

## TRATAMIENTO DE LA CONTINGENCIA DESDE EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DE ARGUMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Horacio Solar Bezmalinovic y Jordi Deulofeu  
 Universidad Católica de la Santísima Concepción  
 Universidad Autónoma de Barcelona  
 hsolar@ucsc.cl, jordi.deulofeu@uab.cat

Chile  
 España

**Resumen.** En este estudio articulamos la gestión de la competencia de argumentación con el tratamiento de la contingencia. Presentamos un estudio de casos de dos profesoras de primero básico que han planificado una misma actividad de introducir el sobre conteo en los alumnos. Al comparar los dos casos, hay un tratamiento diferente de la contingencia en el aula que se puede explicar desde la importancia que le da cada profesora a la competencia de argumentación. Concluimos el análisis con la idea de que tener como finalidad el desarrollo de una competencia, contribuye el tratamiento de la contingencia.

**Palabras clave:** competencias matemáticas, argumentación matemática; knowledge quartet, contingencia

**Abstract.** In this study we address the competence argument management related to the contingency treatment. We present a case study of two teachers of first grade that have planned one activity to introduce students to counting. By comparing the two cases, there is a different treatment of contingency in the classroom that can be explained through the importance given by each teacher to the argument competence. We conclude the analysis with the idea that having as purpose the development of a competency, supports to the contingency treatment.

**Key words:** mathematical competence, mathematical argumentation, knowledge quartet, contingency

### Introducción

Actualmente una de las problemáticas de mayor relevancia en el área de didáctica de la Matemática es la formación de profesores. (Shulman, 1987) fue uno de los primeros investigadores en abordar esta problemática acuñando la noción de “Conocimiento pedagógico del contenido” (PCK, por sus siglas en inglés). Ball y sus colegas han considerado esta noción como punto de partida para determinar cuál es el conocimiento matemático para la enseñanza, proponiendo el concepto de “conocimiento matemático para la enseñanza” (MKT, por sus siglas en inglés), el cual genera orientaciones para plantear la Formación inicial docente en educación básica para la enseñanza de la matemática (Hill, Ball, & Schilling, 2008).

Continuando con esta línea de investigación, Rowland y sus colegas han propuesto una modelo con algunas similitudes al MKT, para caracterizar los elementos necesarios que requiere un profesor de matemáticas (Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2005). Estos autores han propuesto el Knowledge Quartet (KQ), que se caracteriza por cuatro dimensiones: fundamentos, transformación, conexión y contingencia; identificando los eventos en las clases de matemáticas, con especial referencia a los contenidos que se enseñan, y los conocimientos relacionados con las matemáticas a los que los profesores recurren.

Pensamos que la investigación en didáctica de la matemática en torno a la formación de profesores ha puesto más el acento en la planificación de clases, desarrollando modelos didácticos específicos para el diseño de unidades didácticas; por ello, el gran aporte del KQ es que permite abordar elementos de la gestión de aula en la formación de profesores, lo que no había sido tenido en cuenta en las propuestas anteriormente nombradas.

En base a nuestro interés por abordar la gestión del aula en la formación de profesores de matemáticas, de las cuatro dimensiones del KQ nos interesa indagar en la contingencia, que hace referencia a aquellas situaciones que aparecen en el aula y que no se han planificado.

Por otra parte, a partir de los trabajos que hemos desarrollado en la línea de competencias matemáticas, se ha conformado el grupo de investigación “Competencias Matemáticas” (COMMAT), que contempla tres grandes líneas de investigación: dimensión curricular, desarrollo de competencias en los alumnos, y formación del profesorado (Solar & Ortiz, 2011). En relación a la formación de profesores se ha caracterizado una metodología de trabajo docente de formación de profesores para el desarrollo de competencias matemáticas (Solar, Espinoza, Rojas, Ortiz, González, & Ulloa, 2011; Solar, Rojas, Ortiz, & Ulloa, 2012), tales como la modelización, la resolución de problemas, la representación, la argumentación y la comunicación, competencias que ya fueron señaladas por Niss y colegas en el proyecto curricular KOM, en Dinamarca (Niss & Højgaard, 2011).

