

CONOCIMIENTO COMÚN Y ESPECIALIZADO DE PRODUCTOS NOTABLES DE LOS FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Judith Alejandra Graciano Barragán, Lilia Patricia Aké Tec

Universidad de Colima. (México)

judith.graciano1c@gmail.com, lake86@gmail.com

RESUMEN: Esta investigación de corte cualitativo tiene por objetivo describir aspectos parciales del conocimiento común y especializado de productos notables de los futuros profesores de matemáticas, en el marco del Conocimiento Matemático para la Enseñanza, propuesto por Hill, Ball y Schilling en el 2008. La investigación se desarrolla con estudiantes de la Licenciatura en Educación Media Especializado en Matemáticas de la Universidad de Colima. El interés es la búsqueda de aportaciones para la formación de profesores y la mejora de la práctica en el aula. Al respecto, los resultados que se obtuvieron a través de un cuestionario de respuesta abierta, rescatan inconsistencias principalmente en el conocimiento especializado del contenido de productos notables, pero también se reconocen áreas de oportunidad para su fortalecimiento.

Palabras clave: conocimiento matemático para la enseñanza, productos notables, formación de profesores

ABSTRACT: This qualitative research aims to describe partial aspects of the common and specialized knowledge of future math teachers with respect to notable products, within the framework of Mathematical Knowledge for Teaching, proposed by Hill, Ball and Schilling in 2008. The research was carried out with High Education Degree students, majoring in mathematics at the University of Colima. It is concerned with the search of contributions for teachers' training and the improvement of practice in the classroom. In this regard, the results obtained through an open-ended questionnaire, rescue inconsistencies mainly in the specialized knowledge of the content of notable products, but also recognize areas of opportunity for its strengthening.

Key words: mathematical knowledge for teaching, notable products, teachers' training

■ Introducción

El álgebra representa un área de difícil acceso conceptual para los estudiantes, situación que suscita la incidencia en errores de manera reiterada y que por tanto restringe el aprendizaje de los contenidos de esta materia por parte de los aprendices (Carpenter, Frankie & Levi, 2003). En particular, el tema de productos notables es percibido por los alumnos como una barrera que limita sus estudios (Chang & Tsai, 2005), dado que es un contenido matemático importante para continuar con éxito los diversos temas del currículo de matemáticas tales como: simplificaciones de expresiones, operaciones con fracciones algebraicas y límites (Vega, 2010) por mencionar algunos ejemplos.

Dada la complejidad del estudio de los productos notables y bajo la consideración de que los conocimientos que el profesor exhibe tienen un efecto en lo que los estudiantes aprenden (Hill, Rowan & Ball, 2005), es que el presente estudio se interesa por el conocimiento del profesor en el contexto de su formación inicial.

Estudiar la formación del profesorado de matemáticas es de particular interés para los estudiosos de la matemática educativa, ya que es necesario identificar los conocimientos que un profesor debe desarrollar durante su formación profesional (Rojas, Flores y Carrillo, 2013). Sobre todo, porque se considera que el docente debe saber mucho más de lo que se espera que enseñe en determinado nivel educativo (Hill, Sleep, Lewis & Ball, 2007) y que como profesional de la enseñanza debe tener un conocimiento específico que lo distinga.

Es en este sentido, que se pretende caracterizar el conocimiento de los profesores de matemáticas teniendo como referente al Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT por sus siglas en inglés: Mathematical Knowledge for Teaching) propuesto Hill, Ball y Schilling en el 2008, teniendo como guía la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el conocimiento común y especializado de productos notables de los futuros profesores de matemáticas que cursan la Licenciatura en Educación Media Especializada en Matemáticas?

■ Marco Teórico

Dentro del marco de la formación de profesores, una perspectiva utilizada para abordar los estudios sobre el conocimiento del profesor de matemáticas se basa en los trabajos de Ball y colaboradores (Ball, 2000; Hill, Ball y Schilling, 2008; Ball, Thames, & Phelps, 2008), en los cuales se propone el modelo de Conocimiento Matemático para la Enseñanza. Dicho modelo es ampliamente considerado para el análisis del conocimiento del profesor y para el diseño de tareas que mejoren su práctica (Carrillo et. al, 2013), y es que para afrontar profesionalmente las actividades que su labor conlleva, el profesor de matemáticas, debe poseer un conocimiento profesional específico (Sosa, 2011). De este modo, se asume que el conocimiento matemático para la enseñanza es un elemento clave en el conocimiento profesional del profesor.

