medidas permiten también establecer una relación de fractura, es decir, la fracción aparece en una relación fracturante, si el énfasis se pone en la comparación del tamaño del todo con el de la parte entonces la fracción aparece en un operador fracturante.

La interacción del usuario con el applet. El usuario debe colorear la fracción del todo que se indica, las partes en que se divide el todo ya están definidas en la imagen del todo que arroja el applet, se pone énfasis en el numerador de la fracción ya que aparece de color rojo.

Para realizar la práctica el usuario lo podría hacer contando y seleccionando de una en una a las partes (numerador). O también puede seleccionar una parte del todo como medida, no necesariamente la fracción unitaria $1/10$ o $1/20$. Por ejemplo, para colorear $13/20$, se podría tomar la mitad del todo como medida, es decir $1/2$, y de ahí se sabe que $1/2$ de 20 son 10, así, para completar la fracción faltan seleccionar 3 partes.

Al usuario se le proporciona la siguiente información:

- el número de partes iguales en las que está dividido el todo (10 o 20),
- una representación gráfica del todo dividido en n partes iguales ($n=10$ o 20),
- la fracción, de forma simbólica, que el usuario debe representar de forma gráfica

Se sugiere al usuario leer la fracción que se representa de manera simbólica para hacer una representación gráfica de ese mismo objeto, esto a través de la elección de las partes indicadas por el applet.

Conclusiones

El análisis de applets encontrados en internet que son de uso libre condujo a la identificación de fenómenos o situaciones en las que se usan las fracciones que son familiares para los alumnos, como es el caso de la panadería de *Lu Chin*. Por medio de estos recursos informáticos se posibilita la representación visual de dichas situaciones a través de animaciones, símbolos, gráficas o lenguaje escrito. Lo cual puede ser un elemento que motive a los estudiantes, tanto a usar la tecnología, pero sobre todo a

reflexionar sobre los diferentes aspectos que conforman el conocimiento sobre las fracciones.

Una de las limitaciones del diseño de los applets, que también lo tienen las actividades de lápiz y papel es que las situaciones diseñadas se enfocan a un uso particular de las fracciones y se dejan de lado usos relevantes para un conocimiento perdurable de las fracciones, o bien para ser un mejor usuario de las fracciones. Por ejemplo, la actividad de *Lu Chin* se enfoca en el uso de la fracción como fracturador o como medidora si se toma en cuenta la intención de sus autores.

Sin embargo, esta misma situación da pauta para ampliar los usos de la fracción, ya que si se emplea tal como está y posteriormente se varía el precio total del bizcocho, entonces se pueden proponer situaciones en las que aparezca la fracción como operador, con la intención de obtener el precio de una rebanada del bizcocho, o de cierto número de partes. Así mismo se pueden plantear cuestionamientos verbales como: ¿qué parte del bizcocho se queda en la mesa?, ¿qué fracción es mayor, la que toma el panadero o la que se queda en la mesa?, ¿qué fracción representa lo que toma el panadero respecto a lo que se queda en la mesa? Preguntas como éstas permiten poner énfasis en la fracción como comparador.

Desde una perspectiva diferente, se observa que, en general las actividades de los applets que se han analizado permiten proponer otras tareas que se refieren a situaciones que los miembros de la comunidad pudieran haber experimentado.

Otra conclusión importante de los resultados obtenidos al hacer un escrutinio detallado de los applets es que éstos, pese a sus limitaciones, pueden ser utilizados como un punto de partida en las secuencias de enseñanza que incluyen las fracciones en sus diferentes usos, puesto que contienen situaciones que permiten visualizar las acciones que se hacen sobre los objetos, por ejemplo: fracturar, comparar y transformar entre otros.

Los resultados del análisis realizado a los applets puede servir para mostrarle al profesor las ventajas de usar esos recursos en la instrucción, con lo cual no sólo se favorece una reflexión sobre lo que él sabe sobre las fracciones, sino también le muestra medios para ir sustentando una cultura tecnológica en su aula y para mejorar el aprendizaje de sus alumnos en ambas líneas de conocimiento.

Referencias

- Drijvers, P., Kieran, C. y Mariotti, M.A. (2010). Integrating technology into mathematics education: theoretical perspectives. En Hoyles, C. y Lagrange, J.-B. (Edits.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (pp. 89-132). Springer Science Business Media.
- Fernández, A. y Puig, L. (2002), Análisis fenomenológico de los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad. *La gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 5.2, 397-416.
- Fillooy, E., Rojano, T. Puig, L. y Rubio, G. (1999), Aspectos teóricos del álgebra educativa. Grupo Editorial Iberoamérica, México, DF.
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Dordrech: D. Reidel.
- Freudenthal, H. (1991), *Revisiting mathematics education: china lectures*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Kieran, C. y Yerushalmy, M. (2004). Research on the role of technological environments in algebra learning and teaching. En Stacey K., Chick, H. y Kendal, M. (Edits.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI Study* (pp. 99-152). Dordrecht: Kluwer.
- Kieren, T. (1988), "Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development", en Hiebert, J. y Behr, M. (Edits.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, (vol. 2, pp. 162-181), Reston, National Council of Teachers of Mathematics.
- Santos-Trigo, M. (2004). Students' Processes of Reconstructing Mathematical Relationships Through the use of Dynamic Software. En McDougall, D.E y Ross, J. A. (Edits.), *Proceedings of the Twenty-sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (475-489). Toronto: OISE/UT.
- Siegler, S., Duncan, J., Davis-Kean, E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., et al. (2012) Early predictors of high school mathematics achievement. *Journal of the Association for Psychological Science*, 23(7) 691-697.