En base estos antecedentes, queremos establecer relaciones entre el desarrollo de competencias en el aula y el tratamiento de la contingencia por parte del profesor en el aula de matemáticas. En particular la pregunta que guía esta problemática es ¿de qué manera el desarrollo de competencias en el aula puede facilitar el tratamiento de la contingencia?

### Marco teórico

El marco teórico desarrolla los aspectos esenciales para fundamentar el estudio: la noción de contingencia en el KnowledgeQuartet (KQ) y la competencia de argumentación matemática.

### La noción de contingencia en el Knowledge Quartet (KQ)

El KnowledgeQuartet (KQ) (Rowland et al., 2005) es una teoría de base empírica que distingue entre diferentes tipos de conocimiento matemático: fundamentos, transformación, conexión y contingencia. Los *fundamentos* se asocian al conocimiento del contenido matemático del profesor y al conocimiento teórico sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Transformación* es la dimensión más similar a la conceptualización de Shulman del conocimiento pedagógico del contenido, es decir, cómo toma un profesor su propio conocimiento de los contenidos y lo transforma en formas que sean accesibles a los alumnos. En esta dimensión se

presta especial atención del profesor al uso de representaciones, ejemplos, explicaciones y analogías. Una tercera dimensión es la *conexión*, que tiene relación con las acciones que un profesor realiza para provocar conexiones entre diferentes objetos matemáticos, y anticipar dificultades y errores típicos en un tema determinado. Dado que no todos los aspectos de la lección pueden ser previstas, la *contingencia* es la dimensión que se centra en las acciones del profesor en momentos imprevistos e inesperados. Dentro de cada una de las cuatro dimensiones existen categorías que identifican aspectos específicos de la enseñanza de las matemáticas a tener en cuenta en la planificación, implementación y evaluación.

En particular, para este estudio se profundiza en la cuarta dimensión de contingencia, que hace referencia a aquellas situaciones que aparecen en el aula y que no se han planificado. Rowland y colaboradores la han caracterizado a partir de cuatro indicadores: responder a las ideas de los alumnos, desviación de la agenda, reflexión del profesor, respuesta a la disponibilidad de una herramienta o recurso. Estas categorías emergentes han sido caracterizadas inicialmente por Rowland et al. (2005), no obstante aún están en proceso de validación y en el transcurso del tiempo han sido modificadas en otros estudios (Rowland, Turner, Thwaites, & Huckstep, 2009; Rowland & Ruthven, 2011). En la web <http://www.knowledgequartet.org/> se puede encontrar las actualizaciones a las categorías de cada una de las dimensiones del KQ, evidenciando que aun los indicadores están en proceso de construcción y validación.

### Competencia de Argumentación

En general, los análisis de argumentación en el aula se sustentan en el modelo argumentativo propuesto por Toulmin (1958), que sigue un proceso lineal desde los datos hasta las conclusiones. Esta secuencia consta de seis elementos: Datos, Conclusión, Garantía, Respaldo, Calificador modal, Refutadores (Goizueta & Planas, 2013). Para estudiar la argumentación en el aula de matemáticas, Krummheuer, (1995) propone una secuencia de argumentación basado en el modelo argumentativo de Toulmin. Sin embargo, reduce el sistema original a cuatro elementos: datos, garantía, respaldo y conclusión.

Para nuestro análisis interpretamos los componentes del modelo argumentativo de Toulmin como procesos matemáticos. En efecto, nuestro estudio se enfoca en la caracterización de los procesos matemáticos que aparecen en la argumentación, a diferencia del tipo de análisis que realizan Krummheuer y otros autores que han seguido a Toulmin para estudiar la argumentación en el aula de matemáticas, que se centran en la secuencia argumentativa. A diferencia de Krummheuer, se considera como base el modelo argumentativo original de Toulmin, para así poder discutir en nuestra propia investigación qué papel juegan todos los procesos que conforman la estructura argumentativa.

