

PROPOSTAS METODOLÓGICAS PARA O TRABALHO INTERDISCIPLINAR ENTRE A MATEMÁTICA E A FÍSICA: POTENCIALIDADES E CONTRIBUIÇÕES

METHODOLOGICAL PROPOSALS FOR INTERDISCIPLINARY WORK BETWEEN MATHEMATICS AND PHYSICS: POTENTIALITIES AND CONTRIBUTIONS

Robson Kleemann; Vitor José Petry

E. E. E. B. Gov. Irineu Bornhausen (Brasil). Universidade Federal da Fronteira Sul (Brasil)
robson.kleemann@hotmail.com, vitor.petry@uffs.edu.br

Resumo

Nesta pesquisa foram elaboradas três propostas metodológicas com o desenvolvimento de objetos virtuais de aprendizagem - OVA, visando o ensino de Matemática a partir de situações-problema abordadas, com maior especificidade, na disciplina de Física, tendo como ferramenta de apoio o *software* GeoGebra. O trabalho tem como objetivo, investigar as potencialidades e possíveis contribuições da aplicação dessas propostas em aulas de Matemática e Física no Ensino Médio, para a aprendizagem dos conceitos teóricos abordados e sua relação com o mundo real. Caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa em que se desenvolve um estudo de possibilidades em um exercício de imaginação pedagógica. Identificaram-se evidências de que o uso dos OVA constituem-se como importantes elementos auxiliares no processo de aprendizagem, contribuindo principalmente na motivação e interação dos alunos, não dispensando, porém, sistematizações e a formalização dos conceitos neles abordados.

Palavras chave: imaginação pedagógica; Interdisciplinaridade; OVA; GeoGebra

Abstract

This research presents three methodological proposals designed with the development of virtual learning objects (VLO) focused on Mathematics teaching based on problem situations, specifically, in Physics discipline, using the GeoGebra software. The work aims to investigate the potentialities and possible contributions of implementing these proposals in high school Mathematics and Physics classrooms, to the learning of the tackled theoretical concepts and their relationship with the real world. It is characterized as a qualitative research in which a study of possibilities is developed in a pedagogical imagination exercise. It was evidenced that the use of VLO constitute important auxiliary elements in the learning process, contributing mainly to the students' motivation and interaction; without providing, however, systematizations and formalizations of the concepts addressed in them.

Key words: Pedagogical imagination; interdisciplinary; VLO; GeoGebra.

■ Introdução

A possibilidade de desenvolver atividades provenientes de situações práticas através da resolução de problemas de outras áreas de conhecimento, usando conceitos abordados na disciplina de Matemática, tem-se mostrado uma alternativa para superar desafios e dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem. A inserção dessas atividades no planejamento das aulas, permite uma aproximação dos conceitos matemáticos com situações-problema reais, instigando no aluno o desenvolvimento e a capacidade de pesquisa, resgatando a teoria matemática para resolver e/ou explicar determinado fenômeno envolvido no problema. Algumas opções metodológicas para o ensino da Matemática e áreas afins, são apontadas por diversos autores, como o trabalho interdisciplinar, sugerido por Tomaz e David (2013) ou o uso de recursos tecnológicos apontado por Moran, Masetto e Behrens (2012).

Nesta pesquisa, foram elaboradas três propostas metodológicas visando o ensino de Matemática a partir de situações-problema abordadas com maior especificidade na disciplina de Física. Constitui-se como problema principal dessa pesquisa, investigar as potencialidades e possíveis contribuições da aplicação das propostas metodológicas em aulas de Matemática e Física do Ensino Médio. Assim, tem-se como objetivo, identificar potencialidades e possibilidades de contribuição das propostas baseadas em relações interdisciplinares. Para tanto, desenvolve-se um exercício de “imaginação pedagógica”, conforme sugerido por Skovsmose (2015).

Exploram-se nas propostas metodológicas, possíveis relações a serem estabelecidas entre alguns conteúdos específicos das disciplinas presentes no currículo escolar do Ensino Médio, propondo um resgate dos principais conceitos matemáticos possíveis de serem explorados junto às situações-problema utilizadas para o ensino da Física, na tentativa de justificar os fenômenos envolvidos. Como ferramenta complementar e suporte tecnológico para o desenvolvimento das propostas foi usado o *software* livre GeoGebra, visando a confecção de objetos virtuais de aprendizagem - OVA (ou objetos virtuais, conforme definição usada por alguns autores citados ao longo do texto) e possibilitando a manipulação de dados, permitindo uma visão mais abrangente do assunto a ser explorado.

■ Marco teórico

Neste trabalho discutem-se potencialidades e possibilidades ao trabalhar conteúdos da Matemática com problemas geralmente abordados na disciplina de Física, relacionando conceitos científicos inerentes a ambas. Essa relação interdisciplinar é importante para a aprendizagem do aluno de forma a desenvolver a percepção de que muitos problemas do seu cotidiano são resolvidos a partir da aplicação de conceitos abordados por diferentes áreas do conhecimento. Para desenvolver essa compreensão nos alunos é considerada importante que propostas metodológicas sejam elaboradas e repensadas constantemente, reformulando e adequando as já existentes, ou desenvolvendo novos materiais e objetos a serem utilizados no ambiente escolar. De acordo com Tomaz e David (2013), o desenvolvimento dessas propostas deve considerar a importância da contextualização ao partir de uma situação-problema do cotidiano, recorrer a conceitos específicos de determinada(s) disciplina(s) na busca por diferentes hipóteses na explicação do fenômeno associado.

