O uso do GeoGebra no ensino de quadriláteros notáveis: um estudo com alunos do 6º ano do ensino fundamental[1]

The use of GeoGebra in teaching of notables quadrilaterals: a study with students from the 6th grade of elementary school

ANDRÉ PEREIRA DA COSTA[2]
MARCELO CÂMARA DOS SANTOS[3]

Resumo

Este artigo apresenta uma análise das estratégias mobilizadas por um grupo de alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública de Recife (Pernambuco), na realização de uma sequência didática que explora os quadriláteros notáveis, utilizando o GeoGebra. Empregando uma abordagem qualitativa, os instrumentos de coleta de dados utilizados no estudo foram as produções dos discentes no GeoGebra e os registros das atividades em fichas impressas. Os resultados analisados evidenciam que as estratégias aplicadas pelos alunos focam-se em três dimensões: pragmática, na qual ocorre o reconhecimento dos quadriláteros notáveis a partir de sua aparência global; aplicativa, marcada pelo análise das figuras geométricas considerando sua definição; e relacional, quando os quadriláteros são considerados detentores de propriedades.
Palavras-chave*: sequência didática; estratégias; quadriláteros notáveis.*

Abstract

This article presents an analysis of the strategies deployed by a group of students from the 6th year of elementary school of a public school in the city of Recife (Pernambuco), in conducting a didactic sequence that explores the notable quadrilaterals using the GeoGebra. Using a qualitative approach, the data collection instruments used in the study were the productions of students in the GeoGebra and the records of activities in printed sheets. The results analyzed show that the strategies applied by the students focus on three dimensions: pragmatic, in which there is recognition of the remarkable quadrilateral by their global appearance; applicative, marked by the analysis of geometric figures considering its definition; and relational, when the quadrilaterals are considered property holders.
Keywords*: didactic sequence; strategies; notable quadrilaterals.*

Introdução

[1] Trata-se de um recorte da dissertação de mestrado do primeiro autor (COSTA, 2016), que recebeu apoio financeiro da CAPES.

[2] Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco – andre.pcosta@outlook.com

[3] Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco – marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

A Geometria Dinâmica (GD), compreendida como um atributo dinâmico e interativo de ambientes computacionais, pode ser utilizada como importante recurso para os processos de ensino e de aprendizagem de Geometria. Nesse sentido, ela pode auxiliar na compreensão de dificuldades de aprendizagem apresentadas por estudantes, contribuir com a formalização de conceitos geométricos, além de propiciar aos alunos condições autônomas de produção, visualização e manipulação de representações de objetos geométricos (TENÓRIO, SOUZA, TENÓRIO, 2015).

Hoje, há uma grande diversidade de *softwares* de GD (*Cabri Géomètre, Cinderella, Dr. Geo, Euklid, Régua e Compasso, Geometry Interventor, Geometric Supposers, Geometric SuperSupposer, GeoGebra*, etc.), que apresentam diferentes lógicas estruturais, diversas possibilidades de acesso (livre ou pago), que exploram não apenas a Geometria Plana, mas também as Geometrias Espacial e Discreta, Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral. Para Nerí (2012), esse fato permite se falar hoje em *Matemática Dinâmica*, não se limitando apenas em Geometria Dinâmica.

O GeoGebra, um dos *softwares* de GD mais utilizados na Matemática atualmente, permite que o estudante visualize diferentes formatos geométricos, auxiliando-o a compreender, de forma mais adequada, a natureza dos objetos geométricos. Após os processos de produção, as representações de pontos, de segmentos de reta, de circunferências etc., poderão ser arrastados, e o aluno poderá analisar, combinar e relacionar as propriedades, estabelecer conjecturas, criando novos horizontes de busca (BORBA; SILVA; GADANIDIS,2014).

Nesse sentido, o GeoGebra pode contribuir com a aprendizagem dos estudantes, na superação de dificuldades, além de incentivar a discussão e a socialização de informação entre eles. O professor de Matemática pode usar esse *software* em diversas atividades de sala de aula, em especial na construção de representações de figuras. Portanto, pode ser um relevante recurso para os alunos registrarem suas aprendizagens, servindo, assim, como um instrumento de avaliação por parte do docente.

Este trabalho apresenta uma análise das estratégias usadas por alunos de uma turma do 6º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública de Recife (Pernambuco), na resolução de atividades propostas numa sequência didática. Tal sequência didática explorou o conceito de quadriláteros notáveis, e na sua realização, os estudantes utilizaram um *software* de Geometria Dinâmica, o GeoGebra.

No referencial teórico utilizamos as dimensões propostas por Câmara dos Santos (1992; 2001) para os níveis iniciais de pensamento geométrico de Van-Hiele (1957): *pragmática, aplicativa* e *relacional*. Dessa forma, essas dimensões foram utilizadas como categorias de análise dos dados produzidos na pesquisa.