El MKT es definido como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno” (Hill, Ball, & Schilling, 2008, p. 374) y se encuentra conformado en dos categorías denominadas, conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido tal y como se puede observar en la figura 1.

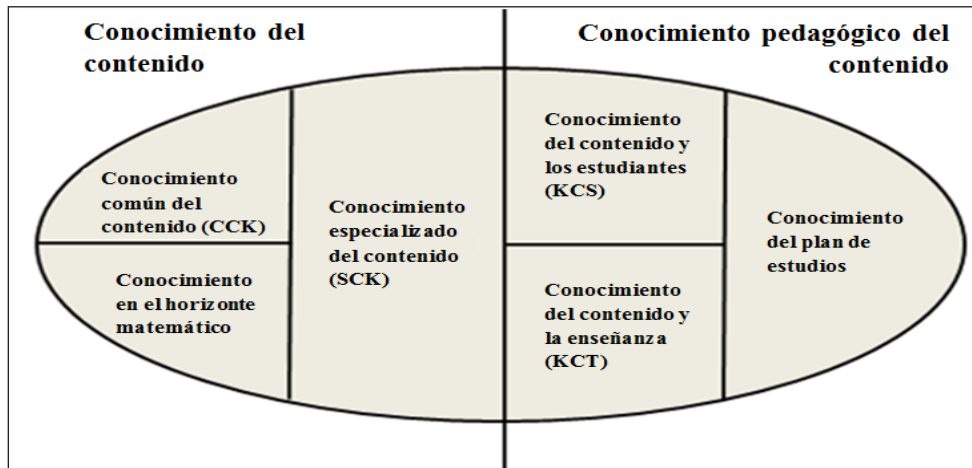


Figura 1. Conocimiento matemático para la enseñanza (traducido de Hill et al, 2008, p.337)

El conocimiento del contenido se divide en tres subdominios: conocimiento común del contenido, conocimiento especializado del contenido y conocimiento en el horizonte matemático, los cuales se describen a continuación.

- *Conocimiento común del contenido:* es el conocimiento matemático en conjunto con las habilidades para dar respuesta a las tareas y actividades que como docente pones a realizar a los alumnos (Ball, Thames, & Phelps, 2008)
- *Conocimiento especializado del contenido:* es el que permite dar explicaciones sobre las reglas y procedimientos de los temas de la asignatura, al igual que analizar los métodos propuestos por los alumnos a ver si pueden funcionar de manera general (Hill et al, 2008).
- *Conocimiento en el horizonte matemático:* Sosa en el 2011 lo describe como el conocimiento de un contenido específico en relación a las diferentes etapas educativas, incluyendo las habilidades para comprender la importancia del contenido en su trayectoria curricular.

Por otra parte, el conocimiento pedagógico del contenido se fragmenta en: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del plan de estudios. A continuación, se realiza una interpretación en base a los autores de cada subdominio.

- *Conocimiento del contenido y los estudiantes*: es el conocimiento sobre como los estudiantes piensan, conocen y aprenden el contenido, por esa razón además se incluye la identificación de dificultades y concepciones erróneas (Hill et al, 2008).
- *Conocimiento del contenido y la enseñanza*: es descrito por Ball et al (2008), como el conocimiento que involucra discriminar entre los ejemplos para comenzar el contenido y terminar, los ejercicios a utilizar y el saber que representaciones son las adecuadas para enseñar cierto tema específico.
- *Conocimiento del plan de estudios*: trata sobre el conocer el plan de estudios, es decir los objetivos, contenidos que se imparte de acuerdo al nivel educativo, evaluaciones, orientaciones curriculares, recursos y materiales que permiten guiar la práctica para lograr el aprendizaje de los estudiantes (Ball et al, 2008)

Este estudio, particularmente se centra en describir e identificar aspectos parciales del conocimiento común y especializado de productos notables de los futuros profesores de matemáticas que cursan la Licenciatura en Educación Media Especializada en Matemáticas (LEMEM).

■ Método

La investigación tiene un enfoque primordialmente cualitativo ya que se pretende identificar y describir el proceso de formación de los futuros profesores de matemáticas a nivel bachillerato en cuanto a la adquisición del conocimiento común y especializado de productos notables en el marco del modelo MKT.

