

## TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS E SUA IMPORTÂNCIA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Bárbara N. Palharini Alvim Sousa – Joselene Marques – Renata Toncovitch das Neves -  
Jéssika Naves de Oliveira  
barbarasousa@utfpr.edu.br - joselenemarques@utfpr.edu.br -  
re\_toncovitch@hotmail.com - jessikanaves04@gmail.com  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Brasil

Tema: BLOQUE IV: Formación del Profesorado en Matemática. IV.2 Formación y Actualización del Profesorado.

Modalidad: comunicación breve

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Educação Matemática, Investigações Matemáticas, Resolução de Problemas, Formação de Professores, Modelagem Matemática.

### Resumo

*O ensino e a aprendizagem dos conceitos em matemática estão associados, entre outros fatores, à abordagem dos conceitos matemáticos de diferentes maneiras. Nesse contexto, emergem diferentes tendências metodológicas para o ensino e a aprendizagem de matemática: a modelagem matemática; a resolução de problemas; as investigações matemáticas; as tecnologias da informação e comunicação. Em cada uma dessas tendências, a linguagem usual e a linguagem matemática são abordadas de diferentes maneiras. Nesse contexto, apresentamos por meio dessa comunicação, duas atividades envolvendo as tendências citadas e analisamos a linguagem utilizada para solucionar as atividades, com foco nos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2009). A metodologia utilizada na análise é caracterizada como qualitativa, sendo os dados coletados no decorrer de um projeto de extensão para a formação continuada de professores de matemática da educação básica cujo foco é mediar a reflexão do professor sobre sua prática de ensino e propiciar qualificação no que diz respeito às diferentes metodologias. Concluímos que a linguagem, usual e matemática, atuam como meios de ação para a tomada de decisão na resolução dos problemas e que o tratamento dessa linguagem pode fomentar as práticas dos professores e colaborar para a constituição de sua posição epistemológica.*

### Introdução

A formação matemática dos alunos está, muitas vezes, associada a um bom planejamento de ensino. Quando falamos de planejamento de ensino, no referimos de modo geral à formação de professores, seja ela inicial ou continuada. No âmbito da formação de professores vários temas são centrais no que se refere ao discurso no Brasil e em outros lugares do mundo, entre eles as tendências metodológicas para o ensino de matemática. O estudo de diferentes tendências metodológicas está associado ao anseio de colaborar com a formação matemática dos alunos e, de modo mais explícito visa colaborar com a formação, inicial e continuada, dos professores que ensinam matemática. As tendências metodológicas na Educação Matemática estão associadas à

caminhos para fazer matemática na sala de aula. Brasil (1998) aborda algumas dessas tendências ao colocar que não existe um único caminho que seja identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. Desse modo é preciso conhecer diferentes abordagens para o trabalho em sala de aula, dentre elas, a modelagem matemática, a resolução de problemas, as investigações matemáticas e as tecnologias da informação e comunicação.

Nesse texto, apresentamos reflexões no que tange às abordagens citadas, tomando-as como tendências metodológicas para o ensino de matemática. Para isso utilizamos de dois exemplares associados a abordagem dos conteúdos matemáticos em sala de aula por duas professoras do ensino superior. Para discutir a importância dessas tendências na formação de professores refletimos sobre resolução das atividades, evidenciando a potencialidade dessas tendências para a aprendizagem da matemática. É nesse contexto, que utilizamos os registros de representação da teoria de Raymond Duval e focamos a linguagem utilizada em cada um dos exemplos.

#### **A linguagem e as tendências metodológicas para o ensino de matemática**

Cada uma das abordagens citada acima conta com uma linguagem característica que permite ao professor e aluno trabalhar de maneira diferenciada. A linguagem da resolução de problemas, por exemplo, é diferente da linguagem associada à modelagem matemática que, por sua vez, pode ser diferente da linguagem relacionada ao uso de diferentes tecnologias. Como nesse artigo nos limitamos à resolução de problemas e à modelagem matemática, abordamos as características principais dessas tendências metodológicas e a linguagem característica de cada uma delas, bem como o papel do professor na abordagem de tais tendências dentro da sala de aula.