Esperamos que este trabalho favoreça de certo modo às discussões sobre uso da Geometria Dinâmica na classe de Matemática, em especial, na compreensão dos fenômenos didáticos que surgem na complexidade desse ambiente de formação à cidadania.

Referencial Teórico

As dimensões de pensamento geométrico foram elaboradas pelo educador matemático brasileiro Marcelo Câmara dos Santos, resultado de sua pesquisa de mestrado "*Analyse didactique d'un materiel pour les premiers apprentissages en géométrie*", realizada em 1992 na Université Claude Bernarde Lyon 1, Lyon, França. Nessa direção, o pesquisador se fundamentou na teoria sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico do holandês Pierre Marie Van-Hiele (1957), especificamente, acerca do modelo teórico vanhieliano sobre os cinco níveis hierárquicos de aprendizagem em relação aos conceitos da Geometria.

Segundo Van-Hiele (1957), no primeiro nível de pensamento geométrico, ocorre o reconhecimento das figuras geométricas a partir de sua aparência física, ou seja, as propriedades e os elementos das figuras não são consideradas ainda pelo estudante. No segundo nível, as propriedades de uma figura geométrica são reconhecidas, além disso, o aluno consegue estabelecer condições necessárias para um conceito. No terceiro nível, as propriedades das figuras geométrica são ordenadas, e o aluno compreende a relevância da definição e percebe quando as condições são necessárias e quando são suficientes. No quarto nível, ocorre o domínio do processo dedutivo (quarto nível), o estudante consegue perceber que uma afirmativa pode deduzir outra, além de realizar demonstrações por meio de diferentes caminhos. No quinto nível, o aluno estuda a Geometria de forma abstrata, isto é, ele evidencia que nas demonstrações é relevante manter o rigor matemático, analisando assim geometrias não euclidianas.

Em seu estudo, Câmara dos Santos (1992) investigou as implicações didáticas do *software*

Cabri-Géomètre à aprendizagem do conceito de quadriláteros notáveis de estudantes do 6º ano do ensino fundamental. Para isso, utilizando os seus próprios alunos como participantes da investigação, elaborou uma sequência didática sobre esse conceito, por meio do quadro metodológico da Engenharia Didática, fazendo uso da noção de situação-problema. A sequência didática foi aplicada em duas turmas do sexto do ensino fundamental de uma escola pública da rede federal na cidade de Recife – Pernambuco.

Os dados produzidos na pesquisa de Câmara dos Santos (1992; 2001) mostraram que os estudantes apresentaram avanços significativos em suas aprendizagens, pois parte dos alunos avançou do primeiro para o segundo nível de pensamento geométrico de Van-Hiele. No entanto, esse pesquisador percebeu que um grupo dos discentes não se encontrava nem no primeiro nível e nem no segundo nível, mas na transição entre esses níveis. Tal fenômeno não foi explicado suficientemente por Van-Hiele (1957) em sua teoria.

Diante desse contexto, Câmara dos Santos (1992; 2001) reorganizou os níveis inicias de pensamento geométrico em três dimensões[4]: *a* dimensão pragmática, correspondente ao primeiro nível de Van-Hiele; a aplicativa, referente à uma transição do primeiro nível para o segundo nível, e a relacional, relacionada ao segundo nível vanhieliano. O Quadro 1 apresenta um resumo explicativo acerca dessas dimensões.

Quadro 1. Dimensões de Câmara dos Santos

DIMENSÃO	DESCRIÇÃO	EXEMPLO
Pragmática	O estudante reconhece as figuras geométricas por meio de seu aspecto global e de sua forma. Aqui ele não faz referência nem à definição e nem às suas propriedades	Ao analisar um quadrado e um retângulo, um aluno pode afirmar que “são figuras diferentes, pois têm tamanhos e formatos diferentes”
Aplicativa	O aluno considera a definição das figuras geométricas em seu reconhecimento. Ele ainda não reconhece as figuras geométricas como detentoras de características específicas	Ao produzir um retângulo e um losango, um estudante pode dizer que “o retângulo têm ângulos internos congruentes, já o losango têm todos os lados congruentes”
Relacional	O discente analisa as figuras geométricas a partir de suas propriedades, no entanto, não é	Ao analisar um losango e um retângulo, um discente pode argumentar que “apesar das diagonais

[4] Nessa reorganização proposta por Câmara dos Santos (1992), os níveis de Van-Hiele passam a receber o nome de dimensões para diminuir, assim, a rigidez da hierarquia entre esses níveis.

	capaz de realizar a inclusão de classe	das duas figuras se cortarem ao meio, elas são diferentes, pois as diagonais do losango são perpendiculares, enquanto que as do retângulo não são".

