

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO MEDIO PARA LA ENSEÑANZA DE LA RELACIÓN FUNCIONAL EN EL AULA

Diana Paola Medina Cañas, María Dhelma Rendón Saldívar, Ruth Rodríguez Gallegos

Instituto Tecnológico de Monterrey Campus Monterrey

dinpao_15@hotmail.com, maria.dhelma.rendon@itesm.mx, ruthrdz@itesm.mx

Resumen

La nueva sociedad del conocimiento exige que el sujeto desarrolle competencias que le permitan desenvolverse en su medio, organizaciones internacionales han propuesto competencias de asignaturas básicas que todo sujeto debe desarrollar, una forma de cumplir con este objetivo es que los docentes utilicen la modelación matemática como estrategia de enseñanza. Esto conlleva a realizar un estudio cualitativo que permita identificar aquellas competencias matemáticas que desarrolla un estudiante durante la construcción de modelos matemáticos.

Palabras clave: *modelación matemática, competencias matemáticas, competencias de modelación, relación funcional*

Introducción

El cambio globalizado en el que se encuentra actualmente la sociedad conlleva a que se generen nuevos sistemas educativos que contemplen no solo la adquisición de conocimientos básicos en el alumno, sino una educación integral, en donde el sujeto además de adquirir los contenidos educativos básicos, desarrolle habilidades y actitudes que fortalezcan su actuar en su vida cotidiana, lo que en conjunto se define como competencias.

En México el sistema educativo buscó reestructurar el plan curricular de educación básica, así en el 2006 se inició con una reforma educativa cuyo fin era el desarrollo de competencias para los alumnos a través de una educación integral. La forma de corroborar dicho aprendizaje fue a través de pruebas evaluativas nacionales e internacionales como lo son el programa internacional para la evaluación de estudiantes (PISA) y las pruebas de la evaluación nacional de logro académico de los centros escolares (ENLACE), en donde los resultados de los alumnos de la escuela estudiada siempre han obtenido un nivel deficiente de aprovechamiento en la asignatura de matemáticas, sobre todo en contenidos referentes al área de tratamiento de información, específicamente al tema de proporcionalidad.

De acuerdo con Bagni (2004) y López (2007) los alumnos presentan dificultades con estos temas debido a que no son capaces de identificar y relacionar los datos (variables) que se presentan en alguna situación, es decir, no establecen la relación funcional de los datos del problema o situación (Bagni, 2004); y es que el establecimiento de una relación funcional requiere la representación matemática de la situación. Lo anterior muestra una relación importante con las investigaciones que presentan Niss y Blum (2007) quienes enfatizan la necesidad de aplicar las matemáticas en la realidad, una realidad llamada extra-matemática, es así como se plantea una nueva forma de adquirir y desarrollar el conocimiento matemático: a través de la construcción de modelos que permitan representar diversas situaciones reales (Niss y Blum, 2007; Blomhoj, 2009; Biembengut y Hein, 2004; Trigueros, 2006).

El proceso de construcción de modelos matemáticos de una situación, se le denomina modelación matemática (Biembengut y Hein, 2004; Niss y Blum, 2007; Blomhoj, 2004), la cual ha sido utilizada como estrategia de enseñanza (Biembengut y Hein, 2004) porque permite a los alumnos no sólo comprender los contenidos de la asignatura, sino construir nuevos aprendizajes y desarrollar competencias matemáticas. Al respecto la secretaría de educación pública (SEP) en sus planes de estudio de matemáticas, propone que al sujeto se le enseñe a adquirir cuatro competencias matemáticas básicas: resolución de problemas, argumentación, manejo de técnicas y comunicación (SEP, 2006b); por su parte, PISA promueve el desarrollo de ocho competencias matemáticas: pensamiento y razonamiento, argumentación, comunicación, construcción de modelos, planteamiento y solución de problemas, representación, utilización de operaciones y lenguaje técnico, formal y simbólico; y empleo de material y herramientas de apoyo (OCDE, 2006, 101-102).