En Solar, Azcárate&Deulofeu (2012) se muestra un estudio realizado en un curso de 8° básico, sobre qué procesos argumentativos de la estructura de Toulmin emergen en la implementación de una unidad didáctica de interpretación de gráficas funcionales. Se obtuvo como resultado agregar un procesos denominado “interpretación” a la estructura argumentativa de Toulmin.

### Metodología

La metodología utilizada se enmarca en un enfoque cualitativo interpretativo, orientado a describir, interpretar y entender el significado de los fenómenos sociales, intentando darles sentido desde el significado que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos (Merriam, 1998). Esto nos permite entender, desde el discurso y la práctica de los profesores, tanto los procesos de argumentación como los tipos de contingencia que emergen en el aula.

Como diseño metodológico hemos considerado un estudio de casos de dos profesoras de primero básico (Patricia y Victoria) que para planificar sus clases se han apoyado en una unidad didáctica común de números. Para introducir el sobre conteo las dos profesoras han considerado la actividad de la unidad didáctica denominada “echando fichas en una caja”, que consiste en echar primero 8 fichas, contando de una en una, en una caja opaca para que los niños no puedan ver en su interior, y luego la profesora echa otras 5 fichas. El problema consiste en determinar la cantidad de fichas que hay en la caja, sin contarlas. Por medio de una observación no participante, registramos la clase de las dos profesoras en que se gestionó esta actividad.

### Análisis de los datos

A continuación se presentan episodios de cada una de los casos analizados, Patricia y Victoria, que son analizados desde el punto de vista del tratamiento de la contingencia, y por otro lado, desde el desarrollo de la argumentación.

#### Caso Patricia

En la clase de Patricia, se echan primero 8 fichas en una caja una a una, el episodio comienza cuando Patricia comienza a echar la segunda colección de fichas.

Patricia: miren, contemos (la profesora comienza a echar las fichas una a una en la caja)

Alumnos: 1, 2, 3, 4 y 5.

Patricia: Ya pregunta, ¿Yo eche primero cuántas fichas?

Alumnos: ocho

Patricia: Luego eche

Alumnos: cinco

Patricia: ¿hay más fichas de cuando eche 8 fichas? ¿o hay menos?

Alumnos: menos.

Patricia: ¿hay más (énfasis) o menos?

Alumnos: más

Patricia: más ¿cierto?, por qué hay más

Marcela 1: porque hay 13

Patricia: ¿por qué hay más?

Alumnos: porque hay 13

Patricia: ¿por qué hay 13?

Marcela: porque.. (hace una leve pausa, y otros alumnos comienzan a intervenir

Carlos: porque 8 más 5 son 13

Patricia: ¿por qué 8 más 5 son?

Alumnos: 13

En el episodio se puede apreciar que una vez que Patricia ha echado las 5 fichas restantes, ella pregunta: ¿hay más fichas de cuando eche 8 fichas? ¿o hay menos? Los niños responden que hay menos fichas y ante esta situación, Patricia decide repetir la misma pregunta poniendo especial énfasis en la palabra más, a partir de lo cual los niños modifican su respuesta y dicen que hay más fichas. A continuación una de las niñas (Marcela), responde que hay 13 fichas, y ante la pregunta de Patricia ¿por qué hay 13?, Marcela se queda dubitativa y otro niño (Carlos) responden: porque 8+5 son 13.