Fonte: Costa e Câmara dos Santos, 2016

Assim, por exemplo, ao reconhecer um quadrado por meio de sua definição, um aluno trabalhará na dimensão aplicativa, segundo Câmara dos Santos (1992; 2001). Contudo, para Van-Hiele (1957), esse mesmo estudante não atuaria em nenhum dos níveis de pensamento geométrico.

O estudo de Câmara dos Santos (1992) é pouco conhecido no Brasil, pois em recente levantamento feito no portal da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD e na base de periódicos da CAPES, não encontramos outros estudos brasileiros que utilizaram as dimensões de pensamento geométrico como referencial teórico. Todavia, só foi verificado uma única pesquisa, desenvolvida pelos próprios autores deste estudo (COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2016).

Outro aspecto a ser considerado na falta de pesquisas brasileiras sobre as dimensões de Câmara dos Santos (1992), é que o estudo original foi produzido em francês. Além disso, não existe uma versão digital dessa pesquisa disponibilizada na internet. Provavelmente, isso pode contribuir à ausência de estudos acerca da temática.

Ressaltamos a relevância do desenvolvimento de estudos em Educação Matemática tendo por sustentação as dimensões de pensamento geométrico sinalizadas por Câmara dos Santos (1992), pois elas podem ajudar na compreensão de várias dificuldades de aprendizagem referentes à Geometria, apresentadas pelos estudantes da educação básica.

Procedimentos Metodológicos

Este trabalho, que apresenta uma abordagem qualitativa, buscou analisar as estratégias utilizadas por um grupo 30 de alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Recife – PE[5], na resolução de atividades propostas numa sequência didática (no sentido da didática francesa), que abordou o conceito de quadriláteros notáveis.

[5] A turma era constituída por 30 estudantes, sendo 15 meninas e 15 meninos, com faixa etária que variava entre 10 e 11 anos.

Dessa forma, organizados em duplas no laboratório de informática da escola, os discentes desenvolveram a sequência por meio do *software* GeoGebra.

Neste texto apresentamos a análise das estratégias mobilizadas pelos estudantes na resolução de cinco atividades da sequência didática (da quarta atividade até a oitava atividade da terceira fase dessa sequência).

Os instrumentos de coleta de dados foram as construções dos alunos no GeoGebra (que foram salvas em um *HD externo*) e os registros escritos deixados por eles em fichas de atividades. Na análise dos dados nos apoiamos nas dimensões de Câmara dos Santos (1992; 2001), que agrupam as estratégias dos estudantes em três categorias: pragmática – os discentes utilizam somente a aparência física dos quadriláteros notáveis em suas produções; aplicativa – os estudantes fazem referência à definição usual da figura geométrica; e relacional – nas produções, os alunos mencionam as propriedades dos quadriláteros notáveis.

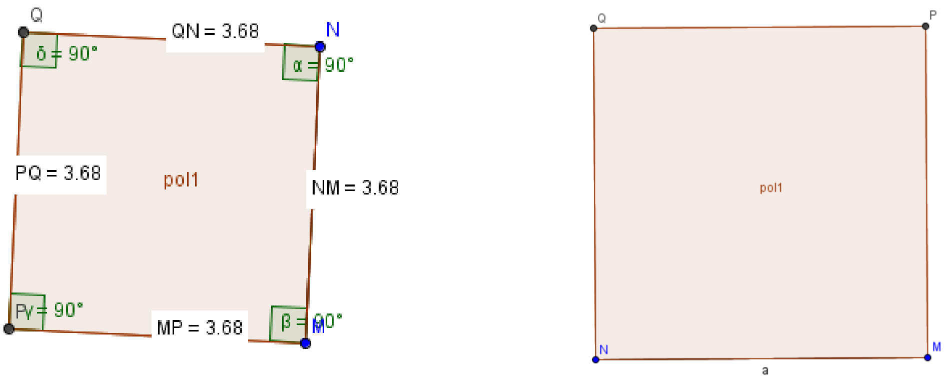
Resultados e Discussões

Neste tópico apresentamos a análise das produções dos estudantes do 6º ano referentes à terceira fase da sequência didática, composta por oito atividades, que trabalham de forma efetiva o conceito de quadriláteros notáveis. Aqui discutimos sobre as estratégias mobilizadas pelos estudantes em cinco atividades, assim, iniciamos a análise da quarta atividade. A análise das três primeiras atividades pode ser encontrada em Costa e Câmara dos Santos (2016).