La hipótesis planteada en este estudio indica que usando la modelación como estrategia didáctica se pueden desarrollar competencias matemáticas; por lo que se busca identificar cuáles son esas competencias. Para tal efecto el proyecto se basó en el diseño propuesto por Biembengut y Hein (2004), el cual puede observarse en la figura 1.

Metodología

El método utilizado para la investigación fue de corte cualitativo, el cual permitió que a través de la planeación y aplicación de propuestas didácticas en el aula se obtuviera información de una muestra de 14 alumnos de primer grado de secundaria sobre las dos preguntas de investigación: 1) ¿Cuáles fueron las competencias matemáticas que se desarrollaron durante la enseñanza del tema relación funcional?; y 2) ¿Cuáles fueron las competencias matemáticas que se desarrollaron mediante la modelación matemática como estrategia de enseñanza? La aplicación de la propuesta didáctica se utilizó con el fin de responder a estas interrogantes. Ésta se realizó utilizando la modelación matemática como estrategia de enseñanza, que Biembengut y Hein (2004) proponen tanto para el alumno como para el docente (véase figura 1).

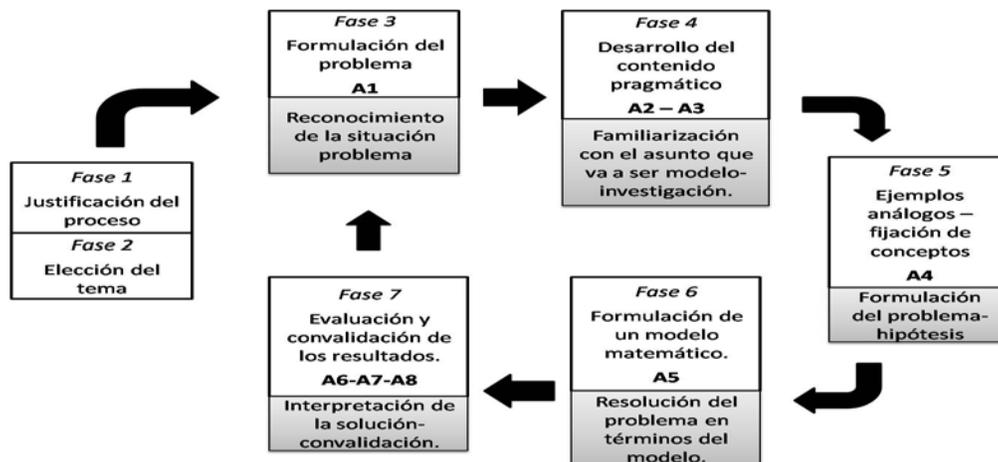


Figura 1. Proceso de modelación matemática en el aula según Biembengut y Hein (2004)

Los recuadros en blanco especifican lo que el docente debió hacer durante el proceso de modelación; así mismo, el recuadro gris muestra las fases que el alumno retoma del proceso para su aprendizaje. La propuesta didáctica se basa en el planteamiento de una situación extra

matemática en donde al alumno se le muestra una tabla donde se especifica las horas y el costo de un café internet; la indicación es encontrar el modelo matemático que permita establecer la relación proporcional entre estos datos. Para resolver esta situación, los alumnos realizaron la modelación en tres momentos: 1) identificación de la problemática real (A1), 2) construcción del modelo matemático (A2, A3, A4, A5); y 3) análisis del modelo (A6, A7, A8).

