

LA AUTENTICIDAD DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO EN EL CONTEXTO DE TEMPERATURA Y LAS PROPUESTAS DE SOLUCIÓN DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

AUTHENTICITY OF A MATHEMATICS PROBLEM IN THE CONTEXT OF TEMPERATURE AND PROPOSALS OF UNIVERSITY STUDENTS TO ITS SOLUTION

Wendy Loraine De León Zamora, Honorina Ruiz Estrada, Josip Slisko

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

wendy.1505@hotmail.es, hruizestrada@gmail.com, josipslisko47@gmail.com

Resumen

Reportamos los resultados de una investigación en curso, de corte cualitativo, basada en un problema matemático producto de un análisis documental realizado en los libros de texto de primero de secundaria proporcionados por la Secretaría de Educación Pública de México. Es un ejemplo que describe el comportamiento de tres materiales sometidos a un proceso de calentamiento. Se analiza la presencia de la autenticidad del contexto, considerando su naturaleza intrínseca y la interpretación que hacen siete estudiantes de licenciatura que están iniciando la carrera de física. Los datos fueron tomados a través de una encuesta y un test de reflexión cognitiva. Encontramos que ellos resolvieron el problema ignorando el contexto y que los pensadores lentos propusieron las mejores soluciones. Se propone una manera de complementar el estudio de la autenticidad de los problemas matemáticos del nivel secundario.

Palabras clave: autenticidad, temperatura, libros de textos de matemáticas

Abstract

We report the results of an ongoing qualitative investigation based on a mathematics problem resulting from a documentary analysis carried out in the high-school first-year textbooks provided by the Ministry of Public Education of Mexico. It is an example that describes the behavior of three materials subjected to a heating process. The context authenticity is analyzed, considering its intrinsic nature and the interpretation made by seven undergraduate students who are starting a degree in physics. The data were collected through a survey and a cognitive reflection test. We found that they solved the problem by ignoring the context and that slow thinkers proposed the best solutions. We proposed a way of complementing the authenticity study of high-school mathematics problems.

Key words: authenticity, temperature, mathematics textbooks

■ Introducción

El análisis de los libros de texto de matemática se ha perfilado últimamente como una línea de investigación emergente en la educación (Fan, 2013). Este autor ha sugerido dar especial atención al uso de los libros de texto y a sus efectos en el aprendizaje de los alumnos. En este contexto, el libro de texto es una variable independiente que incide en la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes o una variable dependiente que se ve afectada por otros factores como el mercado, las políticas educativas nacionales o la preparación profesional de los autores. Fan (2013) propone llevar el análisis de libros de texto más allá de la identificación de sus características o cómo desarrollan un tema específico de la matemática escolar.

Actualmente, hay iniciativas para vincular más estrechamente la matemática escolar con el mundo real fuera de la escuela. Tales iniciativas no son nuevas, pero han llevado a recientes reformas curriculares y de evaluación en varios países (Palm, 2005). Un ejemplo de ello es el currículo mexicano, que en su enfoque pedagógico del programa de estudios de matemáticas de la Nueva Reforma Educativa (NRE) planteada por la Secretaría de Educación Pública, SEP (2017), establece que:

La autenticidad de los contextos es crucial para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase de matemáticas. Los fenómenos de las ciencias naturales o sociales, algunas cuestiones de la vida cotidiana y de las matemáticas mismas, así como determinadas situaciones lúdicas pueden ser contextos auténticos, pues con base en ellos es posible formular problemas significativos para los estudiantes. Una de las condiciones para que un problema resulte significativo es que represente un reto que el estudiante pueda hacer suyo, lo cual está relacionado con su edad y nivel escolar (p. 301).

En la NRE, el significado de la autenticidad de los contextos se aclara desde el enfoque pedagógico del programa de estudios de la Lengua Extranjera. Según las orientaciones didácticas de esta asignatura, la autenticidad hace referencia al aprendizaje del idioma inglés por medio de situaciones comunicativas reales o próximas a la realidad y significativas, donde los estudiantes son usuarios de esta lengua y puedan interactuar con sus pares a través de ella. Por su parte, Palm (2009) propone que los problemas verbales auténticos propician el aprendizaje de la matemática escolar. En este caso, la autenticidad se refiere a la simulación de una situación real que sirve como marco al problema matemático formulado.