La selección de la muestra es intencional, por tanto, no aleatoria ya que se eligió al grupo de quinto semestre de la LEMEM de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, con un total de 30 estudiantes. Se aplicó un cuestionario de respuesta abierta como instrumento de recogida de datos, con el que se pretende analizar los dos subdominios del conocimiento antes mencionados.

En este sentido, vale la pena reiterar que dicho cuestionario se encuentra articulado desde las propuestas del conocimiento del profesor de matemáticas en relación al MKT, pero también se ha considerado en su diseño la articulación de preguntas específicas, según la lógica de Godino (2009), para analizar en este caso el conocimiento especializado.

Para el análisis de las respuestas al cuestionario se llevó a cabo una clasificación de las producciones de los futuros profesores tomando como referencia el análisis de los conceptos y procedimientos utilizados en la resolución.

■ Descripción de los resultados

El cuestionario, que consta de 5 tareas, fue aplicado en dos etapas. En la primera etapa se indaga sobre el conocimiento común, a través de las tareas 1 y 2; mientras que, en la segunda etapa del cuestionario, a través de las tareas 3, 4 y 5, se indaga sobre conocimiento especializado del contenido utilizando preguntas específicas. A continuación, se describen sucintamente cada una de las tareas implicadas en el cuestionario:

La tarea 1 consta de 3 ítems (1A, 1B y 1C) que plantean la simplificación de fracciones algebraicas.

La tarea 2 consta de 3 ítems (2A, 2B y 2C) que plantean el cálculo de límites aparentemente indeterminados.

La tarea 3 plantea la respuesta hipotética de un estudiante a la simplificación de una fracción algebraica en la que se evidencia la aplicación de la división para obtener la respuesta. Se cuestiona sobre la viabilidad de la utilización de la división en dicho contexto.

La tarea 4 plantea la respuesta hipotética de un estudiante al desarrollo de un binomio al cubo. Respecto a esa solución dada se solicita la identificación de conceptos de tipo algebraicos implicados en la respuesta del estudiante.

La tarea 5 plantea el producto notable en el contexto aritmético y se solicita una justificación sobre su grado de corrección.

Para resolver las tareas planteadas en la primera etapa del cuestionario vinculado con el conocimiento común, el futuro profesor tiene que identificar el producto notable, sin la necesidad de realizar la multiplicación indicada en las expresiones. Autores como Hoch y Dreyfus (2004) denominan a esto como sentido estructural.

En el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes a las tareas vinculadas al conocimiento común, se identificaron tres tipos de producciones: a) Identifica el producto notable y realiza la simplificación de fracciones o el cálculo del límite aparentemente indeterminado de manera correcta; b) no identifica el producto notable pero determina la respuesta correcta, dado que se desarrolla las multiplicaciones indicadas para comprobar si efectivamente es posible realizar una simplificación; c) no identifica el producto notable y presenta errores que no permiten llegar a la resolución del ítem de la tarea.

También se categorizó bajo la etiqueta “sin contestar” aquellas producciones de estudiantes que se encontraron en blanco. Al respecto, en la figura 2 se registra las frecuencias de los estudiantes considerando la categorización previa.

