

## El Concepto De Función Lineal En El Bachillerato Tecnológico: Un Estudio Sobre Su Implementación

Rebeca Flores García  
CICATA – IPN

### **Resumen**

Los estudios relacionados con el desarrollo curricular es un campo que ofrece alternativas curriculares para un sistema educativo y en los últimos años está centrado en el profesor, de ahí la importancia de esta investigación, la cual pretende analizar y describir las transformaciones que construyen alrededor del concepto de función lineal tres profesores que laboran en el nivel medio superior técnico en México. Para desarrollar el estudio se acude al estudio de caso, el cual está dirigido a comprender las dinámicas presentes en contextos muy particulares, adoptando distintos métodos para la recopilación de evidencia. Una de las principales motivaciones en la realización de esta investigación tiene que ver con la idea de entender con un poco de mayor profundidad lo que envuelve la implementación de un currículum en el aula. De manera particular se pretende profundizar lo que sucede entre el currículum escrito y el currículum implementado; para ello el estudio utilizó como marco de análisis el modelo propuesto por Stein, Remillard y Smith (2007) el cual está integrado por cuatro componentes: currículum escrito, currículum planeado, currículum implementado y el aprendizaje de los estudiantes.

**Palabras clave:** función lineal, bachillerato tecnológico, currículum

### **Planteamiento del problema de investigación**

El estudio del concepto de función en la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior desempeña un papel importante en el aprendizaje de los estudiantes, no sólo por estar relacionado con temas de otras asignaturas, sino porque permite representar situaciones reales (Hitt, 2002). Cabe resaltar además, los dilemas que se gestan cuando se emprenden estudios ligados al concepto de función o a un tipo función, para el caso que nos ocupa la focalización se hará

sobre la función lineal. Por ejemplo, Díaz (2008) advierte que en el aspecto curricular la noción de función es una hebra que atraviesa desde los niveles básicos hasta los universitarios, advirtiendo además de las dificultades que enfrentan los estudiantes por entender este concepto; también señala cómo esta noción ha generado un conjunto creciente de investigaciones, desde los que estudian los problemas de su enseñanza, las dificultades de su aprendizaje, los que proponen marcos teóricos, hasta los que se centran en la multiplicidad de interpretaciones de la noción de función.

Diversos son los autores que se han dedicado a trabajar sobre la noción de función. Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990) quienes en la década de los ochenta realizaron una revisión bibliográfica que cubre una década aproximadamente, en la cual muestran las dificultades que los estudiantes enfrentan al tratar de conceptualizar la idea de función, cuestiones ligadas a la correspondencia, la linealidad, la representación de funciones, además de su lectura e interpretación. Por otro lado, en la investigación desarrollada por Birgin (2012) se reconocen a las funciones lineales como una idea compleja, de múltiples facetas cuyo poder y riqueza permean casi todas las áreas de la matemática. Agregando que dadas sus diversas aplicaciones en el mundo real, refuerzan la comprensión de temas más avanzados como aquellos provenientes del Cálculo.

Si bien es cierto, el concepto de función lineal ha sido ampliamente estudiado desde una perspectiva cognitiva, también es cierto que existen ámbitos desde los cuales aún no se han estudiado, al menos no con la profundidad y detalle que una investigación de naturaleza local pueda ofrecer, tal es el caso de esta investigación, la cual básicamente se centra en estudiar las transformaciones que el profesor de matemáticas de bachillerato tecnológico genera al enseñar el concepto de función lineal en el curso de Pensamiento algebraico y de funciones impartido en el segundo semestre del plan de estudios propuesto por el nivel medio superior técnico.

Esta idea de incluir como una noción clave dentro de la pregunta de investigación, se debe a la importancia que cobra el entender un poco más allá los cambios y

modificaciones que el profesor de matemáticas construye alrededor de un objeto matemático.