En este orden de ideas, centramos la atención en la autenticidad de un problema matemático de un libro de primero de secundaria publicado por la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG). Se considera el contexto de la temperatura y sus cambios porque están muy presente en nuestra vida cotidiana, lo que concuerda con la idea de autenticidad previamente discutida. También nos ocupamos de la posible incidencia de la autenticidad y la reflexión cognitiva en las soluciones estudiantiles elaboradas por un grupo de estudiantes de nivel universitario. La reflexión cognitiva se considera como el perfil del grupo de estudiantes encuestados.

■ Marco teórico

Relacionado con el término “autenticidad de los contextos”, resalta el trabajo de Palm (2009). Para este autor, un problema verbal auténtico es aquel que simula alguna situación que ocurre o puede llegar a ocurrir en la realidad. Él propone un procedimiento sistemático que permite construir tareas matemáticas auténticas a través del cumplimiento de ocho aspectos. En un trabajo posterior, Palm y Nyström (2009) propusieron identificar la autenticidad a través tres aspectos principales y dos secundarios. Los primeros tratan del Evento, la Pregunta e Información y Datos. El Evento se refiere a la situación que ocurre en la realidad o tiene una alta probabilidad de suceder y es justamente esta circunstancia la que se simula en la tarea matemática auténtica. Por ejemplo, que los estudiantes organicen una excursión escolar es una circunstancia que los estudiantes ya enfrentaron o les es familiar

en su ambiente escolar. No se puede decir lo mismo de problemas matemáticos que involucren el sacar fichas de una bolsa opaca y preguntarse por la probabilidad de extraer una ficha de determinado color.

Como consecuencia, la Pregunta y la Información y Datos involucrados, deben corresponderse con aquellos de la realidad que se usa como contexto. Los aspectos secundarios considerados por estos dos autores son: Especificidad de los datos (que se refiere a si los detalles de la situación descrita pueden modificar las estrategias de resolución de los alumnos) y el Propósito en el contexto figurativo (que se ocupa de la coincidencia o no del propósito de la resolución de la tarea en el contexto escolar y en la vida real, teniendo en cuenta que ese propósito sea tan claro en la escuela como lo es fuera de ella).

Del enfoque pedagógico del programa de estudios de matemáticas de la NRE y del trabajo de Palm se desprende que ninguno de ellos menciona el papel que juega la naturaleza intrínseca del fenómeno usado en la formulación de un problema matemático auténtico. En esta dirección, Korsunsky (2002) ha sugerido que si no se considera este aspecto, los problemas matemáticos contextualizados pueden llegar a influir negativamente en el aprendizaje de los estudiantes; contradecir ya sea, el conocimiento intuitivo del alumno, su conocimiento actual o los conocimientos que llegue a tener en el futuro. Además, Korsunsky (2002) propone que los problemas deben ser auto-consistentes, sin que por ello, se requiera que el maestro de matemáticas sea un experto en física o que el estudiante conozca temas de física que desbordan su nivel escolar. Y en consonancia con Fan, hacemos una crítica significativa, de la autenticidad de los contextos y algunas actividades de aprendizaje que han sido propuestas por la SEP a través de la CONALITEG en el catálogo digital de libros de texto de matemáticas de primer grado de secundaria. Con este fin, ampliamos la concepción de autenticidad de los contextos de Palm y *Nyström* (2009), agregando la naturaleza intrínseca de los contextos de física, Korsunsky (2002).

Asimismo, en la presente investigación se usa El Cognitive Reflection Test elaborado por Frederick (2005), en su adaptación al castellano realizada por López (2012) conocida como Test de Reflexión Cognitiva (TRC). El TRC mide la reflexión cognitiva, entendida como la capacidad o disposición para resistirse a dar la respuesta que primero viene a la mente, y consiste en una prueba de papel y lápiz que contiene seis acertijos matemáticos, los cuales pueden responderse de manera intuitiva o correcta. Los estudiantes que respondan correctamente 1 acertijo serán considerados “pensadores rápidos”; los que respondan correctamente de 2 a 4 acertijos serán considerados como “pensadores en transición” y los que respondan correctamente de 5 a 6 serán considerados “pensadores lentos”.