A quarta atividade teve por finalidade construir um quadrado a partir da construção de circunferência e de paralelas e perpendiculares. Dessa forma, em um primeiro momento, no enunciado da atividade foi solicitado que os estudantes criassem um segmento de reta *MN* e, a partir dele, construíssem um quadrado *MNPQ*. Depois, eles deveriam deslocar os pontos *M*, *N*, *P* e *Q* e verificar se a figura permanecesse um quadrado, caso contrário deveriam refazer a atividade. Em um segundo momento, os alunos foram orientados a explicitarem porque a figura produzida se configurava como um quadrado.

Analisando as produções dos estudantes desenvolvidas no *software* GeoGebra, notamos que apenas duas duplas de alunos atuaram na dimensão relacional (ver ilustração da Figura 1a), fazendo uso das propriedades do quadrado em suas produções, mas sem fazer referência explícita aos conceitos de circunferência e de paralelas e perpendiculares.

FIGURA 1: Quadrado *MNPQ* construído nas dimensões relacional e pragmática



(a) Dimensão relacional (b) Dimensão pragmática

Fonte: Autor (2016)

Notamos que dez duplas trabalharam na dimensão pragmática (Figura 1b), fazendo uso apenas do aspecto global do quadrado em suas construções. Nas construções referentes a esse item, não encontramos estudantes na dimensão aplicativa.

Ainda, identificamos três duplas que construíram retângulos (não quadrados) em vez de quadrados. Esse dado nos chamou atenção, pois dificilmente um estudante que reconhece as figuras geométricas por meio de sua aparência física, consideraria um retângulo (não quadrado) como um quadrado; o mesmo caso poderia ser verificado com um aluno que considere as propriedades da figura na produção.

Por apresentarem propriedades em comum, todo quadrado pode ser considerado com um retângulo, mas o inverso nem sempre pode proceder. Nesse sentido, um retângulo que não tenha todos os lados congruentes entre si (com a mesma medida dos comprimentos dos seus lados), mesmo que ele apresente ângulos internos opostos congruentes e diagonais que se cortam ao meio, não pode ser considerado como um quadrado.

No que se refere aos registros dos estudantes deixados nas fichas de atividade, aqui chamamos atenção para o fato de que, no GeoGebra, uma dupla construiu o quadrado a partir do seu aspecto global (dimensão pragmática). Todavia, ao justificar sua construção, a dupla fez referência a uma das propriedades do quadrilátero notável (dimensão relacional). Tal fenômeno parece indicar que um certo estudante pode atuar em diferentes dimensões, mesmo que a atividade explorada seja a mesma, porém com os recursos disponibilizados diferentes.

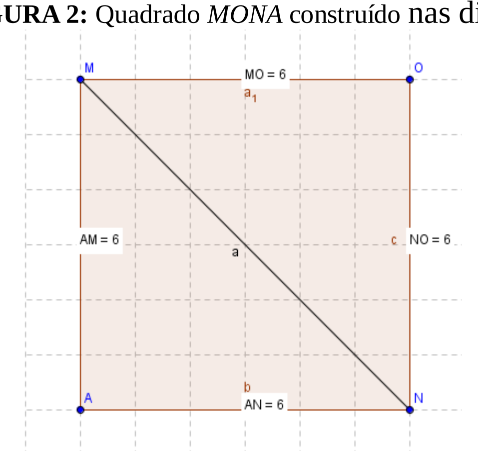
A quinta atividade teve por objetivo produzir um quadrado a partir da utilização das propriedades das suas diagonais. Nesse sentido, os estudantes deveriam mobilizar os conceitos de mediatriz, perpendicularidade e circunferência.

Inicialmente, no enunciado da atividade foi pedido que os alunos produzissem um segmento de reta *MN*, e depois, um quadrado *MONA*, de forma que *MN* seja a diagonal desse quadrado. Em seguida, eles deveriam deslocar os vértices do quadrado, analisar se a figura permanecia como um quadrado, e caso negativo, deveriam refazer a produção. Por fim, a atividade questionava os estudantes acerca do que se pode afirmar da construção.

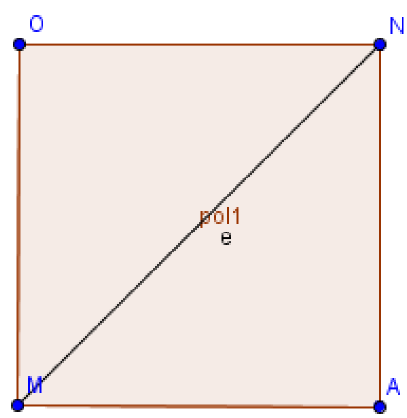
Analisando as construções dos estudantes desenvolvidas no GeoGebra, percebemos que nenhuma dupla atuou na dimensão relacional, ou seja, os estudantes não produziram o quadrado a partir das propriedades desse quadrilátero. Na atividade anterior, encontramos duas duplas localizadas nessa dimensão.