Para la Real Academia Española la palabra *transformar* proviene del latín, del verbo *transformare*. Está formado por la voz latina *forma* cuya raíz hace referencia a la figura o imagen y por el verbo *transere* cuyo concepto indica transitar, ir al otro lado. Su significado literal es ir al otro lado de la figura o imagen lo que implica un cambio, de allí su significado como metamorfosear, mudar la forma.

### **Investigaciones alrededor del concepto de función lineal en matemática educativa**

En esta sección se pretende dar cuenta de la naturaleza de algunos estudios que proveen información relacionada con el objeto matemático que este estudio aborda, sobre todo para dejar ver la tendencia de las investigaciones en los últimos años.

#### **A) Estudios cognitivos**

##### **a. Relacionado con alumnos**

En el trabajo presentado por Chiu, Kessel, Moschkovich y Muñoz-Núñez (2001) se plantea un estudio de caso en el que muestran cómo emergen y cambian las estrategias y concepciones asociadas de dos estudiantes en el transcurso de un curso de seis sesiones de tutoría, diseñado para desarrollar el conocimiento conceptual de funciones lineales.

Mientras que Posada y Villa-Ochoa (2006) desarrollaron una propuesta para introducir el concepto de función lineal desde una perspectiva variacional, ahí se retoma el concepto de unidad significativa introducido por Duval (1999) para determinar algunas características de la función lineal.

Por su parte, Birgin (2012) muestra en su estudio que los estudiantes tienen dificultades para comprender a las funciones lineales, para desarrollar sus concepciones, para trasladarse entre representaciones y en particular que no identifican la estructura completa del concepto de función lineal.

b. Relacionado con el profesor

El trabajo generado por Even (1993) se muestra un estudio relacionado con 152 profesores de nivel secundario, en el que se explora el conocimiento de un contenido pedagógico, en este caso se trata de la enseñanza del concepto de función. El análisis evidencia que muchos de los sujetos no tenían una concepción actualizada de la función. La apreciación de la naturaleza arbitraria de funciones faltaba, y muy pocos podrían manifestar la trascendencia y el origen de la exigencia univalencia. Se trata entonces, de una concepción limitada y que ha influenciado su pensamiento pedagógico.

B) Estudios históricos

La investigación planteada por Acosta (2011) propone que la linealidad a través de sus significados, y su antecedente la proporcionalidad, son nociones que han evolucionado en la historia, primero a partir de necesidades cotidianas de la época y culturas, hasta formar desde el siglo XIX, un cuerpo de conocimientos estructurados en teorías formales. De este modo, se precisa que la evolución de estas ideas puede aportar elementos que resulten en la instalación didáctica de la noción de linealidad en diferentes momentos en que los estudia un alumno en su trayectoria escolar. Aseverando además que la didáctica de la matemática, no ha incorporado los elementos de vínculo entre nociones de linealidad, que se presentan entre temas de matemáticas, y mucho menos entre cursos.

Además agrega que no resulta raro que en medios didácticos escolares la linealidad esté vinculada a experiencias cotidianas a cualquier hecho continuo que se comporta como una línea recta. Así, el discurso escolar, tanto en los libros de

texto en que se apoya la enseñanza como las explicaciones que brinda un docente en la escuela, a menudo parte de experiencias comunes para explicar un fenómeno lineal.

### C) Estudios curriculares

En la investigación desarrollada por Lloyd y Wilson (1993) se exponen ideas ligadas al impacto de las concepciones de los profesores en relación a funciones y su implementación en una reforma curricular.

En el estudio de Gilbert (2003) plantea una experiencia de desarrollo profesional, relacionada con un análisis de estudios de caso basados en vídeo para los profesores de matemáticas de secundaria en funciones lineales.

Por su parte Chávez, Grouws, Tarr, Ross y McNaught (2009) presentan hallazgos relacionados con profesores de matemáticas de secundaria en el uso de materiales curriculares, de manera particular tocan el contenido de la función lineal.