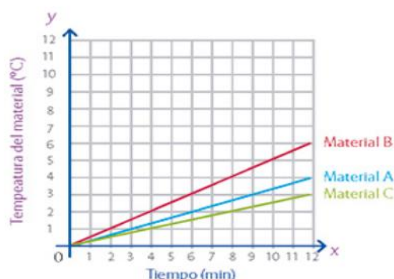
■ El problema y el instrumento de investigación

Se seleccionó un problema de un libro de primero de secundaria de la CONALITEG que plantea el aprendizaje de la razón de cambio de dos magnitudes y de la pendiente de una línea recta, usando el fenómeno de calentamiento. El problema (vea la Figura 1) se plantea poner a prueba tres materiales que se usarán como aislantes térmicos en los techos de las casas y se desea saber cuál de ellos se calienta más con el transcurso del tiempo. El enunciado del problema consta de la situación problemática y tres cuestionamientos que se deben resolver en parejas de alumnos. Éste se acompaña de una figura que muestra las gráficas de tres líneas rectas que representan la forma en que responden los tres materiales.

Pendiente de una recta

En parejas, resuelvan las siguientes actividades.

- Una constructora puso a prueba tres materiales que se usarán como aislantes térmicos en techos de casas. Se desea saber cuál de ellos se calienta más conforme pasa el tiempo. Para hacer la prueba, se aplica a los materiales una temperatura de 35 °C. Después, se inicia la medición de los cambios térmicos que experimenta, por minuto, cada material. Las gráficas muestran el comportamiento de los tres materiales:



- Determinen la razón de cambio en cada caso.

Material A: _____ Material B: _____

Material C: _____

- ¿Cuál de las rectas tiene mayor pendiente, es decir, cuál muestra mayor inclinación?

- ¿Cómo se puede establecer qué recta tiene mayor pendiente a partir de la razón de cambio? _____

Figura 1. Problema seleccionado para la investigación

Tomado del libro de texto de primero de secundaria, publicado en el 2018.

El problema matemático más la instrucción “*Lee cuidadosamente el siguiente problema y contesta los incisos. Muestra en la hoja anexa todos los cálculos que utilizaste para resolverlos y en el enunciado del problema anota únicamente los resultados obtenidos*”, le dan forma al instrumento que se formula para indagar acerca de las interpretaciones y las soluciones que elaboraron estudiantes de nivel universitario que cursan una materia remedial de matemáticas que tiene como finalidad uniformizar los conocimientos matemáticos del nivel preparatorio, requeridos como punto de partida en la Licenciatura de Física. Cabe aclarar que el problema fue resuelto de forma individual y se omitió la parte que menciona ser resuelto en parejas.

La solución experta

En relación al inciso a, la razón de cambio de la temperatura de cualquiera de los tres materiales es:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1}$$

donde T_2 es la temperatura del material al tiempo t_2 y similarmente para T_1 .

De la Figura 1, se observa que es conveniente usar, para todos los materiales, la lectura inicial de la temperatura y tiempo: $t_1 = 0 \text{ min}$ y $T_1 = 0^\circ\text{C}$. El segundo par de datos que se puede leer con facilidad de esta figura se dan en la Tabla 1.

Material	$t_2(\text{min})$	$T_2(^\circ\text{C})$	$\Delta T/\Delta t$ ($^\circ\text{C}/\text{min}$)
A	9	3	$3/9 = 1/3$
B	10	5	$5/10 = 1/2$
C	8	2	$2/8 = 1/4$

Tabla 1. Razón de cambio de la temperatura de cada material con el tiempo de calentamiento. Elaboración propia.

Para dar respuesta al inciso b se requiere calcular la pendiente de las tres rectas que aparecen en la Figura 1. Observe que, las tres líneas rectas comparten el punto de coordenadas $(t_1 = 0 \text{ min}, T_1 = 0^\circ\text{C})$ y que el segundo punto de cada una de estas tres rectas está dado en la Tabla 1. Por lo tanto, la línea recta que modela el comportamiento del Material A tiene una pendiente igual a $\lambda_A = (1/3) (^\circ\text{C}/\text{min})$, y de manera similar, la que representa la forma en

que se calienta el Material B tiene una pendiente de valor $\lambda_B = (1/2)$ ($^{\circ}\text{C}/\text{min}$) y la pendiente correspondiente al Material C es $\lambda_C = (1/4)$ ($^{\circ}\text{C}/\text{min}$). Así que la recta que tiene mayor pendiente es la correspondiente al Material B.