#### **Algumas considerações sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática**

A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática que visa à articulação de situações não matemáticas com a criação de modelos matemáticos<sup>1</sup>. A modelagem matemática na Educação Matemática pode ser entendida como uma alternativa pedagógica para o ensino de matemática em sala de aula (Almeida e Dias, 2004). De modo geral, aborda-se uma situação da realidade por meio de procedimentos matemáticos e uma análise interpretativa. Essa situação da realidade é denominada por Almeida, Silva e Vertuan (2012) de situação inicial e expressa, geralmente, por meio da linguagem natural. O objetivo da atividade de modelagem matemática é, por meio de

---

<sup>1</sup> Um modelo matemático, segundo Bassanezi (2011, p. 20) é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representem de alguma forma o objeto matemático”.

procedimentos matemáticos elaborar uma resposta para a situação inicial, resposta essa que representa uma situação final.

Para fazer modelagem matemática é necessário o desenvolvimento de algumas fases, como: inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação (Almeida, Silva e Vertuan, 2012). Essas fases estão relacionadas ao trabalho dos modeladores ao desenvolverem atividades de modelagem, por exemplo, é preciso se inteirar sobre a situação-problema, compreender o que é necessário para resolver a problemática inicial por meio de procedimentos matemáticos. Muitas vezes faz-se necessário efetuar uma tradução de linguagens, da natural para a matemática, e por meio de procedimentos matemáticos (matematização e resolução) obter um modelo matemático que deve ser interpretado e validado com base na situação inicial a fim de obter uma resposta para a situação inicial – a situação final.

### **Resolução de Problemas na sala de aula**

A resolução de problemas abordada em Polya (2006) pode ser considerada como uma abordagem metodológica que para resolver situações-problema abertas os alunos devem seguir quatro passos: compreender o problema; planejar a solução do problema; executar o plano de ação; verificar os resultados. Tal abordagem visa colocar os alunos em um contexto dinâmico e interativo, proporcionando um espírito crítico e reflexivo.

O trabalho do professor em sala de aula é conduzir os alunos metodologicamente – seguindo os passos da resolução de problemas – à obtenção dos resultados para os problemas propostos para resolver. Segundo Nishimura (2008, p. 8):

Na Resolução de Problemas, enquanto estratégia metodológica, o professor utiliza tarefas nas quais o aluno é estimulado a investigar, a explorar, ou seja, é dada ao aluno a oportunidade de aproximar-se do fazer matemática do mesmo modo que os matemáticos fazem. (Nishimura, 2008, p. 8).

Para que o professor possa auxiliar o aluno é necessário deixar que eles trabalhem de modo cooperativo, utilizando seus conhecimentos prévios para resolver a situação-problema. Desse modo, o professor não deve nem auxiliar o aluno demais, nem de menos, mas tentar colaborar na medida em que os alunos resolvam a atividade por si.

A resolução de problemas pode ser abordada tanto para trabalhar com conteúdos já trabalhados pelo professor quanto para inserir novos conteúdos. Seja com um objetivo ou com outro é necessário que por fim o professor retome as atividades com os alunos por meio de, por exemplo, uma plenária em que os alunos dispõem suas resoluções e as mesmas são discutidas para, a partir delas, os conteúdos matemáticos serem

sistematizados. Nesse sentido, o professor é responsável pela criação e manutenção do ambiente propício à aprendizagem.

A linguagem matemática da resolução de problemas passa da linguagem natural que pode ou não estar associada à linguagem matemática para a linguagem matemática – utilizada no âmbito dos procedimentos matemáticos.

Observamos que tanto na modelagem matemática quanto na resolução de problemas, as representações, tanto de situações-problema quanto dos objetos matemáticos, entram em cena para que professores e alunos possam expressar seus pensamentos. Para estudar as representações recorreremos aos estudos de Raymond Duval.