Acredita-se que a aprendizagem ocorre, de modo mais eficiente, a partir do momento em que o aluno consegue justificar suas hipóteses e até mesmo questionar proposições apresentadas, obtendo conclusões acerca dos problemas em tela, com base em conhecimentos constituídos em diferentes disciplinas de seu currículo escolar, superando a fragmentação dos conceitos isolados nas disciplinas, o que corrobora com a afirmação dos autores:

[...] Essas propostas pretendem mudar o isolamento e a fragmentação dos conteúdos, ressaltando que o conhecimento disciplinar por si só não favorece a compreensão de forma global e abrangente de situações da realidade vividas pelo aluno, elegendo dois princípios básicos para o ensino de Matemática: o da contextualização e o da interdisciplinaridade. (Tomaz e David, 2013, p. 14).

Ainda, de acordo com Tomaz e David (2013), apesar da importância de o ensino da Matemática estar articulado com as várias práticas e necessidades sociais, nem todo o conhecimento deve necessariamente ser aprendido a partir das situações da realidade do aluno. Eles propõem que as contextualizações devam ocorrer também a partir da relação com outras áreas do conhecimento, especialmente abordando problemas inerentes a essas áreas, usando os conceitos e conhecimentos da Matemática na abordagem de tais problemas. Nessa concepção, consideram a interdisciplinaridade como um processo de “transferência de aprendizagem”, que se torna mais eficiente e autônoma, a partir do momento em que os alunos desenvolvem a capacidade de “transferir” seus conhecimentos de matérias distintas ao buscar justificativas para fenômenos de uma matéria específica. Destacam ainda a importância da participação do professor como mediador neste processo e coparticipante na “transferência de aprendizagem”. Discutir conceitos matemáticos a partir de problemas explorados ou explicados na Física é um exemplo de trabalho interdisciplinar, de acordo com a proposição de Tomaz e David. É importante observar que trabalhar de forma interdisciplinar “[...] não consiste no aprender um pouco de tudo, mas no enfrentar o problema (explicativo, previsível, interpretativo) com toda a competência do especialista que domina o problema, suas dificuldades, as explicações e previsões dos outros competentes.” (Yared, 2008, p. 162). A autora defende ainda que o trabalho interdisciplinar favorece um ambiente de colaboração e de “divisão do trabalho” entre os agentes de diferentes áreas ou disciplinas e sugere um conjunto de ações entre disciplinas abertas sempre a novas relações que se vai descobrindo. Entende-se dessa forma, a interdisciplinaridade como “toda interação existente dentre duas ou mais disciplinas no âmbito do conhecimento, dos métodos e da aprendizagem delas.” (Yared, 2008, p. 162).

Fazenda (2011) também destaca o caráter integrador do trabalho interdisciplinar, além de sugerir que estabelecer relações interdisciplinares corresponde a trabalhar com situações-problema que sejam do interesse do aluno e que também são investigadas em outras disciplinas, permitindo ao aluno uma interligação dos conceitos. Dessa forma, o desenvolvimento de atividades interdisciplinares pautado no uso de métodos diferenciados de ensino, visa proporcionar o enriquecimento do processo de ensino-aprendizagem e uma visão mais abrangente por parte do aluno, a partir do resgate e do cruzamento de conceitos comuns a todas as disciplinas que atuam de modo complementar.

Por outro lado, o uso das mídias tecnológicas para o desenvolvimento de metodologias de ensino e a inserção dos recursos tecnológicos (como os OVA, por exemplo) na aplicação e planejamento da atividade docente pode impulsionar a aprendizagem dos conteúdos curriculares e fortalecer a prática pedagógica do professor. Nesse sentido, é importante que o professor tenha condições de usar e desenvolver OVA a partir de *software* disponíveis, a fim de proporcionar maior compreensão dos conceitos abordados em suas aulas, permitindo melhor visualização, seja geométrica ou algébrica, dos objetos de estudo.

Entende-se que um trabalho interdisciplinar, juntamente com o desenvolvimento e manipulação de OVA, facilite a compreensão dos conceitos e teorias envolvidos na resolução dos problemas abordados de modo a favorecer uma aprendizagem significativa. De acordo com Jahn, *et al.* (2014, p. 19) o uso da tecnologia digital deve servir essencialmente para “[...] abrir o leque de possibilidades para o fazer e o pensar matemático, buscando reconhecer e valorizar os conhecimentos e diferentes formas de expressão dos estudantes, a fim de estabelecer um permanente diálogo com a prática educativa”. Assim, “[...] o uso da tecnologia está além do ‘fazer melhor’, ‘fazer mais rápido’, trata-se de um ‘fazer diferente’” (Rolkowski, 2011, p. 102). Moran, Masetto e Behrens (2012) sugerem o uso da tecnologia como um meio de mediação pedagógica, porém alertam que “ensinar com novas mídias será uma revolução se mudarmos simultaneamente os paradigmas convencionais do ensino que mantém distantes professores e alunos.” (Moran, Masetto e Behrens, 2012, p. 63).

Uma das formas de usar as tecnologias em sala de aula é através do desenvolvimento e/ou a interação com OVA, cuja utilização como instrumento de aprendizagem já vem sendo discutida desde a década de 1990, por serem considerados importantes aliados no processo de ensino e aprendizagem devido sua capacidade de simular e animar fenômenos e pela facilidade de proporcionar diferentes representações de objetos, especialmente geométricos, no caso do ensino de Matemática. Segundo Audino e Nascimento (2010, p. 133), “[...] qualquer material digital que

possa ser reutilizado para dar suporte ao ensino é considerado um objeto de aprendizagem”. Já para Hay e Knaack (2007), objetos virtuais de aprendizagem são todas as ferramentas interativas que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes. Sua principal função é auxiliar no estímulo ao desenvolvimento de capacidades, como, por exemplo, imaginação e criatividade.