Y para dar solución al inciso c, se debe tener claridad de que la pendiente de la recta que pasa por los puntos (t_1, T_1) y (t_2, T_2) es:

$$\lambda = \frac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1},$$

la cual se puede describir en términos de la variación de la temperatura T y el tiempo t ,

$$\lambda = \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

que es justamente la razón de cambio de la temperatura del material porque T cambia con t de manera proporcional. Lo que significa que la razón de cambio de la temperatura con el tiempo coincide en el presente problema con la pendiente de la línea recta, porque es justamente la recta la que modela el fenómeno de calentamiento de los materiales aislantes evocados en el problema matemático seleccionado.

Los estudiantes involucrados

El instrumento fue aplicado a un grupo de 7 estudiantes, 5 hombres y 2 mujeres, que cursan la asignatura remedial Matemáticas en un programa de licenciatura en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla- México. En este curso se trabajan los temas siguientes:

1. Conceptos de cálculo diferencial e integral y aplicaciones.
2. Álgebra vectorial y
3. Geometría analítica con enfoque vectorial.

Cabe destacar, que antes de aplicar el instrumento de investigación, los estudiantes habían finalizado el tema 1, lo que significa que no eran ajenos a los conceptos de Razón de cambio ni Pendiente.

El análisis del problema

En términos de la taxonomía de Palm, el problema describe un *Evento* que puede ocurrir en la realidad porque en la construcción de una vivienda sería de interés preguntarse por un material para el techo que sirva de aislante térmico y así protegerse de altas o bajas temperaturas, según sea el requerimiento. La temática acerca de la temperatura de materiales está presente en áreas específicas relacionadas a la construcción.

En lo que se refiere a *Información y Datos*, el problema proporciona tres tipos de materiales y no se especifica la forma en que se les aplica una temperatura de 35°C , a lo que nos cuestionamos ¿qué significa que se aplique una temperatura de 35°C ? ¿cómo se puede aplicar una temperatura de 35° ? El problema no dice la forma en que se les cede calor. Se entiende entonces, que los materiales se calientan de la misma manera, es decir, que se le aplica la misma cantidad de calor por unidad de tiempo. Ellos se van calentando progresivamente, y se empiezan a medir los cambios que experimentan por minuto, pero la forma en la que está redactado el problema hace pensar que se elevó la temperatura de los tres materiales a 35°C y luego se registró la medición. Lo anterior contradice la gráfica presentada porque se observa un aumento de la temperatura de los materiales.

Ahora, si la máxima temperatura que alcanzan los materiales es de 6°C , para qué se muestra en la gráfica el intervalo de 6°C a 12°C si no sucede absolutamente nada a esas temperaturas. Era preferible omitir ese espacio para que los estudiantes apreciaran más lo sucedido entre 0°C y 6°C . Sin embargo, el problema no menciona por qué la temperatura inicial de los materiales es 0°C . Por tanto, se observa que la *Especificidad de los Datos* proporcionados

en este problema, desorienta al resolvente y limita la lectura de datos requeridos para responder las preguntas formuladas. En cuanto al *Propósito en el contexto figurativo*, éste no se cumple porque la intención es que los alumnos aprendan la razón de cambio y la pendiente, pero no hay correspondencia con una situación fuera de la escuela.

Y con respecto a las *Preguntas*, éstas no se conectan con el contexto. Saber la razón de cambio y la pendiente de los tres materiales no son interrogantes de interés en la industria de la construcción. Incluso no invita al estudiante a tener en cuenta el contexto para su solución, sólo los colocan a operar con los números. Por ejemplo, tomar una decisión sobre cuál sería el material más recomendado con base en la razón de cambio de cada uno de ellos (pedida en la primera pregunta) ni de la pendiente, pedidas en la segunda y tercera. En síntesis, los incisos no consideran ninguna toma de decisión relacionada con la finalidad de la constructora, el contexto se desecha y se resuelven las preguntas sin que los aspectos contextuales jueguen un rol en el argumento.