En la fase 1 el alumno reconoce el problema presentado por el docente, el cual analiza y comprende, identificando los datos más relevantes del mismo (A1). En la segunda fase, el alumno detecta los hechos involucrados través de preguntas guía que el docente les otorga (A2), identifican e investigar los conceptos matemáticos que tienen que utilizar para resolver el problema (A3). Hecha la investigación, los alumnos plantean una hipótesis acerca de cómo establecer la relación entre los datos del problema (las variables), para lo cual, se apoya de la hoja de cálculo de Excel, con el fin de que este software les facilite la construcción del modelo a diseñar (A4). Posterior a esto, el alumno construye un modelo para expresar la relación funcional de los datos del problema del internet (A5).

Por último, en la fase 3, una vez que se encontró el modelo, los alumnos comprueban que la fórmula puede resolver problema (A6), después verifica que el modelo sea aplicable en otros contextos (A7), de ser así, realiza un escrito para comunicar sus resultados, argumentando sus procesos para la construcción de su modelo matemático. El fin de esta propuesta fue la de recabar información a través de las evidencias académicas, los cuestionarios y las entrevistas realizadas a los alumnos, así como del diario de campo del investigador/docente, y de los registros de observación del observador externo; sobre las competencias que los alumnos lograron desarrollar durante el proceso de modelación. La presentación y el análisis de estos datos (a través del método de triangulación) se presentan en el siguiente apartado.

Resultados y discusión

El objetivo de la investigación fue identificar las competencias que los alumnos desarrollaron durante el proceso de modelación matemática como estrategia de enseñanza del tema “relación funcional”. Esto permitió dividir el estudio en dos categorías, a través de las cuales se realizó la presentación de resultados.

A) El desarrollo de competencias a través de la modelación matemática como estrategia de enseñanza.

En la primera fase, la identificación de la problemática real, los alumnos tuvieron que explicar con sus propias palabras el problema a resolver, al respecto, tanto en las entrevistas como en los reportes los alumnos coinciden con que se les pidió “una fórmula para sacar los precios sobre las horas de usar un computador” (reporte alumno J). Las competencias desarrolladas en esta fase, de acuerdo con estos estudios fueron las de interpretación (OCDE, 2006), así como la de comprensión del problema a estudiar, siendo esta una competencia no solo matemática, sino de modelación, (Niss y Blum, 2007).

Con respecto a la construcción del modelo matemático, en esta fase los alumnos tenían que identificar y comprender los conceptos relevantes del tema “relación funcional”, en los reportes de los equipos se observa la comprensión de los conceptos definiéndolos con sus propias

palabras. La figura 2 muestra la definición de conceptos realizados en el reporte de trabajo del equipo 6.

Variables = símbolos para un número que no se sabe
 Patrón = Cosas que se ordenan siguiendo una o más reglas
 Constante = un valor fijo (número por su solo)
 Computador = Computadora
 Dependiente = es la que depende de otra variable
 Independiente = Determina el constante de la variable dependiente

Figura 2. Conceptos del equipo E6 escritos en su reporte durante la fase 1 del proceso de modelación matemática como estrategia de enseñanza (Reportes de alumnos, No. 6).

Sobre el planteamiento de la hipótesis, en las entrevistas, así como en las preguntas guía, los alumnos consideraron que las horas dependen del costo y que si aumentan las horas también el precio, esto los llevó a la construcción de su modelo a través del uso de la hoja de cálculo (véase figura 4). Cabe mencionar que algunas dificultades que tuvieron los alumnos en este proceso fue el representar la constante y crear la fórmula en la hoja de cálculo de Excel, aunque como se observa en los registros de observación y los reportes de trabajo, una vez que se construyó la fórmula fue más fácil construir la ecuación algebraica.



En esta figura se observa la construcción de la tabla, la identificación de las variables con los símbolos apropiados, la ecuación algebraica y la gráfica en cuyo eje x se encuentran los datos de la variable independiente y en y los de la variable dependiente del equipo 5.

Figura 4. Trabajo terminado en la Hoja de cálculo Equipo E5.