Ao desenvolver novas propostas metodológicas para o ensino de Matemática, tem-se a possibilidade de fazer um exercício de “imaginação pedagógica”, conforme sugerido por Skovsmose (2015). Segundo o autor, este é um processo importante “para sugerir que práticas educativas alternativas são possíveis” (p. 76), considerando ainda que essa imaginação é “parte integrante da pesquisa educacional que não permanece no paradigma descritivo, pois ela é fundamental a pesquisa de possibilidades educacionais” (p. 76).

Skovsmose (2015) defende que a imaginação pedagógica necessita de combustível e de recursos para ocorrer, sendo importante na busca de alternativas para o processo de ensino e aprendizagem constituindo-se em uma “pesquisa de possibilidades” através de um “raciocínio exploratório” como o relacionamento entre diferentes situações, sejam atuais, experimentais, arranjadas ou imaginárias em todas as suas multiplicidades. Seu objetivo é o de “desenvolver uma compreensão mais profunda da situação imaginada [...] é por meio desse processo que a situação imaginada se torna fundamentada” (Skovsmose, 2015, p. 79). Assim, sugere estudar situações imaginadas com base nos recursos gerados na situação arranjada, transformando a imaginação em alternativas mais acessíveis e estabelecendo novas possibilidades ou formas de abordagem dos conteúdos a serem trabalhados com os alunos. Desta forma, entende-se que este tipo de pesquisa é possível a partir da avaliação das potencialidades que as propostas metodológicas podem proporcionar para o ensino de Matemática e Física de forma interdisciplinar, permitindo imaginar além do que eventualmente ocorreria em um estudo de caso, por exemplo.

A imaginação pedagógica desenvolvida neste trabalho foi subsidiada pela percepção de alguns professores que atuam no Ensino Médio em pelo menos uma das duas disciplinas, sendo a coleta desses dados realizada a partir da aplicação de um questionário *online* com questões abertas e fechadas juntamente com a apresentação das propostas.

■ Metodologia

Neste trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, sendo os dados submetidos a análise textual discursiva, conforme proposto por Moraes e Galiazzi (2007). Desenvolve-se uma pesquisa de possibilidades em um exercício de imaginação pedagógica, a partir da elaboração de propostas metodológicas, visando um trabalho interdisciplinar para a resolução de problemas reais geralmente relacionados à disciplina de Física. Exploram-se nas propostas metodológicas, possíveis relações a serem estabelecidas entre conteúdos específicos das disciplinas presentes no currículo escolar do Ensino Médio, propondo um resgate dos principais conceitos matemáticos possíveis de serem explorados junto às situações-problema, na tentativa de justificar os fenômenos envolvidos. Como ferramenta complementar e suporte tecnológico para o desenvolvimento das propostas foi usado o *software* livre GeoGebra, visando a confecção de OVA com possibilidade de interação e manipulação, permitindo uma visão mais abrangente do assunto a ser explorado.

As propostas metodológicas foram desenvolvidas considerando como problema inicial três conteúdos abordados na disciplina de Física: 1 - espelhos esféricos e a caracterização das imagens a partir da posição do objeto em relação ao espelho; 2 – ondas e sinais de satélites; 3 - Leis de Kepler e o lugar geométrico da trajetória descrita pelos planetas em torno do Sol.

Buscando a contribuição de professores que atuam no Ensino Médio nas referidas disciplinas, foi elaborado um questionário onde inicialmente estes foram convidados a elencar os conteúdos, conceitos e/ou abordagens relacionados as disciplinas de Matemática e/ou Física que considerassem que possam ser trabalhados e explorados

em sala de aula relativo a cada um dos problemas propostos. Após esse exercício inicial foi apresentada uma proposta metodológica elaborada para cada um dos problemas sugeridos.

Foram disponibilizados vídeos com a apresentação dos OVA, os *links* de acesso e instruções para interação com cada um dos objetos. Nessa apresentação também foram definidos os problemas da Física relativos a cada um dos conteúdos propostos. No final do questionário também foram convidados a trazer suas percepções sobre as possibilidades de trabalhar de forma interdisciplinar e de usar OVA em suas atividades docentes. O objetivo do questionário não foi o de ter um panorama da percepção dos professores com a finalidade de fazer generalizações, mas somente de considerar as contribuições desses no exercício de imaginação pedagógica, não havendo a preocupação nesse trabalho com o tamanho da amostra de respondentes.

■ Resultados e análise

Nesta seção são apresentados os resultados da elaboração das três propostas metodológicas com o respectivo exercício de imaginação pedagógica com a participação de seis professores, sendo cinco professores de Matemática, enquanto quatro atuam ou já atuaram como professores de Física. Para cada uma das propostas são elencadas inicialmente as possibilidades sugeridas pelos professores a partir da proposição do tema. Na sequência são apresentados ao leitor alguns aspectos das propostas e dos OVA, seguidos das percepções adicionais dos professores após a interação com o material, analisando as possibilidades ou potencialidades de abordagens com o material proposto, considerando também, além da opinião dos professores, a percepção dos autores dessa pesquisa.