El experimento de calentamiento involucrado en este problema no se describe apropiadamente. El texto que da cuenta del procedimiento experimental se contradice con los datos experimentales dados en la gráfica. De hecho, la eliminación de este párrafo no incide en la correcta resolución de las tres preguntas formuladas. Además, siguiendo a Korsunsky (2002), la aplicación de los 35°C a los materiales está en contradicción con el concepto de la temperatura. A un material se le puede aplicar calor pero no temperatura. Es evidente que la autenticidad en los problemas matemáticos de nivel secundario requiere de la incorporación de la naturaleza intrínseca del contexto usado en su formulación.

■ Método

Esta investigación hace uso de una metodología cualitativa. Se revisaron todos los libros de primer grado de secundaria disponibles en el catálogo digital de libros de textos gratuitos proporcionados por la CONALITEG para los estudiantes de educación básica inscritos en el sistema educativo mexicano. Fue un total de 17 libros de textos de 13 editoriales. Sin embargo, encontramos que únicamente 10 libros contenían problemas en contextos de temperatura. En estos libros hallamos un total de 16 problemas de matemáticas relacionados con el contexto antes mencionado y se seleccionó uno de estos problemas para la investigación. El problema se encuentra en un libro que está dividido en 3 bloques que corresponden a los tres trimestres escolares avalados por la NRE; cada bloque consta de 6 u 8 lecciones y cada lección presenta los aprendizajes esperados, que se pretenden lograr con el desarrollo progresivo de las siguientes tres etapas: Reflexiona y discute, Aprende y aplica y Crea y evalúate. Son un total de 22 lecciones. El problema corresponde al período 3 en su lección 17 correspondiente al contenido “Razón de cambio y pendiente de la recta”. Los datos fueron tomados a través de una encuesta, la cual fue resuelta individualmente en un tiempo promedio de 40 minutos. Con anterioridad, los estudiantes ya habían contestado el TRC.

■ Resultados

En términos generales, los problemas matemáticos identificados pretenden desarrollar los conceptos matemáticos de variación lineal, variación cuadrática, números enteros y conceptos básicos de estadística, en medio de un contexto de temperatura, que a su vez se divide en fenómenos de calentamiento y/o enfriamiento y cambios de la fase sólido-líquido-gas. No obstante, encontramos que es utilizado artificialmente, dado que se presentan contradicciones, omisiones de la situación y datos erróneos. Y en términos de la autenticidad, estos problemas satisfacen el Evento, pues describen situaciones de la vida cotidiana con datos experimentales, pero en relación a los otros aspectos, no los satisface en algunas ocasiones, porque están muy desconectadas del contexto.

En este trabajo se presentan las soluciones presentados por los 7 estudiantes universitarios encuestados. El grupo tiene una calificación promedio de 4 en el TRC; lo que significa que, en promedio, ellos son “pensadores en

transición”, son personas con un poco de control sobre su reflexión cognitiva. No responden intuitivamente, sino que se detienen a pensar en la solución, es decir, estudiantes que van camino a convertirse en “pensadores lentos”.

La Tabla 2 muestra los resultados de cada uno de los estudiantes en el TRC:

<i>Estudiante Universitario</i>	<i>Puntaje TRC</i>	<i>Nivel Clasificadorio</i>
E1	5/6	Pensador lento
E2	5/6	Pensador lento
E3	5/6	Pensador lento
E4	2/6	Pensador en transición
E5	4/6	Pensador en transición
E6	4/6	Pensador en transición
E7	3/6	Pensador en transición

Tabla 2. Resultados del TRC.

Elaboración propia

Las 7 soluciones proporcionadas por los estudiantes se agruparon en categorías de acuerdo a si tenían completa claridad de los conceptos matemáticos: “Razón de cambio” y “Pendiente” y su relación, dado que así los estudiantes pueden resolver correctamente el problema. A continuación, se describen cuatro categorías.

Categoría C1

No usa la definición formal de Razón de Cambio ni de Pendiente y no establece correctamente la relación entre ambos conceptos matemáticos.

Categoría C2

No usa la definición formal de Razón de Cambio, pero la calcula. Usa adecuadamente la definición formal de Pendiente y no establece correctamente la relación entre ambos conceptos matemáticos.