Identificamos uma dupla trabalhando na dimensão aplicativa (Figura 2a), fazendo uso da definição usual do quadrado em sua produção, enquanto que no item anterior, essa dupla atuou na dimensão pragmática, tal fato, representa um avanço em sua aprendizagem geométrica por meio da sequência didática no GeoGebra.

FIGURA 2: Quadrado *MONA* construído nas dimensões aplicativa e pragmática



(a) Dimensão aplicativa



(b) Dimensão pragmática

Fonte: Autor (2016)

Doze duplas situaram-se na dimensão pragmática (Figura 2b), pois fizeram uso apenas da aparência física do quadrado em sua produção. Desse total, três duplas estabeleceram a diagonal do quadrado a partir de uma reta que passa por dois vértices opostos, enquanto que as demais duplas fizeram a diagonal por meio de um segmento de reta, cujos extremos são dois vértices opostos do quadrado.

Na atividade anterior, duas dessas duplas trabalharam na dimensão relacional (indicado que os estudantes podem atuar em diferentes dimensões), e duas atuaram na dimensão pragmática. Além disso, chamamos atenção para três duplas que na primeira atividade referente à construção de um quadrado, produziram retângulos em vez de quadrados. Todavia, na segunda atividade elas construíram quadrados por meio do aspecto global da figura, o que dá indícios de que essas duplas avançaram em sua aprendizagem geométrica em relação à atividade anterior.

Verificamos ainda que duas duplas fizeram retângulos em vez de quadrados. Esse dado nos chama atenção pois, em relação à atividade anterior, essas duplas se situaram na dimensão pragmática, então produziram o quadrado a partir da aparência física.

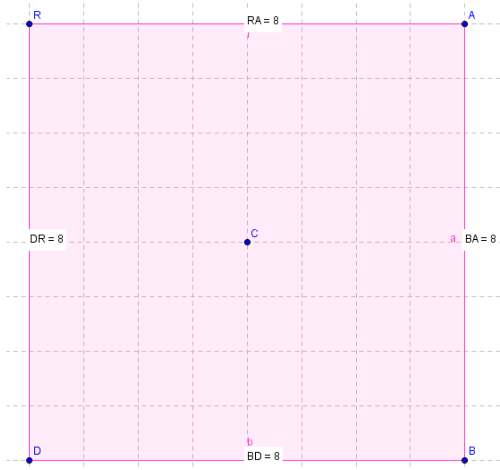
Na análise dos registros escritos, verificamos que uma dupla afirmou: "*Que é um quadrado definitivo feito por dois triângulos equiláteros*". É importante destacar que a diagonal de um quadrado não forma dois triângulos equiláteros e sim isósceles.

A sexta atividade teve por finalidade construir um quadrado a partir das relações das propriedades das diagonais desse quadrilátero notável. Desse modo, primeiramente, a atividade orientou que os estudantes construíssem os pontos *R* e *C*, e em seguida, o quadrado *ROSA*, de forma que *R* fosse um dos seus vértices e *C* o seu centro. Depois, eles deveriam mover os vértices do quadrado, analisar e registrar se a figura permanecia um quadrado, e em caso contrário, deveriam reiniciar a construção.

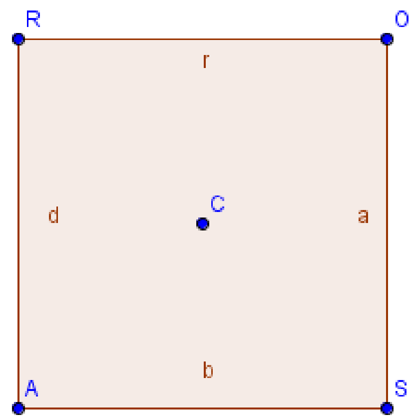
Analisando as construções realizadas pelas duplas de estudantes no GeoGebra, observamos que, da mesma forma como na atividade anterior, nenhuma das duplas trabalhou na dimensão relacional, ou seja, nenhum dos estudantes demostrou explicitamente que estabeleceu as relações das propriedades das diagonais do quadrado, isto é, que elas são perpendiculares, congruentes e se cortam no centro do quadrado (que é o ponto médio das diagonais).

Uma dupla atuou na dimensão aplicativa (Figura 3a), pois fez uso da definição usual do quadrado em sua produção. Na atividade anterior, essa dupla se encontrava na dimensão pragmática, representando, dessa forma, um avanço em sua aprendizagem geométrica.

FIGURA 3: Quadrado *ROSA* construído nas dimensões aplicativa e pragmática



(a) Dimensão aplicativa



(b) Dimensão pragmática

Fonte: Autor (2016)

Ainda no item anterior, uma dupla que encontrava-se na dimensão aplicativa, nessa atividade trabalhou na dimensão pragmática. Aqui parece evidente que essa dupla está na transição entre as dimensões pragmática e aplicativa.