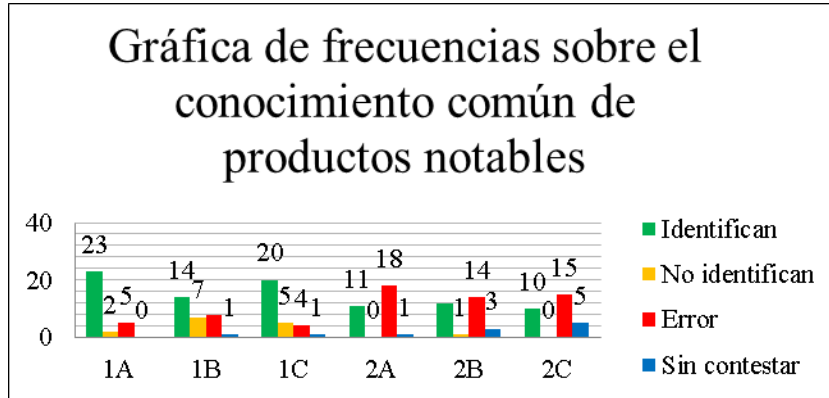


Figura 2. Gráfica de frecuencias del conocimiento común del contenido

De la gráfica de frecuencias se colige que el mayor número de errores tuvieron lugar en el contexto del cálculo de límites aparentemente indeterminados. En este caso, los estudiantes no reconocen el producto notable pero también cometen errores que no les permite obtener una respuesta satisfactoria. Particularmente la tarea 2 en su ítem c, resultó compleja para los futuros docentes de bachillerato dado que 20 respuestas de 30, no reflejan la determinación de una respuesta correcta. Llama la atención, el ítem 1B en el que 21 estudiantes obtienen la respuesta correcta a la simplificación de fracciones algebraicas, pero 7 de ellos se vieron en la necesidad de comprobar el producto notable realizando la operación indicada.

Por ejemplo, en la figura 3 se muestra un caso específico del estudiante 25, se aprecia el desarrollo de las multiplicaciones de los binomios conjugados $(2x + 1)(2x - 1)$ que se encuentran en el denominador. Después, a partir del desarrollo de los binomios conjugados se obtiene la diferencia de cuadrados $4x^2 - 1$, la cual es igual a la que se encuentra en el numerador. Por lo tanto, realizan la cancelación de términos obteniendo el resultado correcto.

$$\begin{aligned}
 & \text{B} \\
 & \frac{(4x^2 - 1)(4x^2 + 1)}{(2x + 1)(2x - 1)} = \\
 & \frac{(4x^2 - 1)(4x^2 + 1)}{(4x^2 - 1)} = 4x^2 + 1 \\
 & (2x + 1)(2x - 1) = \\
 & 4x^2 - 2x + 2x - 1 \\
 & 4x^2 - 1
 \end{aligned}$$

Figura 3. Estudiante 25, comprueba el desarrollo de los binomios conjugados

De manera general los futuros profesores, aunque resuelven la tarea de manera correcta presentan limitaciones en el conocimiento que debe ser compartido con sus estudiantes en cuanto al reconocimiento de la estructura del producto notable en cuestión esto podría imposibilitar la realización de las tareas que como profesores les pueden asignar a sus alumnos.

La segunda etapa del cuestionario constaba de las tareas 3, 4 y 5 vinculadas al conocimiento especializado. Para realizar el análisis de estas tareas se determinaron categorías que permitieron discernir entre las respuestas de los estudiantes y que permitieron ubicar su conocimiento especializado como en vías de desarrollo, parcialmente desarrollado y desarrollado (tabla 1).

Tabla 1. Categorías de análisis del conocimiento especializado (Elaboración propia)

Categoría	Interpretación
Desarrollado	<p>En la tarea 3, argumenta los métodos que facilitarían a los alumnos la simplificación de fracciones e identifica las dificultades y errores que el método de división puede propiciar.</p> <p>En la tarea 4, identifica los conceptos algebraicos que se ponen en manifiesto al resolver el ejercicio de binomio al cubo.</p> <p>En la tarea 5, realiza explicaciones y argumentaciones sobre los procedimientos empleados en relación a la resolución de la expresión aritmética que involucra el binomio al cuadrado, pero haciendo hincapié en dicho producto notable.</p>
Parcialmente desarrollado	<p>En la tarea 3, efectúa argumentaciones inconsistentes sobre la utilización de la división como método para simplificar fracciones algebraicas.</p> <p>En la tarea 4, identifica algunos de los conceptos empleados en la resolución del ejercicio de binomio al cubo.</p> <p>En la tarea 5, realiza explicaciones sobre la expresión aritmética que involucra el binomio al cuadrado, pero basándose en procedimientos puramente aritméticos y no en la estructura del producto notable.</p>
En vías de desarrollo	<p>En la tarea 3, falta de argumentos que justifiquen la respuesta del futuro profesor respecto a la simplificación de fracciones utilizando la operación de división.</p> <p>En la tarea 4, falta de identificación de conceptos algebraicos plasmados en el ejercicio sobre el binomio cubo.</p> <p>En la tarea 5, realiza explicaciones realizadas sin percatarse de la estructura del producto notable y cometiendo errores en dichas explicaciones.</p>

En la figura 4 donde se aprecian las frecuencias de los ítems en relación al desarrollo del conocimiento especializado, podemos observar que sobresale el conocimiento en vías de desarrollo para el caso de la tarea 5 debido a que se presentan inconsistencias en las explicaciones y argumentaciones sobre las reglas y procedimientos. Además, en la tarea 4 el profesor en formación presenta dificultades para la identificación de conceptos de tipo algebraicos presentes en dicha tarea.