Categoría C3

Usa adecuadamente la definición formal de Razón de Cambio, pero la iguala con la definición de Pendiente sin comprobar previamente su relación.

Categoría C4

No usa la definición formal de Razón de Cambio, pero la calcula. Usa adecuadamente la definición formal de Pendiente y establece correctamente la relación entre ambos conceptos matemáticos.

Es necesario mencionar que no hubo ningún estudiante que usara adecuadamente la definición de Razón de Cambio y Pendiente, y al tiempo estableciera una correcta relación entre ambos conceptos matemáticos. A continuación, se presentan una solución de estudiantes que pertenecen a la categoría C1 y C4:

9)

$B = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0.5$ Lo obtuve observando que en 12 mins. había alcanzado 6 °C, entonces sólo compare las cantidades

$A = \frac{4}{12} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.33...$ observando que en 12 mins. se alcanzaron los 4 °C; sólo hacia falta comparar las cantidades

$C = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25$ viendo que al llegar al 12 mins. la recta había alcanzado los 3 °C

b) porque la recta de material B es la más inclinada con respecto al eje de las X's, y asumiendo que inclinación es sinónimo de pendiente puede deducir gráficamente que su pendiente es la mayor

c) $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \left(\frac{1}{2}\right)$ Comparando las razones de cambio puedo determinar cual es la mayor, asumiendo que la más grande es la que tiene mayor pendiente.

Figura 2. Solución presentada por E7, perteneciente a categoría C1 y $TRC = 3/6$ (pensador en transición).

En la Figura 2 se presenta una solución que pertenece a la categoría C1, la categoría más baja. Se puede observar que no se usa la definición formal de Razón de Cambio ni la de Pendiente y no se establece correctamente la relación entre ambos conceptos matemáticos. Para hacer el cálculo de la Razón de cambio sólo se utiliza un punto sobre el plano cartesiano que se convierte en fracción y luego se simplifica. Además, no se especifican las unidades en sus respuestas. Con respecto a la Pendiente, no es definida ni de forma verbal escrita ni algorítmica, tampoco se hallan las pendientes de las rectas, sólo se asocia el término a la mayor inclinación y se fundamentan en la gráfica para deducir o comprobar la respuesta. Y se concluye que, a mayor razón de cambio, mayor pendiente; lo que significa que el estudiante ve los conceptos matemáticos de forma particular y luego intenta encontrar la relación entre ellos.