## **Marco referencial**

Este estudio se caracteriza por apoyarse de algunas herramientas teóricas fundamentales para explicar la naturaleza y dar soporte a la investigación, entre ellas están, currículum, transformación y materiales instruccionales.

### A) La noción de currículum y la adopción de un modelo

Una de las primeras nociones sobre la cual es crucial posicionar en este estudio es el de currículum, ya que por ejemplo Díaz Barriga (2005) advierte que en el campo de las investigaciones sobre currículum es importante para nuestro país por la gran cantidad de productos generados al respecto y por ser un componente central en el ámbito educativo. Sin embargo, también se reconoce la existencia de distintas formas de adentrarse al mundo del currículum, es decir; el currículum puede ser entendido o conceptualizado de maneras diferentes. Tal es el caso de Burkhardt (2014) quien en su estudio reconoce que el término currículum se utiliza

con diversos significados, aun cuando lo advierta específicamente para Estados Unidos, es posible extender esa idea a cualquier parte del mundo. Por su parte Hirsch y Reys (2009) utilizan el término currículum para referirse a la construcción teórica que incluye tanto lo que la sociedad valora y espera que se aprenda en un sistema escolar en términos de contenido matemático, así como los materiales utilizados por los profesores para impartir la enseñanza de las matemáticas a los estudiantes.

Para el desarrollo de este estudio se adoptó el modelo propuesto por Stein, Remillard y Smith (2007) el cual está compuesto por cuatro amplias categorías representadas en la figura 1.

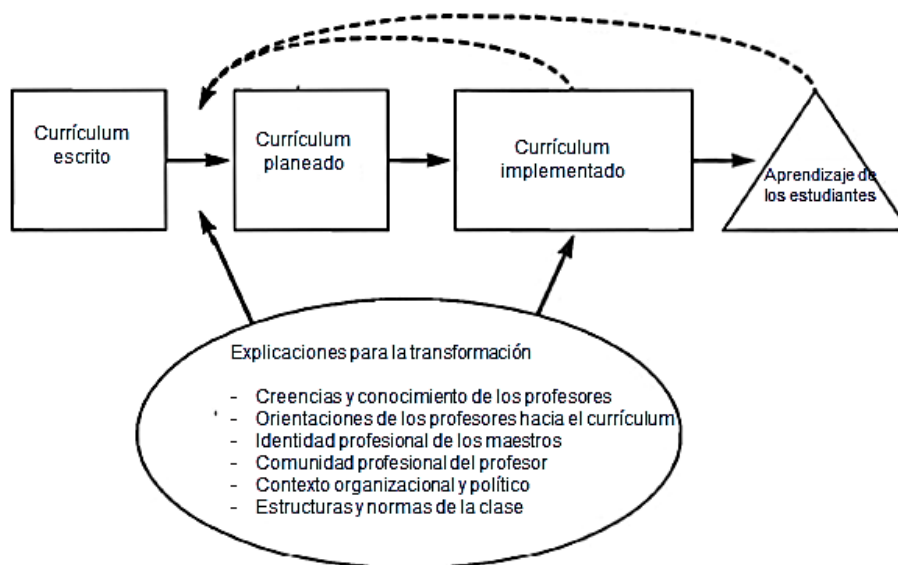


Figura 1. Modelo propuesto por Stein, Remillard y Smith (2007, p. 322).

A continuación, se describen las características de este modelo:

- El currículum escrito: Se refiere al plan de estudios, representado a través de los materiales curriculares y todos aquellos recursos didácticos que le sean conferidos por parte del subsistema escolar correspondiente.

- Currículum planeado: Esta componente considera las intenciones del profesor, es decir; las actividades que diseña y planea para llevarlas al aula.
- Currículum implementado: Aquí se contemplan todos los procesos involucrados mientras se desarrollan las actividades en el aula.
- Aprendizaje de los estudiantes: Esta componente tiene que ver con el aprendizaje que logran los estudiantes.