Podemos analizar el episodio descrito desde el punto de vista del desarrollo de la argumentación y desde el tratamiento de la contingencia. Ante momentos claves para el desarrollo de la argumentación tales como ¿por qué es 13?, Patricia no da el espacio para que Marcela argumente su respuesta y en consecuencia podemos decir que la argumentación no es promovida por Patricia. Por otra parte, hay dos momentos en los que aparece una situación de contingencia: la primera respuesta del curso, al decir menos fichas en vez de más, y el segundo momento cuando Marcela no es capaz de argumentar su respuesta. En estos dos momentos Patricia no se ha desviado de su agenda y en consecuencia no ha hecho un tratamiento de la contingencia.

### Caso Victoria

En la clase de la profesora Victoria se echan primero 8 fichas en una caja opaca y luego se echan 5, y ante la pregunta de cuántas fichas hay en total, Victoria se encuentra con diversas respuestas de sus alumnos. Una vez que escucha varias de ellas, elige a tres niños (Ricardo, Carlos y Arturo) con respuestas diferentes para que pasen a la pizarra en donde se encuentra una cinta numerada.

Victoria: ¿Cuántas fichas teníamos al inicio? (le pregunta a Ricardo)

Alumnos: respuesta confusa, algunos dicen 8 y otros dicen 0

Victoria: no, lo que dijo él, el dice que 0. A ver y ¿cuántas agregamos

Ricardo: 5

Victoria: a ver

(Ricardo comienza a contar en la cinta numerada de la pizarra, sitúa el dedo en el número 1 y da cinco saltos, terminando en 6)

Victoria: ya, (se dirige a Carlos) ¿cuántas fichas teníamos en el inicio?

Carlos: 0

Victoria: cero, y ¿cuántas agregamos?

(Carlos comienza a contar, iniciando en 1 y termina en 5)

Victoria: haaa ya., y ud. (señala a Arturo) ¿cuántas fichas teníamos al inicio?

Arturo: 8

Victoria: 8

Arturo: y agregamos 5 (sitúa el dedo en el 8), uno, dos, tres, cuatro cinco. (Cuenta uno a uno hasta llegar a 13)

Victoria: ¿cuánto te dio?

Alumnos: 13

Victoria: ya, ¿qué paso con estos amigos? (señala a Ricardo, Carlos y Arturo) ¿Quién tiene la razón?

Alumnos: Arturo

Victoria: él (señala a Arturo) ¿y por qué la tiene él? A ver ud.

Javier: porque los demás contaron desde el 1 y como no escucharon muy bien contaron hasta el 5 (en la cinta numerada de su mesa, el dedo lo mueve desde el 1 hasta el 5)

Victoria: ha, no escucharon bien (pregunta a Arturo) ¿cuántas laminas habían al inicio?

Patricio: 8

Valentina: (señala a Ricardo) ¿y ud. cuántas me dijo que habían al inicio?

Ricardo: 0

Victoria: 0 ¿y ud. cuántas me dijo que habían al inicio?.

Carlos: 0

Victoria: ¿y qué pasó con ellos entonces?

Alumnos: se confundieron

Valentina: se confundieron ¿Pero ellos se saben los números? Se los saben, pero se confundieron.

En el episodio Ricardo dice que inicialmente hay 0 fechas y se agregan 5 fichas, y ante la pregunta de Victoria de como lo hizo, Ricardo comienza a contar en la cinta numerada de la pizarra, situando el dedo en el número 1 y da cinco saltos, terminando en 6. Victoria no comenta el resultado erróneo y se dirige a Carlos que también considera que al inicio hay 0 fichas y se agregan 5; ante la misma pregunta de Victoria de como lo hizo, Carlos comienza a contar en la cinta numerada, iniciando en 1 y terminando en 5. Victoria tampoco hace comentarios y ahora se dirige a Arturo quien dice que al inicio hay 8 fichas y se agregan 5, y ante la misma pregunta de cómo lo hizo, Arturo sitúa el dedo en el 8 y cuenta uno en uno hasta llegar a cinco, situando el dedo en 13. Victoria ahora pregunta al curso quien tiene la razón, y Javier responde que Arturo, explicando que los otros contaron desde el 1 y como no escucharon muy bien contaron hasta 5.