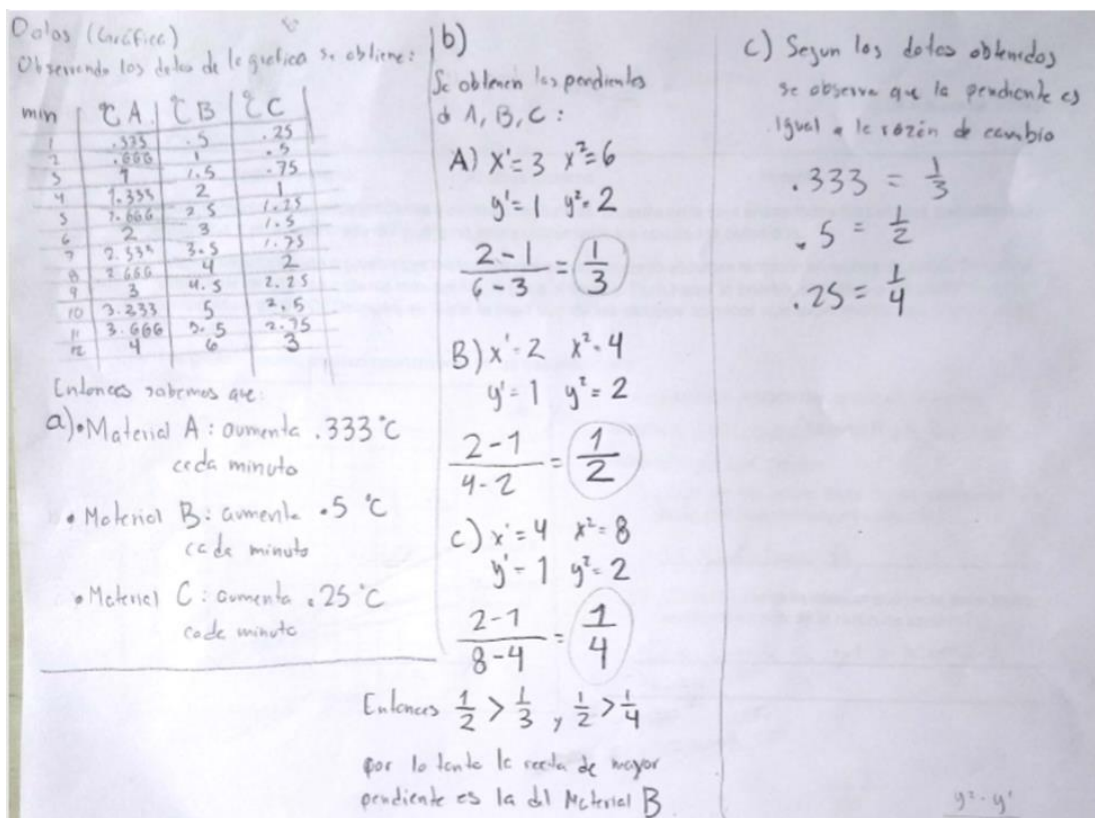


Figura 3. Solución presentada por E1, perteneciente a categoría C4 y TRC = 5/6 (pensador lento).

En la Figura 3 se presenta una solución que pertenece a la categoría C4, la categoría más alta. Se puede observar que no se menciona de forma verbal escrita ni algorítmica el concepto de Razón de cambio, sino que se calcula con alguna estrategia diferente anotando correctamente las unidades. Con respecto a la Pendiente, no se menciona su algoritmo, sino que sólo se hace la operación y luego establece una comparación para decidir cuál es la mayor; y finalmente, se concluye de forma acertada que la Pendiente es igual a la Razón de cambio. De acuerdo a la anterior clasificación, los estudiantes se encuentran ubicados, así como muestra la Tabla 3.

Estudiante Universitario	Tipo de pensador	Categoría
E1	Pensador lento	C4
E2	Pensador lento	C2
E3	Pensador lento	C3
E4	Pensador en transición	C2
E5	Pensador en transición	C1
E6	Pensador en transición	C3
E7	Pensador en transición	C1

Tabla 3. Tipo de pensador y categorías de las soluciones del problema. Elaboración propia.

En la Categoría C1 hay 2 estudiantes, ambos ubicados como “pensadores en transición”. E5, aunque menciona que la Razón de cambio es una variación con respecto a un eje, la resuelve como se menciona en la Figura 2. E7 por su

lado, hace el mismo procedimiento, pero sin hacer mención al concepto matemático. La pendiente no es definida ni calculada y no establecen correctamente la relación entre ambos conceptos matemáticos.

En la Categoría C2 hay 2 estudiantes, E2 ubicado como un “pensador lento” y E4 ubicado como un “pensador en transición”. E2 menciona que la razón de cambio es el aumento de temperatura en un intervalo de tiempo, lo que evidencia falta de claridad dado que sólo considera el aumento y no el cambio o la variación de la temperatura ya sea un incremento o disminución. No utiliza el algoritmo correcto de la Razón de cambio, no tiene en cuenta la variación de la temperatura con respecto al tiempo, sino que sólo la representa como un punto en el plano, que convierte en fracción y luego simplifica, ignorando las unidades. E4 por su parte, anota que la Razón de cambio es cuanto aumenta la temperatura por segundo al igual que E2, pero con la diferencia de que E4 calcula la ecuación de la recta para las tres rectas, luego le asigna valores a x y observa qué ocurre con y al ir creciendo x , como observa que la variación es la misma entre cada resultado de cada recta, deduce que ese resultado es la Razón de cambio de cada recta. No usa la definición formal de Razón de cambio, pero se percibe una comprensión de su significado, con base al procedimiento empleado, y el estudiante, tampoco anota las unidades respectivas. Con respecto a la Pendiente, ambos estudiantes las calculan, con la diferencia de que E2 especifica el algoritmo y luego opera y E4 sólo opera. Lo anterior se puede explicar porque E2 reflexiona más cuando resuelve un problema y E4 apenas está camino a convertirse en una persona reflexiva. Y ambos concluyen que, a mayor razón de cambio, mayor pendiente; lo que significa que ven los conceptos matemáticos aislados.