Na proposição do primeiro problema - espelhos esféricos e a caracterização das imagens a partir da posição do objeto em relação ao espelho - em sua abordagem inicial os professores elencaram alguns tópicos e conteúdos a serem trabalhados, relacionados ao problema proposto. Optou-se em apresentar os tópicos com as expressões usadas pelos professores, e, no caso dos tópicos sugeridos com a mesma abrangência por mais de um professor, esse é apresentado uma única vez. Assim, nesta abordagem foi apontada a possibilidade de trabalhar com geometria, retas paralelas, retas transversais, conceito de esfera, secções de uma esfera, raio de esfera, foco, vértices, ângulos, paralelismo, vetores, reflexão, projeção, imagens, óptica, explorar conceitos de côncavo e convexo. Houve também um professor que afirmou ser possível discutir com os alunos aspectos relacionados ao funcionamento dos projetores, espelhos bucais utilizados pelos dentistas, retrovisores de carros, espelhos de segurança encontrados em lojas, corredores de supermercados, etc. Observa-se nessa análise algumas respostas com abrangência bastante ampla, como no caso de quem sugeriu trabalhar geometria, sem especificar quais tópicos de geometria possam ser explorados. Observa-se também uma preocupação com a contextualização.

Para esta primeira proposta foram desenvolvidos e disponibilizados aos professores, quatro OVA. Além dos objetos, foi disponibilizado um vídeo de apresentação do tema, dos objetos e algumas instruções para possibilitar melhor interação. Inicialmente considera-se que um espelho esférico consiste em parte da superfície esférica (superfície da calota esférica) cujo centro de curvatura coincide com o centro C da esfera que deu origem ao espelho, o vértice V é um ponto pertencente à esfera de forma que o objeto a ser observado fique sobre o eixo CV , sendo o foco o ponto médio de CV . A distância focal, equivale à metade da medida do raio da esfera, e, por definição, é positiva nos espelhos côncavos e negativa nos espelhos convexos. Para a compreensão do processo de formação de imagens, nos materiais didáticos de Física para o Ensino Médio, dentre eles, Artuso e Wrublewski (2013), são apresentadas quatro propriedades, das quais duas são verificadas geometricamente e as outras são aproximações do ponto de vista matemático.

O primeiro OVA tem como principal finalidade a compreensão dessas propriedades, desconsiderando-se os erros gerados pelas aproximações mencionadas. Ao interagir com o objeto é possível escolher a propriedade a ser observada e “animar” o controle deslizante para visualizar vários raios diferentes incidindo de acordo com a propriedade escolhida, conforme mostrado na figura 1. No OVA também é possível acionar uma caixa de diálogo

com instruções para melhor interagir com o objeto. No segundo OVA é possível observar a formação de imagens de acordo com a posição do objeto em frente ao espelho que pode variar quando é ativada a animação de controles deslizantes. Além da posição, é possível também comparar o tamanho da imagem formada com o tamanho do objeto e os casos em que não ocorre a formação da imagem.

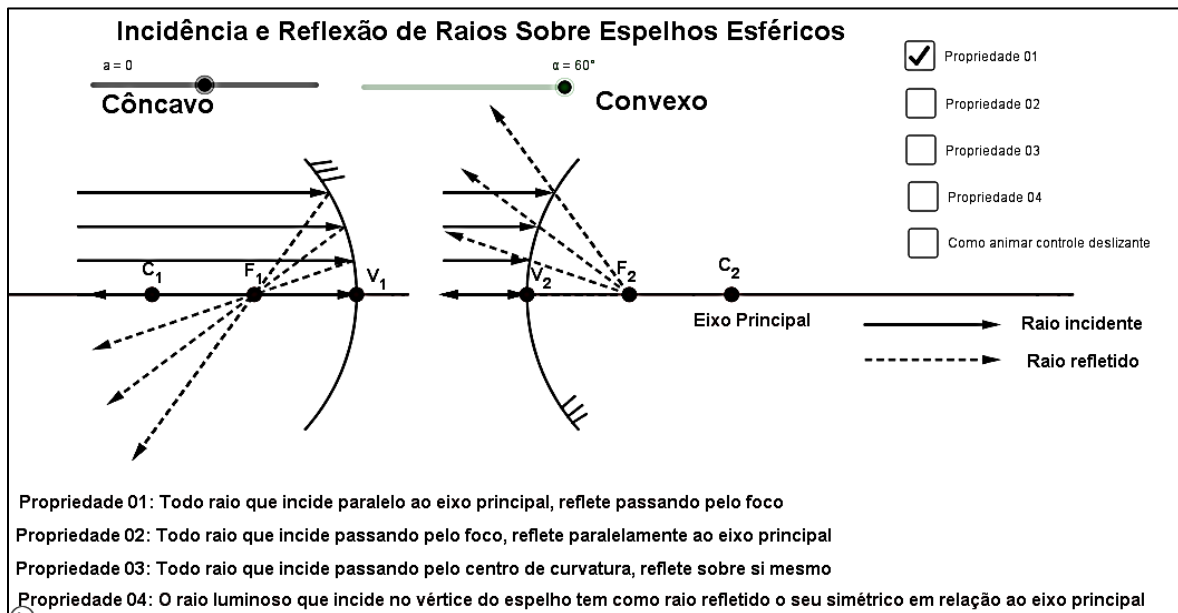


Figura 1. OVA que mostra as propriedades de incidência e reflexão de raios sobre o espelho esférico.

De acordo com Artuso e Wrublewski (2013), para a caracterização das imagens, considera-se os seguintes procedimentos: (i) traçar ao menos dois raios distintos que partem de um mesmo ponto do objeto (usualmente utiliza-se os extremos dos objetos) e chegam ao espelho (raios incidentes); (ii) para cada raio incidente, determinar o respectivo raio refletido; (iii) no ponto de encontro dos raios refletidos (se existir) haverá a formação da imagem para o respectivo ponto em relação ao objeto. No caso dos raios refletidos serem paralelos, não haverá a formação de imagem. Também nesse objeto é possível exibir o ângulo de abertura do espelho.