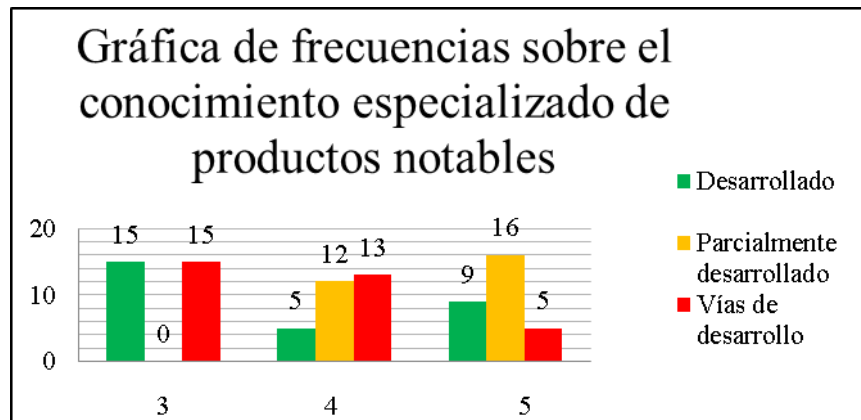


Figura 4. Gráfica de frecuencias del conocimiento especializado

En este sentido, es posible que el futuro profesor se encuentre con dificultades al momento de realizar adaptaciones, explicaciones y justificaciones a los procedimientos reglas y conceptos a enseñar.

■ Conclusiones

Se advierte que los futuros profesores de matemáticas presentan inconsistencias en el conocimiento común del contenido ya que tienen dificultades para reconocer la estructura del producto notable y recurren a realizar la operación indicada. El conocimiento especializado puede ser potencializado a partir del análisis de situaciones como las que se presentan en el cuestionario aplicado a los maestros en formación. Aunque se encontraron limitaciones, se enfatiza que, a partir de este estudio, es posible aportar información que ayude a tomar decisiones sobre qué contenidos son necesarios abordar en la formación de profesores, así sobre cómo se precisa desarrollarlos. En el contexto mexicano, alcanza mayor relevancia, dado que han comenzado a emerger licenciaturas orientadas a formar a profesores de matemáticas. Tiene sentido entonces reflexionar sobre una formación específica para los docentes de matemáticas de primaria, de secundaria y de bachillerato que conduzca al reconocimiento de una formación homogénea en la que el modelo MKT puede ser orientador.

■ Referencias bibliográficas

- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51, 241-247.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389 - 407.
- Carrillo, J., Flores, E., Climent, N., Contreras, L., Aguilar, A., Escudero, D. & Montes, M. (2013). Investigación sobre el profesor de matemáticas. En C. Dolores, M. García, J. Hernández & L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 97-116). Guerrero, México: Díaz de Santos Ediciones, S. A.
- Carpenter, T. P., Frankle, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically. Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Chang, C. & Tsai, Y. (2005). An alternative Approach for the Learning of $(a+b)^2= a^2+2ab+b^2$. *The 3er East Asia Regional Conference in Mathematics Education*. Recuperado de <http://ir.ncue.edu.tw/ir/handle/987654321/14569>
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de educación matemática*, 20, 13-31.
- Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal of Research in Mathematics Education*, 39(4), 372 - 400.
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American educational research journal*, 42 (2), 371- 406.
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M. & Ball, D. L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge: What Knowledge Matters and What Evidence Counts? En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 111- 155). Charlotte, USA: NCTM, Age publishing.
- Hoch, M. & Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra. The effect of brackets. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3, (pp. 49-56). Bergen, Norway: Bergen University College
- Rojas, N., Flores, P. & Carrillo, J. (2013). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza de los números racionales. *Avances de Investigación en Educación Matemática-AIEM*, 4, 47-64.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos* (Tesis de doctorado no publicada). Universidad de Huelva, España.

Vega, D. C. (2010). *Sentido estructural manifestado por alumnos de 1° de bachillerato en tareas que involucran igualdades notables* (Tesis de doctorado no publicada). Universidad de Granada, España.