Nas produções, doze duplas situaram-se na dimensão pragmática (Figura 3b), tendo em vista que construíram o quadrado considerando seu aspecto global. Em relação à atividade anterior, desse total de duplas, uma trabalhou na dimensão aplicativa, oito na dimensão pragmática, e duas construíram retângulos em vez de quadrados (aqui também notamos um avanço na aprendizagem geométrica desses estudantes).

Ainda em relação a essas duplas, destacamos a construção de uma delas, que construiu um quadrado em formato não padrão (com um lado não horizontal), diferentemente das demais duplas, que fizeram quadrados prototípicos. Tal fenômeno representa uma importante autonomia em relação às figuras em posição prototípica (na atividade anterior, essa dupla produziu um quadrado padrão).

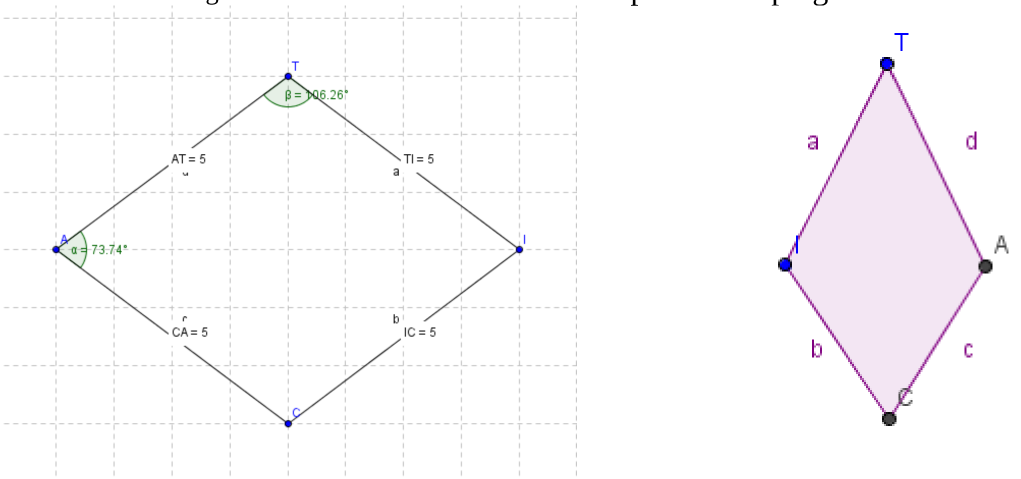
Também encontramos uma dupla que construiu um retângulo (não quadrado) em vez de um quadrado, e uma dupla que produziu um trapézio. Na atividade anterior, essas duplas produziram quadrados no campo pragmático. Esses resultados reforçam a necessidade de um estudo mais sistemático, de forma que essas dificuldades apresentadas pelos estudantes sejam superadas por meio do GeoGebra.

A sétima atividade buscou construir um losango a partir de dois de seus vértices opostos, sendo necessário o emprego das propriedades das diagonais do losango. Nesse sentido, a atividade pediu, inicialmente, que os estudantes criassem dois pontos T e C e, em seguida, outros dois pontos I e A, de forma que *TICA* seja um losango. Após a construção desse losango, os alunos deveriam mover os seus pontos e analisar se a figura permanecia sendo um losango. Caso contrário, deveriam refazer a construção. A atividade ainda orientava que os estudantes deveriam justificar por que a figura permanecia como losango, quando seus vértices eram deslocados, e também por que sua figura era um losango.

Em um primeiro momento, realizando a análise das produções das duplas de alunos desenvolvidas no GeoGebra, verificamos que nenhuma dupla da turma investigada atuou no campo relacional, ou seja, ninguém construiu o losango por meio de suas propriedades.

Cinco duplas trabalharam na dimensão aplicativa (Figura 4a), porque fizeram uso da definição usual do losango em sua construção. Identificamos nove duplas na dimensão pragmática (Figura 4b), isto é, construíram o losango a partir de sua aparência física.

FIGURA 4: Losango *TICA* construído nas dimensões aplicativa e pragmática



(a) Dimensão aplicativa (b) Dimensão pragmática

Fonte: Autor (2016)

Identificamos também uma dupla que, em vez de um losango, produziu um paralelogramo (não losango), provavelmente por ter considerado o aspecto global da figura como parâmetro na construção. Apesar da facilidade com a malha quadriculada no GeoGebra, que poderia ajudar na construção do losango, a dupla acabou produzindo um paralelogramo, que não se configura como um losango, pois os lados não são congruentes.