Cabe destacar tres cuestiones, la primera está referida a que sólo utilizaran tres de las cuatro componentes, es decir; al ser un estudio centrado propiamente en el profesor, se reserva el trabajar con la última componente. Por otro lado, cabe destacar que este modelo provee elementos que ningún otro modelo procura, tal es el caso de la segunda componente, la del currículum planeado, ya que se le da un lugar para caracterizar aquellas intenciones, ideas y actividades que el profesor considera, así como los recursos que utiliza. Nótese además que existen vínculos entre las componentes que permiten profundizar un poco aspectos relacionados con las transformaciones generadas por el profesor alrededor del objeto en cuestión, algunas de ellas pueden ser las creencias y conocimiento de los profesores, identidad profesional del profesor, entre otros.

La revisión de otros modelos propuestos para estudiar el currículum como el de Flanders (1994) y Hirsch y Reys (2009) permitió decidir el uso del modelo de Stein y colaboradores (2007), ya que aun cuando ellos también incluyen cuatro componentes, ninguno explicita el currículum planeado, este se omite o se incluye en alguna de las componentes.

### **El concepto de material instruccional**

De acuerdo con lo expuesto en el modelo de Remillard y Heck (2014) habrá de entenderse por material instruccional al conjunto de recursos destinados a apoyar o complementar la instrucción, incluyendo libros de texto, guías curriculares, descripciones de tareas matemáticas y programas de instrucción. Los libros de texto y guías curriculares son la forma más común de materiales didácticos que se

usan en todo el mundo y siguen desempeñando un papel fundamental en los sistemas educativos nacionales. Dicho concepto tiene inclusión en la estructura general del modelo propuesto por Remillard y Heck (2014).

La idea de incluir el concepto de material instruccional se debe a que agrupa un conjunto de elementos –entre ellos el libro de texto- que puede ayudar a aclarar un poco más el rol que juega en el modelo propuesto por Stein y colaboradores.

### **Método**

El estudio se llevó a cabo en el nivel medio superior técnico, el cual se caracteriza por ser una modalidad bivalente, esto significa que los estudiantes que acceden a este nivel adquieren tanto una formación profesional para desenvolverse en el campo laboral, así como una formación en áreas disciplinares para continuar sus estudios en un nivel superior. Una de las aportaciones de este estudio, es producir una investigación cuyo foco de atención es un contenido matemático específico, que ha sido muy estudiado, pero que no se centra en la parte cognitiva, sino en el sujeto que enseña ese objeto para intentar entender y conocer cómo se da esa interacción entre el sujeto y el objeto. Esto, considerando las crecientes investigaciones sobre el concepto de función lineal que se han centrado en aspectos cognitivos, o las dificultades que enfrentan los estudiantes, como lo señala Birgin (2012).

Se reconoce que son pocos los estudios desarrollados en relación al ámbito del currículum y específicamente al currículum planeado e implementado, componentes centrales en el modelo propuesto por Stein, et al (2007). De ahí que aun prevalece un interés tanto para profesores como investigadores en reflexionar los cambios curriculares acontecidos en el nivel medio superior en México, como lo reportan los estudios planteados por Ibáñez y Dolores (2012) y Valenzuela y Dolores (2012). Para desarrollar esta investigación, se recurrió al método de investigación denominado estudio de caso, el cual de acuerdo con Eisenhart (1989) se trata de una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos muy particulares, adoptando distintos métodos



para la recopilación de evidencia con el fin de describir, verificar o generar teoría. De acuerdo con Yin (2009) existen distintas fuentes de evidencia para desarrollar los estudios de caso, por ello es que en este estudio recurrimos a la revisión del programa de estudios propuesto, a la revisión de tres libros de texto que utilizan los profesores, a la grabación de clases, además de la aplicación de una encuesta y una entrevista a los profesores involucrados.