Os outros dois OVA foram desenvolvidos com a finalidade de observar os erros gerados por dois tipos de aproximações sugeridos em todos os materiais didáticos de Física para o Ensino Médio que foram analisados. Nesses materiais, considera-se para fins de verificação da posição da imagem em função da posição do objeto a superfície do espelho plana, facilitando dessa forma a análise de cada situação usando congruência de triângulos, porém isso é claramente uma aproximação do ponto de vista matemático, visto que é impossível a obtenção de superfície plana em uma calota esférica. Em se tratando de uma aproximação da realidade, considera-se importante que o professor tenha a percepção e a possibilidade de estimar o erro gerado por cada simplificação feita, e este é o objetivo do terceiro OVA.

No quarto OVA visualizado na figura 2, é possível verificar o valor numérico do erro gerado pelas simplificações adotadas ao enunciar as propriedades 01 e 02 mostradas na figura 1. Novamente, ao animar os controles deslizantes, diferentes situações podem ser simuladas. Vale ressaltar que não é objetivo da atividade, criticar o conteúdo do material didático usado no Ensino Médio, mas sim, dar suporte ao professor para que ele tenha a possibilidade de analisar e compreender os erros gerados por cada uma das simplificações adotadas.

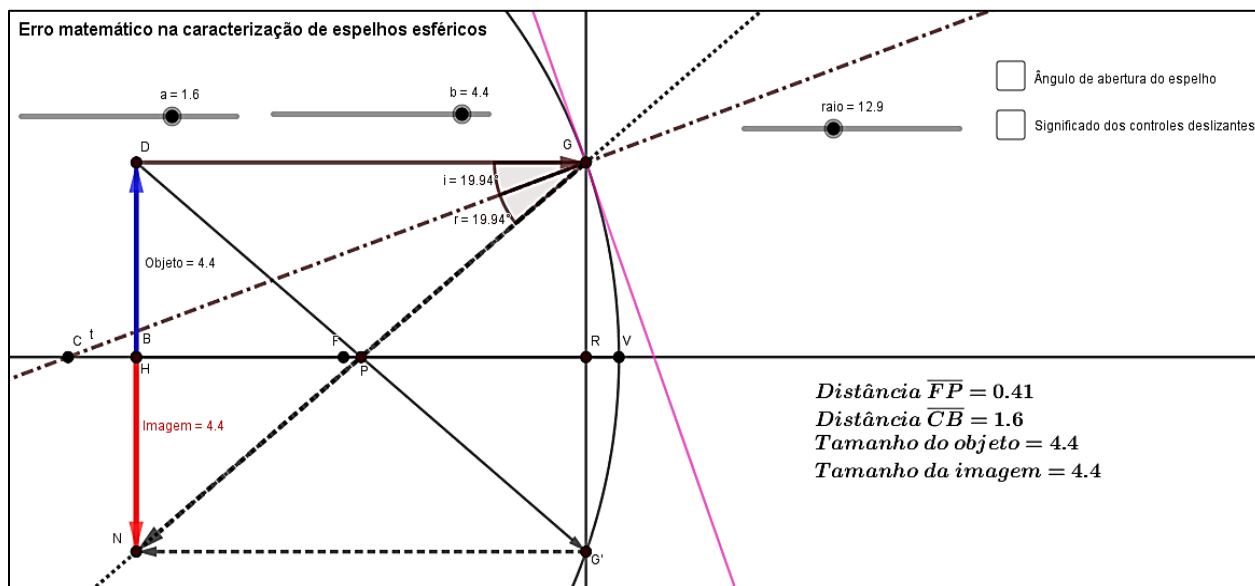


Figura 2. OVA que mostra o erro gerado pelas simplificações adotadas em materiais didáticos

Após a interação com o material, os professores que participaram da pesquisa foram convidados a elencar mais algumas possibilidades de abordagem relativas a esse problema, além das já apontadas anteriormente. As principais possibilidades apontadas se referem a seção determinada por um plano em uma esfera, distância entre dois pontos, diagonais, incidência e reflexão de raios, congruências (ângulos, segmentos e triângulos), projeção ortogonal, retas tangentes, propriedade da ortogonalidade entre o raio e a reta tangente a uma circunferência, semelhanças de triângulos, razões trigonométricas e erros provocados pelas simplificações nos modelos físicos associados a espelhos esféricos, raios e feixes de luz, caracterização e propriedades dos raios de incidência e reflexão e caracterização das imagens de acordo com o posicionamento do objeto em frente ao espelho.

Observa-se após a interação com o material algumas respostas com indicativo de conteúdos mais específico e direcionado. Acredita-se que os OVA tenham contribuído neste direcionamento, visto que vários elementos propostos pelos professores podem ser visualizados nos objetos, o que de fato é uma das finalidades do uso de OVA, principalmente com os alunos durante as aulas, seja de Matemática ou de Física. Observa-se também a compreensão dos professores da interrelação entre conteúdos propostos para as duas disciplinas.

Além das possibilidades propostas pelos professores nesse primeiro exercício de imaginação pedagógica, vale destacar ainda o cálculo do erro de aproximação na obtenção do tamanho e posição da imagem em função da posição e tamanho do objeto a ser refletido pelo espelho, usando o princípio da incidência e reflexão de raios luminosos em relação à reta tangente à circunferência no ponto de incidência, propriedades do triângulo isósceles, semelhança de triângulos, a lei dos cossenos, alguns cálculos algébricos (e mais alguns aspectos já mencionados pelos professores). Este cálculo sugere por exemplo que o objeto e a imagem tem tamanhos iguais, quando a posição do objeto está em

uma posição B , cuja distância até o centro C é dada por $BC = r \left(\frac{1 - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)$, onde r é o raio da esfera e θ é o ângulo de abertura do espelho. Isso justifica a necessidade das condições de convergência de Gauss apresentadas nos materiais didáticos de Física, pois à medida que o ângulo aumenta, essa distância também aumenta significativamente, enquanto nos materiais didáticos se afirma que essa situação ocorre para objetos posicionados no centro.