Con base a lo anterior se concluye que los alumnos lograron identificar, analizar y comprender los conceptos desarrollando la competencia de resolución de problemas, en un nivel más complejo que en fase 1 (OCDE, 2006). Lo que a su vez permitió desarrollar otras competencias, pues al buscar solución para el problema el alumno se dedicó a investigar y analizar el contenido matemático, por eso, otras competencias identificadas en esta fase fueron: la búsqueda de

información y el trabajo colaborativo (OCDE, 2006), así como la competencia del aprendizaje permanente (Delors, 1996).

Por otra parte, construido el modelo, el siguiente paso fue explicar en términos matemáticos el proceso realizado, el cual tiene que ver con la competencia del uso del lenguaje técnico y simbólico (OCDE, 2006). El desarrollo de esta competencia se observa en los reportes de trabajo de los alumnos y en los registros del observador externo, en los cuales los alumnos matemáticamente relacionan los datos por medio de las variables y su representación simbólica (x,y) . El último paso de la modelación tiene que ver con la validación del modelo, en donde el alumno debió demostrar a través de una serie de pasos y con fundamentos matemáticos, cómo surgió su modelo, y como lo contrastó con otras situaciones extra matemáticas. Los reportes de trabajo de los alumnos, son evidencia del proceso de desarrollo de las competencias de comunicación, argumentación y demostración (OCDE, 2006) que tuvieron los integrantes de los equipos para explicar cómo surgió su fórmula. Relacionado a esto se encuentra la competencia de uso del material de apoyo (OCDE, 2006) para que la validación pudiera realizarse a través de la hoja de cálculo Excel. Si bien, esta competencia no se desarrolló del todo, debido a las dificultades que tuvieron los alumnos para aprender a utilizar el programa, al menos permitió que el alumno la adquiriera.

B) Las competencias matemáticas desarrolladas con el tema relación funcional.

A través de esta categoría se buscaba conocer cuáles fueron las competencias matemáticas que los alumnos desarrollaron al abordar el tema relación funcional, independientemente de cómo lo hicieron. Para su análisis, esta categoría se dividió en tres sub-categorías: Aprendizaje del contenido matemático, Implicación de conocimientos matemáticos y Desarrollo de competencias matemáticas.

Sobre el aprendizaje del contenido matemático, se pretendió ver el dominio del tema, así como su capacidad para establecer relaciones de los datos que se otorgan, en las entrevistas se observa el dominio de los conceptos así como el aprendizaje adquirido para establecer la relación entre las variables del problema. al respecto, también se ha de analizar el grado de comprensión del alumno sobre la relación funcional que existe en cualquier situación, que en este caso era saber si los alumnos habían encontrado algún significado al establecer la relación entre los datos, por lo escrito por ellos, se puede decir que pese a que a esta edad los alumnos aun presentan dificultades para establecer relaciones entre cantidades (Diez Palomar, 2010), a través del uso de la modelación, esta situación no se detectó en las respuestas otorgadas por los alumnos, en donde generalizan la fórmula para todas aquellas relaciones proporcionales que tienen un aumento directo en ambas cantidades de la situación, por tal razón, los alumnos explicaron que la fórmula construida si se puede aplicar para situaciones de esta naturaleza.

Por lo anterior se puede decir que el tipo de competencias desarrolladas en el aprendizaje de los contenidos matemáticos fueron tres: la de representación, comunicación, y el uso de lenguaje simbólico (OCDE, 2006). Dichas competencias se desarrollaron porque tienen algo en común: la codificación de los datos presentados, esto es, la comprensión de lo que significa la gráfica y sus elementos (Diez-Palomar, 2010).