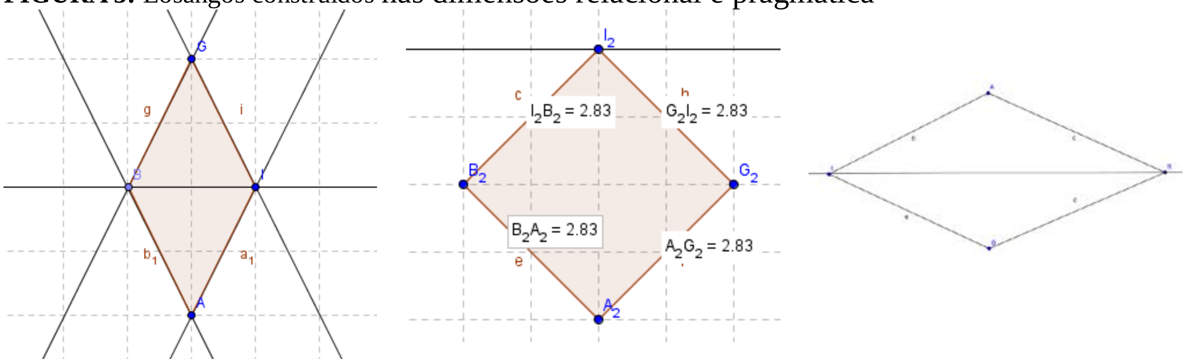
Em um segundo momento, ao analisarmos os registros escritos dos estudantes, destacamos que uma dupla parece ter estabelecido a relação entre as propriedades do losango e do quadrado: "*porque um losango é um quadrado*". Então, chamamos atenção para o fato de que apenas um tipo de losango, com ângulos de medidas iguais, é considerado um quadrado. Logo, os losangos com ângulos obtusos e agudos não se configuram como um quadrado. Todavia, todo quadrado é losango.

Outra dupla parece ter estabelecido a ordenação das propriedades das figuras geométricas: "*Ele permanece um losango, pois um quadrado é um losango, um retângulo e um quadrado ao mesmo tempo. Um quadrado é um losango, mas um losango não é obrigatoriamente um quadrado. Losango: um polígono diverso que pode ter aâgulos diversos com 4 lados*". Pela justificativa apresentada por esses alunos, observamos que essa dupla conseguiu perceber que o losango e o quadrado apresentam algumas propriedades em comum; o mesmo pode ser verificado com o retângulo e o quadrado. Esses dados mostram que esses estudantes avançaram significativamente em sua aprendizagem geométrica por meio da sequência didática no GeoGebra.

A oitava atividade teve por objetivo construir um losango a partir da congruência de seus lados, mobilizando também a ideia de circunferência. Nesse sentido, inicialmente, a atividade solicitou que os estudantes estabelecessem uma reta *a* e dois pontos *G* e *A*, fora dessa reta. Em seguida, eles deveriam construir o losango *GABI*, de forma que o ponto *I* esteja sobre a reta *a*. A atividade pediu ainda que os estudantes movessem os pontos da figura, analisando se ela (a figura) permanecia um losango e, em caso negativo, deveriam refazer a construção. Por fim, os estudantes deveriam explicar como produziram o losango.

Analisando as produções dos estudantes realizadas no GeoGebra, evidenciamos que apenas uma dupla trabalhou na dimensão relacional (Figura 5a), fazendo uso das propriedades das diagonais do losango (*que cortam-se ao meio e são perpendiculares entre si*). No entanto, essa dupla construiu o losango *GBAI*, ao invés do *GABI*, pois não fez uso da noção de circunferência, mas sim do paralelismo e do perpendicularismo. Na atividade anterior, também referente à construção de um losango, essa dupla atuou na dimensão pragmática, dessa forma, notamos um avanço na aprendizagem geométrica por meio da sequência didática no GeoGebra.

FIGURA 5: Losangos construídos nas dimensões relacional e pragmática



(a) Dimensão relacional (b) Dimensão aplicativa (c) Dimensão pragmática

Fonte: Autor (2016)

Quatro duplas situaram-se na dimensão aplicativa (Figura 5b), logo, elas fizeram uso da definição usual do losango em sua construção, do mesmo modo como na atividade anterior. Verificamos oito duplas que trabalharam na dimensão pragmática (Figura 5c), baseando-se apenas no aspecto global da figura para construir o losango *GABI*. Em comparação com a sétima atividade, entre essas duplas, apenas uma não atuou na dimensão pragmática, pois produziu um paralelogramo (não losango). Esses indícios parecem mostrar que essa dupla avançou em sua aprendizagem geométrica (comparando suas produções nas duas atividades referentes à construção de um losango).