Na abordagem inicial da segunda proposta - ondas e sinais de satélites – os professores apontaram a possibilidade de trabalhar com funções, construção de parábolas e explorar foco, vértices e outros elementos, gráficos de uma função, trajetórias, geometria, explorar conceitos de côncavo e convexo, vetores, ângulos, funções trigonométricas (período, amplitude, frequência, domínio e imagem), ciclo trigonométrico, razões trigonométricas, conceito e propriedades das ondas eletromagnéticas, satélites de comunicação, televisão, estudos meteorológicos, sensoriamento remoto e cônicas.

São sugeridas algumas possibilidades que não haviam sido consideradas pelos autores no momento da elaboração das propostas e dos OVA, o que reforça a importância do exercício da imaginação pedagógica proposto por Skovsmose (2015), bem como do envolvimento de professores que atuam no Ensino Médio nesse exercício. Para essa proposta metodológica também foram desenvolvidos quatro OVA, sendo que o primeiro teve como finalidade compreender a formação de um parabolóide (a antena parabólica é um exemplo de parabolóide) a partir da rotação de uma parábola em torno do seu eixo de simetria, conforme ilustrado na figura 3. É possível visualizar também através desse objeto que cada uma das infinitas parábolas corresponde a uma seção do parabolóide determinada por um plano que passa pelo seu eixo, sendo, portanto, o foco, o mesmo para cada uma dessas parábolas. Além disso é perceptível, através do OVA, que raios que incidem paralelamente ao eixo do parabolóide são refletivos para o foco e que a verificação das propriedades do parabolóide necessárias para compreender o funcionamento da antena parabólica podem ser obtidas pela análise da parábola no plano.

No segundo e no terceiro OVA elaborados para essa proposta é possível identificar o foco e a reta diretriz da parábola, sendo essas, paralela ao eixo das abcissas e ao eixo das ordenadas, respectivamente. Na interação com esses objetos podem ser alteradas as posições da reta diretriz, do foco (com deslocamentos horizontais e verticais) e o ponto sobre a parábola em que incide o sinal do satélite. São representados também a reta tangente à parábola no ponto, permitindo visualizar a inclinação dessa reta tangente em relação ao eixo coordenado e a equação da parábola correspondente a cada situação, permitindo melhor compreensão das características e propriedades das parábolas.

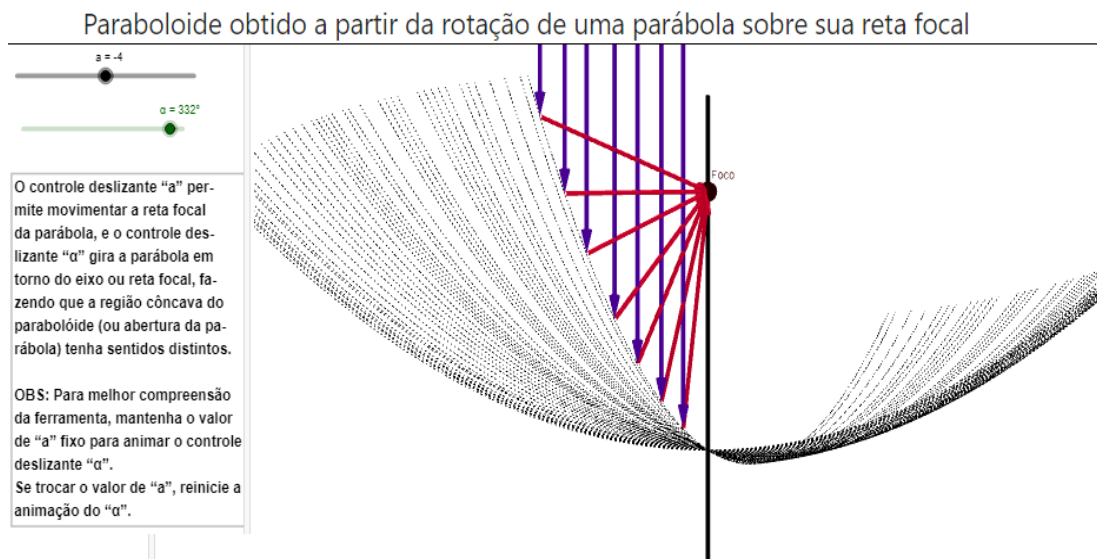


Figura 3. OVA que mostra um parabolóide gerado pela rotação da parábola em torno do eixo focal

Já o quarto OVA tem como finalidade permitir a visualização dos raios incidentes e refletidos sobre um ponto qualquer da parábola, considerando-se raios refletidos paralelamente ao eixo de simetria, uma vez que a distância

da antena até o satélite é muito grande o que minimiza o erro causado por essa simplificação. Aplica-se também nesse caso o princípio da incidência e reflexão de raios em relação à reta tangente à parábola no ponto de incidência.

