

APROXIMACIÓN TEÓRICO-METODOLÓGICA A LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS

**Edgardo Locia Espinoza¹, Otilio B. Mederos²,
José M. Sigarreta¹, Beatriz A. Villarraga³**

1. Universidad Autónoma de Guerrero, México

2. Universidad Autónoma de Coahuila, México

3. Universidad de los Llanos, Colombia

lociae999@hotmail.com, omederosa@gmail.com,
josemariasigarretaalmira@hotmail.com, bvillarraga@unillanos.edu.co

RESUMEN	ABSTRACT
<p>Este artículo desarrolla una aproximación teórica, al proceso de formación de conceptos matemáticos, a través de la conocida perspectiva didáctica denominada Enfoque Histórico-Cultural, sustentada desde el punto de vista filosófico, en la Filosofía Dialéctica y en sus implicaciones teórico-metodológicas puestas de manifiesto, en lo fundamental, en los trabajos de Vygotsky y sus seguidores. En él se visibiliza la trascendencia teórico-metodológica de éste enfoque en la formación de los conceptos matemáticos, proceso que puede estructurarse en los niveles de: Análisis-Abstracción, Discriminación-Identificación y Síntesis-Concreción; adicional a ello se establece la necesidad de una formación sólida sobre el contenido matemático del concepto, lo que permite aproximaciones sucesivas al objeto.</p>	<p>This article develops a theoretical approach to the process of forming mathematical concepts, through the known didactic perspective called Historical-Cultural Approach, sustained from the philosophical point of view, in the Dialectical Philosophy and its theoretical-methodological implications manifested, in the main, in the works of Vygotsky and his followers. In this the theoretical-methodological transcendence of this approach in the formation of mathematical concepts is visible, a process that can be structured in the levels of: Analysis-Abstraction, Discrimination-Identification and Synthesis-Concretion; additional to this, the need for a solid formation on the mathematical content of the concept is established, which allows successive approximations to the object.</p>
PALABRAS CLAVE:	KEYWORDS:
<p>Enfoque Histórico-Cultural; Filosofía Dialéctica; Formación de conceptos; Teoría de la Actividad.</p>	<p>Historical-Cultural Approach; Dialectical Philosophy; Formation of concepts; Theory of Activity</p>

APROXIMACIÓN TEÓRICA A LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Es bien conocido que desde el punto de vista teórico, existen diferentes corrientes filosóficas asociadas, esencialmente, a dos grandes concepciones científicas del mundo (léase Idealistas y Materialistas); cada una de ellas con sus propias posiciones respecto a la sociedad, naturaleza y el pensamiento. Y, en particular, sus propias Teorías del Conocimiento; de las que se derivan sus paradigmas y principios para el desarrollo de la Matemática como ciencia y de su proceso de enseñanza-aprendizaje.

No obstante a la gran cantidad de corrientes existentes; en la actualidad en función de sus alcances teóricos en relación a la formación de concepto, resulta significativa la Filosofía Pragmática, sustentada en el instrumentalismo de Dewey y James, debido a que establece su carácter práctico-funcional para el desarrollo de la Matemática; esencialmente, cuando es capaz de propiciar un resultado útil en el cumplimiento de objetivos específicos, sin importar su naturaleza, dejando de lado las implicaciones de la Matemática en el proceso de transformación del hombre como ser social y poniendo al descubierto su máxima general lo que es útil, lo que trae éxito es verdadero.

Las concepciones sobre la Teoría del Conocimiento, en el siglo XVII, recibieron una enorme influencia del filósofo y matemático R. Descartes (1596-1650). Este genio francés es el principal representante de la Filosofía Racional o Racionalismo, que tiene sus bases fundamentales en la interpretación, de manera unidireccional y del carácter lógico del conocimiento, que según Descartes se derivaba del intelecto mismo; principio que se concreta en su máxima: “pienso, luego existo”. Dentro de la formación de conceptos matemáticos defiende y propone estrategias para su estructuración deductiva, basada esencialmente en conceptos primarios. Otro elemento importante, a destacar, asociado al conocimiento conceptual, es la introducción de la duda o contradicción sobre los conceptos como mecanismo de identificación y aprendizaje de los mismos.

Desde el punto de vista de la Teoría del Conocimiento, E. Kant (1724-1804) aporta y estructura dicha teoría en un sistema compuesto por tres grandes niveles. Aunque, expresados en otros términos están en estrecha relación con los niveles de estructuración del pensamiento matemático actual basado en Conceptos, Juicios y Razonamientos. Kant planteaba respecto a sus niveles, que el primero es la sensibilidad, la cual se encarga de ordenar en el espacio y el tiempo las impresiones que tiene cada sujeto. En segundo lugar, aparece el entendimiento, cuya función es organizar estas impresiones a partir de ciertas categorías que nos permiten constituir juicios. Por último, en el nivel de razón, el sujeto a partir de dichos juicios y de sus posibles relaciones, entre ellos o con la realidad encuentra nuevos principios más generales.

La Filosofía Analítica, representada por Bertrand Russell (1872-1970) y George Edward Moore (1873-1958), centra su interés en el estudio del lenguaje y el análisis lógico de los conceptos, considerando además, como elementos básicos de estudio tanto a la lógica formal como al lenguaje común; situación que se reafirma en las obras *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead y en el *Tractatus Logico-Philosophicus* de Wittgenstein. Así mismo, Russell deja clara la relaciones que se establecen entre los conceptos (léase conceptos

primarios y subordinados) y crea las bases teóricas, para los métodos deductivos e inductivos asociados a la formación de conceptos matemáticos. Además, dichos resultados los sustenta, aceptando la existencia del mundo material, fuera e independientemente de la conciencia del hombre. Dicha filosofía es considerada como base metodológica del Positivismo Lógico; conocido por enarbolar las banderas del método científico y la matematización de las ciencias.