### **Algumas palavras sobre a teoria dos registros de representação semiótica**

As representações são utilizadas pelos sujeitos para expressar seus conhecimentos, seus pensamentos, para comunicar, para se fazer entender. E, ainda, para ter acesso aos diferentes saberes que dispõem a sociedade. Quando se trata de matemática, não há como ter acesso aos objetos matemáticos sem que seja por meio de uma de suas representações, por exemplo, para falar sobre *função de primeiro grau* geralmente utilizamos sua representação algébrica  $f(x)=a.x + b$ , ou recorreremos à sua representação gráfica.

Segundo Duval (2009), as representações podem ser mentais, internas ou computacionais e semióticas. As representações semióticas estão associadas a:

[...] um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou a gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações “equivalentes” em outro sistema semiótico, mas podendo tomar **significações** diferentes para o sujeito que as utiliza. A noção de representação semiótica pressupõe, então, a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para um outro. (Duval, 2009, p. 32).

Segundo Vertuan (2007), um dos papéis desempenhados pelas representações semióticas é o de comunicar, exteriorizar as representações mentais, tornando-as acessíveis aos outros. A utilização de diferentes representações semióticas pode, ainda, colaborar para que os alunos compreendam os conceitos matemáticos.

Para que um sistema de signos seja considerado como um registro de representação este deve permitir três atividades cognitivas, a formação de uma representação identificável, o tratamento de um registro de representação e a conversão de um registro de representação para outro (Duval, 2009).

Vertuan (2007) colabora para a pesquisa em modelagem matemática focando os registros de representação semiótica na modelagem matemática. Nesse contexto, a

modelagem matemática colabora para que os alunos coordenem diferentes representações dos objetos matemáticos, indicando a aprendizagem dos mesmos, por meio do tratamento, conversão e coordenação das diferentes representações.

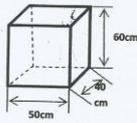
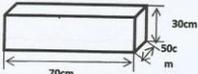
É no âmbito dessas reflexões que citamos duas atividades: uma associada à modelagem matemática e uma associada à resolução de problemas, e analisamos a importância do trabalho com tais atividades em sala de aula para por fim propor reflexões sobre a importância das tendências metodológicas na formação de professores.

### As atividades trabalhadas em sala de aula

As atividades estão associadas ao projeto de formação continuada de professores da Educação Básica (*Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica*) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná na cidade de Cornélio Procopio no Paraná. O projeto é desenvolvido por um grupo de professores e alunos da universidade a partir de um edital de extensão do MEC/Sesu – PROEXT 2013. As atividades (Quadro 1) foram utilizadas para compor o material que será disponibilizado aos professores no decorrer do curso e para analisar o potencial das atividades em sala de aula, duas professoras associadas ao projeto desenvolveram as atividades com alunos.

As atividades foram encaminhadas por meio das metodologias citadas no (Quadro 1). Para a primeira atividade a professora utilizou os passos descritos por Polya (2006) enfatizando que os alunos deveriam compreender o problema, estabelecer um plano de resolução, executar o plano e verificar os resultados.