Este estudio se desarrolló en seis etapas considerando el modelo propuesto por Stein et al (2007) para abordar los tres primeros componentes: currículum escrito, currículum planeado y currículum implementado.

- Etapa 1: Revisión de los documentos oficiales, estos incluyen documentos oficiales, guías de apoyo e incluso libros de texto que no necesariamente son considerados como oficiales.
- Etapa 2: Elaboración y aplicación de un instrumento para identificar información general de los tres profesores involucrados en el estudio.
- Etapa 3: Recopilación de los materiales de apoyo que el profesor utiliza para el desarrollo de su curso denominado Pensamiento algebraico y de funciones.
- Etapa 4: Grabaciones de clase cuando los profesores aborden el tema en cuestión durante su curso.
- Etapa 5: Construcción de un marco de análisis y las categorías a utilizar en el análisis de la información.
- Etapa 6: Aplicación de una entrevista semiestructurada a los profesores para acceder a información detallada del análisis realizado.

## **Resultados iniciales**

### a) En relación al currículum oficial:

De manera implícita se detectaron al menos cinco representaciones que el profesor debe abordar al trabajar con función lineal, la representación verbal, tabular, algebraica, la gráfica y cómo ecuación. En ese sentido, Birgin (2012) señala que varias de sus representaciones se encuentran entrelazadas, las más comunes son: ecuaciones, tablas y gráficas. Mientras que Sherin (2002) advierte que la comprensión del concepto de función lineal es complejo e incluye niveles de abstracción.

### b) En relación al currículum planeado:

La revisión de los libros de texto utilizados por los profesores permitió identificar algunas de las componentes que priorizan con respecto a la función lineal, además de los tipos de representaciones que más enfatizan para que sean utilizados tanto por el profesor, como por los estudiantes, de ahí su importancia. Los textos utilizados fueron: *Haciendo matemática: Álgebra II* (Orozco, s/f), *Pensamiento algebraico* (Eslava, 2009) y *Pensamiento algebraico* (Mendoza, 2014).

Entre los resultados iniciales obtenidos, se encuentran que algunos de los profesores utilizan los ejercicios tal cual provienen en el libro de texto, incluso hacen uso de los conceptos que ahí se manejan o toman sólo una parte de la actividad para apoyar el desarrollo de su clase.

### c) Currículum implementado:

En las grabaciones es posible observar elementos como: el discurso del profesor, la definición de función lineal que maneja, las características que prioriza, además de las representaciones que le son más significativas o útiles para el desarrollo de sus actividades, así como los distintos tipos de recursos de los que se apoyan para el desarrollo de los temas, sobresale el uso de software por ejemplo.

## **Reflexiones finales**

Este estudio se encuentra en proceso, uno de los propósitos es dar cuenta del rol de la función lineal dentro del currículum en el bachillerato tecnológico mexicano. De ahí que los resultados presentados son apenas un primer acercamiento que conforme avance podrá mostrar mayor información al respecto.

Parte de los resultados indican que para algunos investigadores interesados en desarrollar modelos teóricos para estudiar el currículum de matemáticas, le brindan un lugar muy específico al libro de texto como lo señalan Hirsch y Reys (2009); otros los incluyen como parte del currículum oficial como el modelo propuesto por Flanders (1994). Por otro lado, la formación de los profesores involucrados en el estudio, deja entrever la influencia de su entorno, así como elementos propios de su formación, desde aquella que proviene de una escuela normal, una universidad, hasta aquel que proviene de un centro de formación de maestros.

Además, se reconoce que el objeto función lineal tiene un papel específico dentro del currículum, que quizá el profesor no necesariamente lo identifique: uno proveniente de la Geometría Analítica y el Cálculo y otro proveniente del Álgebra lineal.