Novamente após a interação com o material, os professores elencaram mais algumas possibilidades de abordagem relativas a este problema, destacando-se as potencialidades do trabalho de conceitos relacionados à perpendicularidade, mediana, mediatriz, retas tangentes, incidência e reflexão de raios, distância de dois pontos, coeficiente angular, equação de reta, equação da parábola, triângulo isósceles, semelhança de triângulos, determinação da inclinação da reta tangente à parábola, rotação da parábola para formação de parabolóide, importância do foco para a captação da imagem em uma antena, conceitos e propriedades das ondas eletromagnéticas e introdução ao cálculo. Observa-se nessa atividade um importante exercício de imaginação pedagógica em que os professores conseguiram elencar diversos conceitos a serem abordados em ambas as disciplinas, permitindo, portanto, relações interdisciplinares na abordagem do problema proposto.

Embora tenha sido mencionado de forma implícita em alguns apontamentos apresentados, ressalta-se a possibilidade de mostrar geométrica e algebricamente que todo o raio que incide paralelamente ao eixo do parabolóide é refletido para o seu foco, o que determina a posição em que deve ser colocado o receptor dos sinais emitidos pelos satélites para se ter a sintonização apropriada da imagem e dos áudios. Essa situação pode ser visualizada em um OVA e sua demonstração é feita usando, dentre outros conceitos, o princípio dos ângulos de incidência e reflexão, as propriedades da mediana, altura e bissetriz do triângulo isósceles, coeficiente angular da reta tangente, relação entre coeficientes angulares de retas perpendiculares e alguns cálculos algébricos.

Quanto à introdução ao cálculo, sugerida por um dos professores observa-se a ideia intuitiva de limite presente na consideração de um feixe de raios paralelos ao eixo do parabolóide e da possibilidade de obtenção do coeficiente angular da reta tangente pelo cálculo da derivada da função quadrática no ponto de tangência, embora isso também possa ser feito apenas com conteúdos discutidos no Ensino Médio, através da definição de retas tangentes e da diferença dos valores de uma das coordenadas entre os pontos da parábola e da reta tangente que interceptam uma reta qualquer paralela ao eixo da parábola.

Na abordagem da terceira proposta - Leis de Kepler e o lugar geométrico da trajetória descrita pelos planetas em torno do Sol – os professores apontaram a possibilidade de trabalhar com geometria analítica (elipses e seus elementos), cônicas, distâncias, força gravitacional, movimentos, trajetórias, explorar modelos geocêntrico e heliocêntrico, funções e círculo. Foram elaborados e disponibilizados três OVA para essa proposta metodológica, sendo dois com a finalidade de obter a construção de elipses, permitindo-se na interação, alterações nos focos, na excentricidade, além de translações horizontais e verticais. Em cada caso, são exibidos no objeto os principais elementos, dando destaque à definição da elipse. Também é feita a interface entre a representação geométrica e algébrica. No vídeo de apresentação da proposta metodológica faz-se uma exposição das leis de Kepler que são abordadas no terceiro OVA, onde é construída uma elipse, representando a trajetória da Terra, tendo o Sol como um dos focos (primeira lei). Para sua construção, são consideradas as distâncias aproximadas disponíveis na literatura.

Destaca-se nesse objeto também a segunda lei de Kepler, conhecida como lei das áreas, segundo a qual a área descrita pelo raio vetor de um planeta (linha imaginária que liga o Sol ao planeta) é diretamente proporcional ao tempo gasto para descrevê-la, conforme ilustrado na figura 4. A implementação dessa ideia foi desenvolvida no OVA de forma que a velocidade linear do planeta Terra na trajetória elíptica (considerando o movimento de translação) varia de acordo com sua posição, atingindo velocidade máxima (quando ocorre o fenômeno periélio) no ponto mais próximo do foco que está no centro do Sol e atinge o valor mínimo (no fenômeno afélio) quando a distância do Sol até a Terra é máxima.

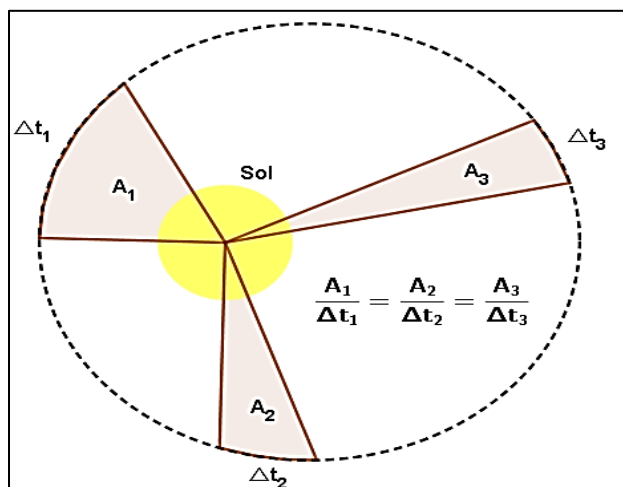


Figura 4. Representação gráfica da segunda lei de Kepler

Após a interação com a terceira proposta metodológica os professores apontaram como possibilidades trabalhar conceitos relativos à geometria analítica: distância entre dois pontos, comprimento de segmentos, vetores, características e equação da elipse, rotação e translação de objetos em torno de um ponto. Além dessas possibilidades, aponta-se ainda a potencialidade do material para abordagens relativas aos fenômenos periélio, afélio, as estações do ano em cada um dos hemisférios, relações entre velocidade linear e velocidade angular, razões e proporções, grandezas inversamente proporcionais e análise de áreas.

A partir do exercício de imaginação pedagógica desenvolvido junto aos seis professores que responderam ao questionário, pode-se observar a potencialidade de abordar diversos conteúdos e conceitos relacionados às disciplinas de Matemática e de Física, usando as propostas metodológicas desenvolvidas. Identificou-se nos apontamentos destes, a possibilidade de trabalhar de forma interdisciplinar com a contextualização a partir de situações-problema que sejam do interesse do aluno e que também são investigadas em diferentes disciplinas, de modo a permitir ao educando uma interligação dos conceitos, conforme destacado por Fazenda (2011).