Desde el punto de vista de la argumentación, vemos que Victoria gestiona que se expliciten diferentes respuestas, con sus respectivos procedimientos, y promueve que otros niños argumenten a propósito de las soluciones erróneas expuestas por sus compañeros. Por otro lado, en un análisis de la contingencia, podemos decir que a Victoria no le preocupa desviarse de la agenda, promueve la participación de sus alumnos y trata los errores de los alumnos, al tiempo que aborda la argumentación sobre ellos. Estos indicadores nos permiten afirmar que Victoria realiza un tratamiento de la contingencia en el aula.

### Comparación de los casos

Al comparar los dos casos, podemos señalar que en el aula de Patricia no se aprecia un tratamiento de la contingencia, a diferencia del aula de Victoria. Este hecho lo podemos explicar desde la importancia que le da cada profesora a la competencia de argumentación. Desde nuestro punto de vista, Patricia tiene como propósito desarrollar procedimientos para resolver problemas y le otorga poca importancia a la argumentación; esto tiene como consecuencia que no toma en consideración los errores ni las ideas espontáneas de los niños. En cambio para Victoria sí es relevante que los niños desarrollen la argumentación en el aula, lo que se manifiesta preguntando el resultado a diferentes niños, cuestionando el proceso de resolución y no mostrando autoridad en las respuestas.

### Conclusiones

Concluimos el análisis de estos casos con la idea de que tener como finalidad el desarrollo de una competencia, en este caso la argumentación, contribuye el tratamiento de la contingencia, puesto que la profesora considera los indicadores de la contingencia como medios para el desarrollo de la competencia. De este modo, el desvío de la agenda o la gestión de los errores de sus alumnos permiten el desarrollo de la argumentación en los alumnos, ya que dicho desarrollo permite que

se facilite un espacio de interacción en el aula y con ello se promueva el tratamiento de la contingencia, en el sentido que el profesor la tome en consideración y actúe de acuerdo con ella.

El estudio presentado es una primera aproximación a la relación entre el desarrollo de competencias en el aula y el tratamiento de la contingencia. Para un próximo proyecto hemos decidido centrarnos en la competencia de argumentación para establecer relaciones con el tratamiento de la contingencia, mediante una problemática de indagar en los elementos desencadenantes que promueven la argumentación en el aula, y establecer relaciones entre dichos desencadenantes con el tratamiento de la contingencia.

### Referencias bibliográficas

- Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 31 (1), 61-78.
- Hill, H., Ball, D. L., & Schilling, S. (2008). Unpacking “pedagogical content knowledge”: Conceptualizing and measuring teachers’ topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372-400.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. C. Bauersfeld (Ed.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (págs. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. IMFUFA tekst n. 485/2011. Roskilde: Roskilde University.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers’ mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* (8), 255-281.
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching*. London: SAGE.
- Rowland, T., & Ruthven, K. (2011). *Mathematical Knowledge in Teaching*. London and New York: Springer.



- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.
- Solar, H., Espinoza, L., Rojas, F., Ortiz, A., González, E., & Ulloa, R. (2011). *Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM)*. FONIDE 511091. Santiago: Mineduc.
- Solar, H. R., & Ortiz, A. (2011). Competencias matemáticas: Una línea de investigación. *XIII CIAEM - Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife: CIAEM.
- Solar, H., Azcárate, C., & Deulofeu, J. (2012). Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales. *Enseñanza de las Ciencias*, 30 (3), 133-154.
- Solar, H., Rojas, F., Ortiz, A., & Ulloa, R. (2012). Reflexión docente y competencias matemáticas: un modelo de trabajo con docentes. *RECHIEM: Revista Chilena de Educación Matemática*, 6 (1), 257-267.
- Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge: Cambridge University Press.