En la Categoría C3 hay 2 estudiantes considerados, uno como “pensador en transición” y otro como “pensador lento”. E6 menciona de forma verbal escrita y algorítmica la Razón de cambio, pero sin las respectivas unidades; mientras E3, hace lo mismo, pero anotando correctamente las unidades. Sin embargo, cuando hacen el cálculo, sustituye de forma indiscriminada la Razón de cambio por la Pendiente. Este último concepto, no lo definen de ninguna forma. Y finaliza, afirmando que la Razón de cambio es igual a la Pendiente. Y nos cuestionamos acerca de por qué los estudiantes igualan de forma arbitraria ambos conceptos, al inicio de la solución sin aún comprobarlos.

En la Categoría C4 hay 1 estudiante considerado como “pensador lento”. E1 no menciona de forma verbal escrita ni algorítmica la Razón de cambio, sino que transforma la información de la gráfica en una tabla para observar cómo aumenta la temperatura cada minuto, y así establecer los resultados. Es un estudiante reflexivo que, aunque no recuerda el algoritmo de la Razón de cambio, comprende su significado. Tiene claridad del concepto de Pendiente, aunque no anote su definición formal, la calcula, y acierta en la relación existente entre ambos conceptos matemáticos.

■ Conclusiones

Observando la autenticidad de los contextos de la SEP desde el enfoque de Palm y Nyström (2009), encontramos que coinciden. Aunque en la NRE se hace énfasis en la autenticidad de los contextos, ella no se usa en la redacción del problema seleccionado, porque cumple únicamente con el Evento.

Las soluciones presentadas por todos los estudiantes listados, no consideran el párrafo que describe la situación experimental involucrada en el problema. Estos alumnos no están acostumbrados a trabajar en contexto; ellos eliminaron la información que consideraron ajena a las preguntas que debían contestar y operaron con los datos de la gráfica. Ningún estudiante usó el dato de 35°C en su solución, tampoco se cuestionaron acerca de su significado físico, sólo lo omitieron. Cabe resaltar que la sugerencia de Korsunsky (2002), en este caso, no afectó a la correcta solución del problema. Posiblemente, por el reto conceptual para diferenciar entre la temperatura y calor. Se esperaría que estudiantes de física que están concluyendo la carrera, si detecten esta inconsistencia y la comenten. Este hecho es relevante para garantizar la autenticidad de un problema matemático. Como discutimos previamente, la naturaleza intrínseca del contexto que enmarca a un problema matemático es necesaria para simularlo

apropiadamente. En consecuencia, el aporte de este trabajo es complementar la taxonomía que Palm (2009) propuso para identificar a los problemas verbales auténticos.

También podemos reportar, que los pensadores lentos se ubicaron en las categorías más altas y los pensadores en transición en las categorías más bajas. Al menos para los estudiantes cuestionados en este trabajo, la correcta solución del problema está relacionado con un puntaje alto en el test de reflexión cognitiva. Observamos que hay carencias matemáticas en los estudiantes, dado que al no saber qué es una razón de cambio acuden a diversas estrategias erróneas para calcularla. Sin embargo, conocen el algoritmo para obtener la pendiente de una recta, pero no logran percibir la conexión que hay entre ambas en este caso particular.

■ Referencias bibliográficas

- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 765-777.
- Frederick, S. (2005). Cognitive reflection and decision making, *The Journal of Economic Perspectives*, 19, 25-42.
- Korsunsky, B. (2002). Improper Use of Physics-Related Context in High School Mathematics Problems: Implications for Learning and Teaching. *School Science and Mathematics*, 102, 107-113.
- López, J. (2012). Evolución de la reflexión cognitiva en la universidad. *Revista Divulgación Matemática*, 5, 17-18.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. En B. Greer, L. Verschaffel, W. Van Dooren, y S. Mukhopadhyay (Eds.), *Word and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19). Rotterdam: Sense Publishers.
- Palm, T. y Nyström, P. (2009). Gender aspects of sense making in word problem solving. *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, 1(1), 59-76
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Aprendizajes claves para la educación integral, plan y programas para la educación básica*. Ciudad de México, México: Autor.