Sobre la implicación de conocimientos matemáticos, en los cuestionarios aplicados a los alumnos de forma individual se puede observar en las respuestas de los resultados de los cuestionarios evaluativos, cómo el alumno utiliza y comprende el lenguaje algebraico para relacionar dos variables y su crecimiento proporcional; al respecto se ha de mencionar que una de las competencias matemáticas indispensables para el aprendizaje del alumno es la de hacer uso del lenguaje técnico, formal y simbólico matemático, a través del cual, el sujeto pueda comunicar, argumentar, representar y modelar diversas situaciones. El desarrollo del razonamiento proporcional de tipo cuantitativo, favorece el desarrollo de estas competencias, en donde el sujeto es capaz de establecer relaciones que representen las situaciones (García, 2000; Díez-Palomar, 2007). Cuando el alumno es capaz de establecer dicha conexión entre los datos se le facilita el poder crear un modelo que en términos matemáticos exprese la situación extra-matemática analizada, generando otro tipo de competencia como la construcción de modelos (OCDE, 2006)

Por último, sobre el desarrollo de competencias matemáticas, en los cuestionarios evaluativos A y B, se analizó si el alumno logró construir modelos matemáticos que le permitieran explicar la relación funcional de dos variables, al respecto, la figura 5 muestra los diversos modelos algebraicos obtenidos por los alumnos.

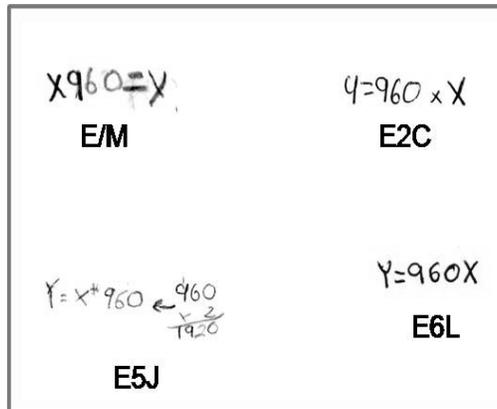
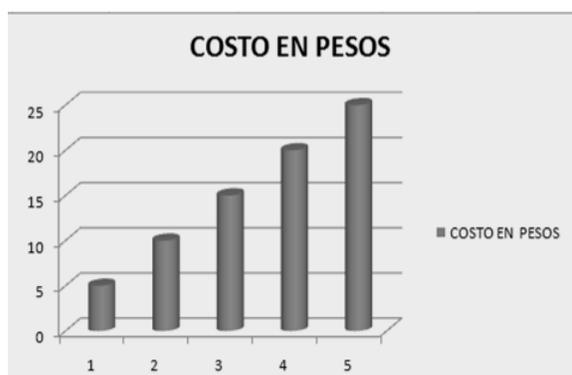


Figura 5. Modelo matemático sobre la relación que existe entre el número de botellas que se lavan en determinado tiempo, son las mismas variables, pero expresado de diferentes maneras.

Así mismo en la figura 6, se puede observar el tipo de gráficos construidos utilizando la hoja de cálculo de Excel en donde se muestra la capacidad del alumno para representar a través de símbolos matemáticos la situación extra-matemática presentada (Biembengut y Hein, 2004; Niss y Blum, 2007), relacionando los datos proporcionales que se le brindan (la variable dependiente, independiente y la constante).

Gráfica de barras de tipo cilindro E1



Grafica poligonal lineal E3

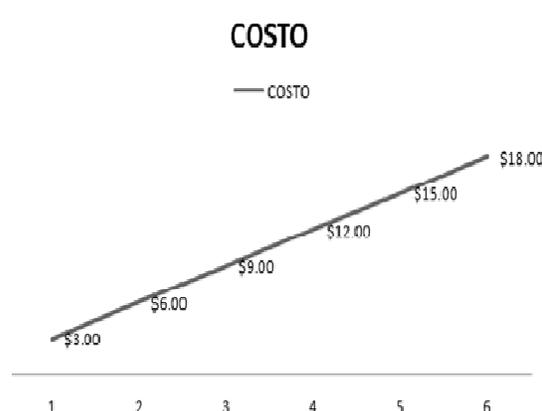


Figura 4.10. Gráfico de barras de dos tipos: cilindro (E1), y gráfico poligonal de tipo lineal (E3) para representar la relación funcional existente entre las horas y costo del internet.