**Quadro 1. As atividades “determinando o volume de uma pedra irregular” e “custo do metro quadrado X salário mínimo”**

<p><b>Situação Problema:</b> Usando aquário ao lado,</p>  <p>e o recipiente abaixo:</p>  <p>De que maneira poderia calcular o volume de uma pedra qualquer e de formato irregular?</p> 	<p><b>Casa Própria: será que com o salário dá?</b></p> <p>Construir ou reformar a casa própria é um sonho de muitos brasileiros. Todavia é de se observar que, por mais que os rendimentos obtidos por uma família melhorem, as condições financeiras para investir nesse sonho continuam escassas. É que, se por um lado o salário tem aumentado no decorrer do tempo, o preço do metro quadrado da construção também tem aumentado. Mas será que esses aumentos têm acontecido na mesma proporção? Será que tem ficado mais difícil ou mais fácil construir? É diante desse contexto que se dá a investigação nessa atividade: existe relação entre o preço do metro quadrado de construção e o salário mínimo? Se existe, qual é?</p> <p>Frente a problemática, faz-se importante coletar informações que permitam a resolução do problema, bem como a proposição de hipóteses e simplificações. Os dados da tabela 7 foram obtidos junto ao instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e referem-se ao salário mínimo nacional no período de 2000 a 2010 e ao custo do metro quadrado de uma casa popular de <math>64 m^2</math> no estado do Paraná no mesmo período.</p>
<p><b>Atividade encaminhada por meio da metodologia de resolução de problemas</b></p>	<p><b>Atividade encaminhada por meio da metodologia de modelagem matemática – Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012).</b></p>

Todos os registros escritos dos alunos foram coletados. A atividade “Casa própria será que com o salário dá?” foi entregue para os alunos juntamente com uma tabela (Tabela 1) contendo dados no decorrer de uma década sobre o valor do salário mínimo e o valor do custo do metro quadrado em função do tempo.

**Tabela: Salário mínimo nacional e custo do metro quadrado**

Ano (n)	Tempo (t), em anos	Salário mínimo nacional, em reais S(t)	Custo do metro quadrado, em reais C(t)
2000	0	151	351,07
2001	1	180	379,56
2002	2	200	414,47
2003	3	240	484,79
2004	4	260	524,11
2005	5	300	572,66
2006	6	350	603,48
2007	7	380	627,91
2008	8	415	685,76
2009	9	465	748,61
2010	10	510	796,43
2011	11	545	sem informações

Os procedimentos metodológicos utilizados para a coleta de dados foram principalmente qualitativos enfatizando o processo de resolução dos alunos, bem como a participação dos professores na aplicação das atividades.

A aplicação da primeira atividade colaborou, segundo a professora que aplicou a atividade para que ela se posicionasse de maneira diferenciada

frente aos questionamentos dos alunos. Os passos da resolução de problemas foram seguidos e a plenária com divulgação dos resultados dos grupos foi utilizada de modo a socializar várias resoluções, bem como as tentativas de resoluções. Nesse sentido, a abordagem metodológica da resolução de problemas auxiliou na formação matemática dos alunos e na socialização de conhecimentos permitindo que os próprios alunos observassem seus erros e acertos. Segundo a professora, mesmo os alunos que não prestaram, num primeiro momento, atenção no enunciado e foram calculando o volume do aquário e do recipiente, foram capazes, sozinhos, de perceber que tal cálculo não solucionaria o problema proposto, chegando, por meio de indagações por parte da professora, na solução real. O auxílio da professora e dos demais colegas colaborou para a execução do plano, bem como reelaboração do mesmo.

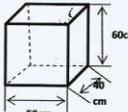
Os registros de representação semiótica utilizados pelos alunos dizem respeito à linguagem, bem como aos signos matemáticos. Para resolver a atividade os alunos descreveram os procedimentos de resolução e utilizaram a linguagem matemática para representar a situação descrita na atividade (Veja Figura 1).

Os registros de representação são utilizados para comunicar os procedimentos matemáticos utilizados pelos alunos. O tratamento é observado quando para descobrir o volume da pedra os alunos utilizam a relação do volume do recipiente e precisam associar essa relação com as medidas do recipiente para a partir disso obter uma relação

**Figura 1 Registro escrito dos alunos**

Situação Problema:

Usando aquário ao lado,

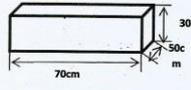


$$V_f = 50 \cdot 40 \cdot 60$$

$$V = 2000 \cdot 60$$

$$V = 120.000 \text{ cm}^3$$

e o recipiente abaixo:



$$V = 70 \cdot 50 \cdot 30$$

$$V = 3500 \cdot 30$$

$$V = 105.000 \text{ cm}^3$$

De que maneira poderia calcular o volume de uma pedra qualquer e de formato irregular?