## **Referencias**

- Acosta, J. (2011). *La noción de linealidad. Una aproximación epistemológica, didáctica, cognitiva y sociocultural*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México.
- Birgin, O. (2012). Investigation of Eighth-Grade Students' Understanding of the Slope of the Linear Function. *Boletim de Educação Matemática* 26 (42), 139-162.

- Burkhardt, H. (2014). Curriculum design and systemic change. En Y. Li & G. Lappan (Eds.), *Mathematics curriculum in school education*, (pp. 13-34). Dordrecht: Springer. doi: 10.1007/978-94-007-7560-2
- Chávez, Ó., Grouws, D.A., Tarr, J.E, Ross, D.J., y McNaught, M.D. (2009). Mathematics Curriculum Implementation and Linear Functions in Secondary Mathematics: Results from the Comparing Options in Secondary Mathematics Project. *American Education Research Association, San Diego, CA*. Recuperado de: <http://cosmic.missouri.edu/aera09/ChavezGrouwsTarrRossMcNaught2009.pdf>
- Chiu, M. M., Kessel, C., Moschkovich, J., & Muñoz-Nuñez, A. (2001). Learning to graph linear functions: A case study of conceptual change. *Cognition & Instruction, 2*, 215-252.
- Díaz Barriga, F. (2005). Desarrollo del currículo e innovación: Modelos e investigación en los noventa. *Perfiles Educativos, 27*(107), 57-84.
- Díaz, J.L. (2008). El concepto de función. Investigaciones y enseñanza. En E. Rodríguez, S. Sosa, F. Luque, C. Robles y M. Urrea (Eds). *Memorias de la XVIII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas 27* (p.p. 35-40). Sonora: Mosaicos Matemáticos.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle: Santiago de Cali.
- Eisenhardt, K. M. (1989). Building theories from case study research. *Academy of Management Review, 14*(4), 532-550.
- Eslava, M. (2009). *Pensamiento algebraico*. México: Grupo Editorial Patria.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education 24*(2), 94-116.

- Flanders, J. R. (1994). Textbooks, teachers, and the SIMS test. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(3), 260-278.
- Gilbert, M. (2003). *A professional development experience: An analysis of video case-based studies for secondary math teachers in linear functions*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Washington
- Hirsch, C. y Reys, B. (2009). Mathematics curriculum: A vehicle for school improvement. *ZDM*, 41(6), 749-761. doi: 10.1007/s11858-009-0218-0
- Hitt F. (2002). *Funciones en contexto*. México: Pearson Educación (Prentice Hall).
- Ibáñez, G. y Dolores, C. (2012). Relación entre el currículum oficial y el currículum potencial. El caso de los textos de preparatoria. En C. Dolores y M. S. García (Comp.), *¿Hacia dónde reorientar el currículum de matemáticas del bachillerato?* (pp. 87-109). México, D.F.: Plaza y Valdez, UAG.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. y Stein, M. M. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Lloyd, G. W. y Wilson, M. (1998). Supporting innovation: the impact of a teacher's conceptions of functions on his implementation of a reform curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education* 29 (3), 248-274.
- Mendoza, J. (2014). *Pensamiento algebraico*. Cuaderno de apoyo didáctico. México: Editorial Grandes Ideas.
- Orozco, E. A. (s/f). *Haciendo matemática*. México: Desde el aula.
- Posada, J. y Villa-Ochoa, J. A. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. Tesis de Maestría no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia.

- Remillard, J.T. y Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the curriculum enactment process in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 46(4), 705 – 718. Doi: 10.1007/s11858-014-0600-4
- Sherin, M. G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction* 20(2), 119-150
- Stein, M. K., Remillard, J., y Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 319-370). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Valenzuela, C. y Dolores, C. (2012). Entre el currículum oficial e impartido: qué es lo que se enseña en el aula. En C. Dolores y M. S. García (Comp.), *¿Hacia dónde reorientar el currículum de matemáticas del bachillerato?* (pp. 111-138). México, D.F.: Plaza y Valdez, UAG.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research. Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.