O uso de OVA, com a possibilidade de interação, é recomendado pelos professores, devido seu potencial de visualização e animação das situações em estudo, possibilitando melhor compreensão dos conceitos abordados, servindo de estímulo para a aprendizagem, conforme defendem Hay e Knaack (2007). Em uma avaliação geral do uso dos OVA disponibilizados, os professores apontam alguns potenciais, além das abordagens dos conteúdos já citadas, como a “motivação do processo de ensino-aprendizagem, de estimular o pensamento indutivo, estimular o pensamento dedutivo, estimular a construção de hipóteses, simulações de situações reais” (Professor 1). Outro professor aponta que “permite uma visão mais abrangente acerca dos problemas contextualizados; facilita a manipulação dos dados; possibilita melhor interpretação e estudo a partir da análise de gráficos” (Professor 2).

De acordo com um terceiro professor, o material apresentado traz a possibilidade de “contextualização, visualização, exemplificação e principalmente, interatividade em qualquer lugar, não precisa de um laboratório ou um lugar específico para aprender” (Professor 3). Ainda houve quem afirmasse que “é uma forma mais atrativa para o aluno que está acostumado com aulas de quadro branco e slides estáticos” (Professor 4). A importância do uso de OVA também é apontada pelo Professor 5, quando afirma que “a ideia de simular situações e comprovar resultados diante do que está sendo trabalhado, mostra que objetos de aprendizagem são uns dos caminhos a serem desenvolvidos.”

No que se refere a possibilidade de usar o material em suas aulas, os professores mostraram disposição em usar o material. Alguns afirmam que utilizam com frequência recursos tecnológicos em suas aulas e que a disponibilização desse tipo de material facilita o trabalho, visto que sua elaboração, em geral demanda bastante tempo. Por fim, houve clara manifestação dos participantes da pesquisa de que a interação com os objetos e a apresentação das propostas através dos vídeos despertou neles a percepção de novas possibilidades de atuação como professores, seja na perspectiva do desenvolvimento de relações interdisciplinares através da exploração de situações-problema demandados por outras disciplinas, seja pelo uso dos OVA em suas atividades docentes. Isso corrobora com Skovsmose quando afirma que o processo de imaginação pedagógica é importante “para sugerir que práticas educativas alternativas são possíveis” (Skovsmose, 2015, p. 76).

■ Considerações finais

Um dos grandes desafios existentes na inserção de práticas de ensino diferenciadas, como a interdisciplinaridade, é que estas demandam do professor um preparo maior, pois, além dos conceitos específicos de sua área de formação, ele passa a investigar assuntos de outras áreas que possuem ligação com os conceitos abordados em sua disciplina. O uso dos recursos tecnológicos em sala de aula frequentemente fica prejudicado pela demanda de tempo do professor para preparar atividades ou OVA que favoreçam a aprendizagem. Daí a importância de disponibilizar e promover um exercício de imaginação pedagógica com professores a fim de explorar junto a estes as potencialidades dos materiais desenvolvidos.

Pelas percepções observadas, acredita-se que, a partir da contextualização e dos direcionamentos apresentados nas propostas metodológicas, em especial, pela manipulação dos OVA, professores, juntamente com seus alunos tenham a capacidade de compreender e justificar os fenômenos abordados, utilizando-se de conceitos pertinentes, numa relação interdisciplinar. Os autores desse trabalho defendem que OVA constituem-se como importantes elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo principalmente na motivação e interação dos alunos, especialmente pela possibilidade de visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados, necessitando, porém, uma complementação através de sistematizações e da formalização dos conceitos neles abordados.

Agradecimento: A pesquisa teve apoio financeiro da FAPESC por meio do projeto de pesquisa com termo de outorga 2018TR1514 referente ao Edital nº 03/2018.

■ Referências bibliográficas

- Artuso, A. R.; Wrublewski, M. (2013). Física. v. 01. Curitiba: Positivo.
- Audino, D. F. e Nascimento, R. S. (2010). Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. *Revista Contemporânea de Educação*, 10(5), 128-148.
- Fazenda, I. (2011). *Práticas Interdisciplinares na Escola*. 12ª ed. São Paulo: Cortez.
- Hay, R. H.; Knaack, L. (2007). Evaluating the learning in learning objects. *Open Learning: The Journal of Open and Distance Education*, 22(1), 5-28.
- Jahn, A. P. et al. (2014). *Formação de professores do ensino médio: Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio*, etapa II – caderno V: Matemática. Curitiba: UFPR.
- Moraes, R., Galiuzzi, M. C. (2007) *Análise textual discursiva*. Ijuí: Unijuí.
- Moran, J. M., Masetto, M. T., Behrens, M. A. (2012). *Novas tecnologias e mediações pedagógicas*. Campinas, SP: Papyrus.
- Rolkowski, E. (2011). *Tecnologias no Ensino de Matemática*. Curitiba: Ibpx.
- Skovsmose, O. (2015). Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: D’Ambrosio, B.S. e Lopes, C.E. (orgs.). *Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática* (pp. 63-90). Campinas, SP: Mercado de Letras.

- Tomaz, V. S.; David, M. M. M. S. (2013). *Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula*. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica.
- Yared, I. (2008). ¿O que é interdisciplinaridade? In: Fazenda, I (Org). *¿O que é Interdisciplinaridade?* (pp. 161-166). São Paulo: Cortez.