$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 3500 \cdot z$$
 ou
 
$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 2000 \cdot z$$

*Resposta: Pensemos que para calcular o volume do pedro peria nassorios utilizarmos a área do borde do aquário e do recipiente e tomamos a altura como z. Assim calcularíamos o que falta no volume de um deles como sendo o volume da pedra.*

em função da pedra de formato irregular. A coordenação entre as representações não é observada, nem as conversões.

A atividade associada à modelagem matemática solucionada seguindo as fases da modelagem matemática, para tanto foi

necessário efetuar uma conversão do registro tabular (Tabela 1) para um gráfico e a partir desse gráfico hipotetizar que o comportamento dos dados ocorre de maneira linear.

Nesse momento já percebe-se a coordenação entre os três registros, já que os alunos percebem que a curva no plano  $xy$  tanto do salário no decorrer do tempo, quanto do custo do metro quadrado no decorrer do tempo estão associadas a um crescimento linear que pode ser obtido por meio do ajuste da função  $f(x) = ax + b$ .

No âmbito do projeto foi possível inferir pelos professores que a aplicação da atividade de modelagem matemática possibilitou a utilização de diferentes registros de representação por parte dos alunos enquanto a atividade associada à resolução de problemas possibilitou apenas a utilização da linguagem usual e da linguagem matemática, bem como a coordenação das duas e, de modo geral, ambas as atividades foram importantes para o trabalho em sala de aula.

Assim, as atividades de modelagem matemática utilizam, a partir de uma situação-problema da realidade, conhecimentos matemáticos com o rigor da linguagem matemática aliado à linguagem natural. E, nesse sentido é possível olhar para os registros de representação dos alunos a fim de observar a potencialidade da modelagem matemática para a construção de significados pelos alunos. E é no âmbito dessas considerações que o trabalho com modelagem matemática se torna propício para a aprendizagem.

### Finalizando por ora

Olhar para as atividades trabalhadas pelos professores no âmbito da sala de aula levanta questões relacionadas à aprendizagem dos alunos, aos conceitos trabalhados e à

comunicação de resultados, o que permite dizer que o direcionamento metodológico dado às atividades faz diferença no que tange ao ensino e a aprendizagem dos professores. Desse modo, se torna importante o conhecimento de diferentes tendências metodológicas por parte dos professores, para que possam criar verdadeiros ambientes de aprendizagem, de modo crítico e reflexivo.

As representações utilizadas pelos alunos estão, ora em linguagem usual, ora em linguagem matemática, denotando assim, a importância da linguagem para que os alunos tomem decisões frente às situações-problema com que se deparam. Nesse sentido, o tratamento dessa linguagem pode fomentar as práticas dos professores e colaborar para a constituição de sua posição epistemológica.

### Referências

- Almeida, L. M. W. Dias, M. R. (2004). Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *BOLEMA – Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, n. 22, pp. 19-35.
- Almeida, L. M. W.; Silva, K. P. & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática para a educação básica*. São Paulo: Contexto.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: estratégia de ensino-aprendizagem*. São Paulo: Contexto.
- Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília – MEC/SEF.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: Editora Livraria da Física (Coleção Contexto da Ciência).
- Nishimura, N. T. (2012). *Resolução de Problemas – Um Estudo em Sala de Aula*. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/md\\_nilza\\_tomie\\_nishimura.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/md_nilza_tomie_nishimura.pdf)>. Acesso em: 05 jun. 2012.
- Polya, G. (1978) *A arte de resolver problemas*. Trad. de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência.
- Ponte, J. P. (2009). *Investigações Matemáticas na sala de aula*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Santos, V. M. (2009). Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: Nacarato, A. M.; Lopes, C. E. (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Vertuan, R. E. (2007). *Um olhar para a Modelagem Matemática à luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.