Otra competencia que se pretendía visualizar en este análisis fue la de representación, a través de la cual se esperaba que el sujeto lograra codificar y/o decodificar un modelo tipo tabla o gráfico. En el análisis de los resultados obtenidos en el cuestionario B, mediante las preguntas 1 y 3, se pudo comprobar el desarrollo de esta competencia tomando en cuenta la lectura y comprensión de los gráficos como modelos matemáticos que establecen relaciones proporcionales de los elementos de un problema.

Conclusiones

A través del análisis de este trabajo se concluye que la implementación de la modelación matemática como estrategia de enseñanza favorece en mayor o menor grado el desarrollo de las competencias matemáticas como la argumentación, la comunicación, la construcción de modelos, la representación, la utilización de operaciones y lenguaje técnico, formal y simbólico; y empleo de material y herramientas de apoyo.

Aunque se debe ser consciente que dicho proceso requiere por parte del docente un ajuste al nivel educativo en el que se desee aplicar, así como a las características cognitivas y sociales de los alumnos. Debido a que la aplicación de la hoja de cálculo, si bien al final favoreció el desarrollo de competencias como la construcción de modelos matemáticos, en un inicio generó dificultades debido a la falta de conocimiento sobre el uso de la hoja de cálculo Excel.

Así mismo, se considera importante precisar que las competencias de la búsqueda de información y la comprensión lectora, las cuales se requieren para la definición de los conceptos matemáticos a utilizar en la solución del problema, fueron dos competencias que poco lograron desarrollar los alumnos; por lo que se propone, antes de iniciar la secuencia didáctica, facilitar a los alumnos conceptos o definiciones que ellos puedan comprender, y/o enseñarles a buscar información que puedan asimilar mejor.

Otro aspecto a destacar es la implementación de este proceso a través del trabajo colaborativo, ya que esto permite la socialización de ideas y la comprensión de algunos pasos de la modelación. Por último, se considera relevante el uso de la modelación como una forma diferente, dinámica y cognitivamente adecuada para enseñar los contenidos matemáticos, ya que esta no solo permite la

adquisición de los contenidos, sino también el desarrollo de habilidades mentales y competencias para la vida como el aprendizaje permanente.

Referencias

- Bagni G. (2004). Una experiencia didáctica sobre funciones en la escuela secundaria. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 7 (01).
- Biembengut M. y Hein N. (2004). La modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática [Versión electrónica] En *Educación Matemática* 6 (2), 105-125. En <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516206.pdf>
- Blomhøj, M. (2007). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling – Categorising the TSG21 papers en *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (241), 1-17.
- Díez-Palomar, J. (2007). Las situaciones proporcionales y sus dificultades desde el punto de vista del aprendizaje y la enseñanza. En Giménez, J. (coord.). *Educación matemática y exclusión*. España: GRAO.
- García R. (2000). Epistemología y teoría del conocimiento en *El conocimiento en construcción*. México: Gedisa.
- López, M. y Zariñán, I. (2007). La relación entre asignaturas. *Aprender a aprender*. México: Punto Fijo.
- Niss M. y Blum M. (2007). Assessing the "phases" of mathematical modelling. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Boston: Springer. P. 250-256
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), (2006). La competencia matemática en *PISA 2006 Marco de la evaluación conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura*. Consultado en <http://www.ince.mec.es/marcosteoricospisa2006.pdf>
- Secretaría de Educación Pública (2006). *Plan y programas de estudio. Educación básica. Secundaria*, México: SEP.
- Trigueros M. (2006) Ideas acerca del movimiento del péndulo un estudio desde una perspectiva de modelación [Versión electrónica]. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11 (31), 1207-1240. En <http://www.comie.org.mx/v1/revista/portal.php?idm=es&sec=SC03&sub=SBB&criterio=ART00434>