Além disso, identificamos duas duplas que produziram outros tipos de quadriláteros notáveis que não se configuram como losangos: a primeira construiu um paralelogramo e a segunda fez um trapezoide. Na atividade anterior, a primeira dupla construiu um losango no campo aplicativo, enquanto que a segunda atuou no campo pragmático. Esses dados parecem mostrar que esses estudantes têm dificuldades em construir um losango, considerando a congruência de seus lados, fazendo referência ainda a noção de circunferência.

Considerações Finais

Na apreciação dos dados produzidos, verificamos que as estratégias mobilizadas pelos alunos na realização das atividades propostas pela sequência didática no GeoGebra, se concentram em três dimensões: pragmática, na qual ocorre o reconhecimento dos quadriláteros notáveis a partir de sua aparência global (constatado em 70% dos participantes do estudo); aplicativa, marcada pela análise das figuras geométricas considerando suas definições (observado em 17% dos alunos); e relacional, quando os quadriláteros notáveis são considerados detentores de propriedades (verificado em 13% da turma investigada).

Dessa forma, a dimensão mais mobilizada nas produções dos estudantes foi a pragmática, diferente do que ocorreu no estudo de Costa e Câmara dos Santos (2016), na qual a dimensão relacional foi mais explorada pela turma estudada. Nessa, verificamos poucas situações em que os alunos estabeleceram a inclusão de classe. Isso foi observado apenas nos registros escritos de duas duplas em relação à sétima atividade, referente à construção de um losango a partir de dois vértices opostos.

Estabelecendo uma comparação entre os dados analisados aqui com os resultados apresentados em Costa e Câmara dos Santos (2016), averiguamos que houve um crescimento do número de estudantes atuando na dimensão pragmática (de 47% para 70%) e na dimensão aplicativa (de 3% para 17%). Também notamos uma redução da quantidade de duplas trabalhando na dimensão relacional (de 50% para 13%).

Tal fato parece mostrar que se por um lado, os alunos avançaram em suas aprendizagens geométricas por meio da sequência didática, passando de uma dimensão de pensamento geométrico “menos elaborada” para uma “mais elaborada”, por outro, dependendo do nível de atividade explorada na situação didática, é possível que os estudantes trabalhem em diferentes dimensões. Nesse caso, não há rigidez na hierarquia entre as dimensões propostas por Câmara dos Santos (1992; 2001), diferentemente do que a teoria de Van-Hiele (1957) aborda.

Além disso, alguns tipos de produções dos alunos desenvolvidas no GeoGebra necessitam ser discutidas em trabalhos futuros. A título de ilustração, citamos a oitava questão da terceira fase da sequência didática, que solicitava a produção de um losango. Nessa atividade, evidenciamos duplas de estudantes que construíram um trapézio ou um paralelogramo (não losango) em vez de um losango. O que motiva esses alunos a desenvolverem essas construções?

Outro fenômeno que observamos em nossa pesquisa foi a importância da realização de atividades em duplas, principalmente quando essas atividades estão atreladas a ambientes de Geometria Dinâmica. Durante a aplicação da sequência didática no GeoGebra, evidenciamos que os alunos discutiram entre si sobre as atividades, realizaram socialização de informações, construíram conhecimento coletivamente, além de refletirem acerca de uma melhor estratégia de resolução.

Para tanto, nossa experiência com o GeoGebra neste estudo apresentou que esse *software* é um importante recurso didático aos processos de ensino e de aprendizagem da Geometria, sobretudo para o desenvolvimento da aprendizagem geométrica no 6º ano do ensino fundamental.

Referências

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. (2014). Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

CÂMARA DOS SANTOS, M. (1992). Analyse didactique d'un materiel pour les premiers apprentissages en géométrie. Mémoire de master en Didactique Des Disciplines Scientifiques. Lyon: Université Claude Bernarde Lyon 1.

______. (2001). Effets de l´utilisation du logiciel Cabri-Géomètre dans le developpement de la pensée géométrique. In: CONGRES INTERNATIONAL CABRI GÉOMÈTRE, 2., 2001, Montreal. Annales... Montreal: Cabri World Committee, pp.1-12.

COSTA, A. P. (2016). A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. Dissertação de mestrado em Educação Matemática e Tecnológica. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. (2016). Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, São Paulo, v.5 n.2, pp 03-17, 2016.

NERÍ, I. C. (2012). O que é Geometria Dinâmica? Disponível em: <http://kmatematikka.blogspot.com.br/2012/09/o-que-e-geometria-dinamica.html> Acesso em: 26 ago. 2015

TENÓRIO, A.; SOUZA, S. M. R.; TENÓRIO, T. (2015). O uso do software educativo GeoGebra no estudo de Geometria Analítica. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, São Paulo, v.4, n.2, pp.103-121.

VAN-HIELE, P. M. (1957). El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares em el aprendizaje de la geometria. Tesis de doctorado en Matemáticas y Ciencias Naturales. Utrecht: Universidad Real de Utrecht.