Russell, en lo esencial, analiza la formación de conceptos como un proceso dialéctico, al plantear que el conocimiento de la realidad se establece a través de la aproximación a sus objetos físicos, mediante los datos de los sentidos que operan en distintos sujetos con respecto al mismo objeto, situación que permite establecer que entre mayor cantidad de representaciones tengamos de un objeto, más simple será su proceso de formación del concepto.

En este trabajo asumiremos lo positivo de las ideas desarrolladas anteriormente y en particular, las tesis desarrolladas por la Dialéctica Materialista, en lo fundamental, porque revolucionó la filosofía en todos los sentidos y órdenes, entendiendo la práctica humana como la base del conocimiento de la realidad y de sí mismo. Además, analiza los criterios para la adecuación y verificación de los conocimientos, superando las posiciones del viejo materialismo, que separaba el conocimiento de la actividad sensorial, de las relaciones prácticas vitales del hombre con el medio. Esta teoría asume la actividad como uno de sus elementos esenciales, al tomar un marcado carácter práctico, entendiéndose en su forma inicial, como la actividad sensitiva-perceptual, mediante la cual el hombre entra en contacto con el mundo circundante, experimentando su resistencia, en tanto se subordina a sus propiedades objetivas. Así, permite contribuir a formar una concepción científica del mundo respecto a que la ciencia y, en particular, la Matemática tienen su origen en la realidad objetiva.

La dialéctica, da respuesta a la separación de lo universal y lo singular, separación que conduce al divorcio entre el contenido del concepto y el mundo que existe objetivamente, al estudiar el concepto como una forma singular de reflejo de los objetos, de las cosas del mundo material y de las leyes universales de su movimiento. Esencialmente, la relación entre lo universal y lo singular se pone de manifiesto ya que el concepto no refleja todas las propiedades del objeto, ni todo el objeto como es, sino sus propiedades, rasgos y relaciones esenciales y por ende refleja la naturaleza universal de los objetos que le corresponden. La universalidad del concepto tiene su propia base objetiva que la constituye la existencia de propiedades, representaciones y nexos generales–esenciales en el mundo material y de leyes objetivas de la realidad. Por lo tanto, en el concepto matemático se expresan los objetos

por medio de la abstracción en su aspecto más puro, es decir, despojado de los aspectos casuales. En la misma dirección Rubinstein (1969) plantea: “El concepto abstracto refleja lo universal, pero lo general no agota nunca lo singular y lo único, esto se refleja en la imagen” (p.403).

Es esencial, para la comprensión del trabajo, no identificar la práctica con el conocimiento (forma en que el hombre refleja la naturaleza), sino que el conocimiento no existe fuera de ese proceso vital y, al mismo tiempo, el reflejo de la realidad surge y se desarrolla en el proceso de las relaciones sociales en que se desenvuelve la persona y en el cual despliega su actividad cognoscitiva. Así, la conciencia es un producto social y subsistirá como tal mientras exista el hombre; ella es capaz de crear, de transformar el mundo, si las condiciones circundantes no satisfacen sus necesidades, además de reflejar el mundo objetivo. Esta concepción sobre la conciencia adquirió la denominación de Teoría del Reflejo. De dicha teoría, se desprende, como un elemento para el tratamiento de los conceptos que los mismos constituyen el producto superior del cerebro y de la materia (Lenin, 1983) y, además, que el contenido del reflejo no es estable, sino todo lo contrario, que al ser analizado como la imagen subjetiva de los objetos de la realidad, conlleva a acercarse de manera más objetiva a los objetos.

En esa misma dirección, Engels (1975) exponía claramente la relación existente entre los conceptos matemáticos con la práctica. En particular, aseveró que la matemática, como el resto de las ciencias, surgió de las necesidades prácticas de los hombres tales como medir y contar, entre otras; haciendo explícita su posición respecto a uno de los problemas filosóficos más importante de todos los tiempos, es decir, el llamado problema de vinculación de los conceptos científicos con la práctica. En particular, Engels era del criterio, con respecto al cálculo infinitesimal que todos los conceptos que lo sustentan tienen su modelo en la naturaleza.

Al asumir la concepción científica del mundo defendida por la Dialéctica Materialista, en particular la asociada con su Teoría del Conocimiento Lenin (1983) escribe: “de la percepción viva al pensamiento abstracto y de este a la práctica, tal es el camino dialéctico del conocimiento de la verdad...” (p.195). Nos permite aseverar que la Matemática tiene su origen, en la realidad objetiva y su desarrollo puede ser explicado mediante la Teoría de la Actividad y las leyes de la Dialéctica. Además, que la validez o el éxito en la utilización de los conceptos matemáticos, están indisolublemente ligados a la exactitud con que en ellos se reflejen los objetos en su interacción, con la realidad objetiva.

El estudio de la relación general entre los conceptos matemáticos y la realidad objetiva, pone de manifiesto, por una parte, que no hay identidad funcional entre los conceptos matemáticos y los objetos del mundo material que reflejan, pues el conjunto de propiedades y rasgos de cualquier objeto es mucho más amplio que el de cualquier concepto que se tenga de él; mientras que, por otra parte, los objetos del mundo material existen en la realidad antes e independientemente de los conceptos humanos, y ningún concepto tiene realidad objetiva. La objetividad de los conceptos está precisamente en su origen porque se forman como modelos de objetos del mundo real; sin embargo, son subjetivos por la forma de su existencia, puesto que existen en nuestra mente.

El concepto, es estudiado, como reflejo de la realidad que tipifica; pero esta aparente simplificación de la realidad, es la que permite tomar la esencia, llevarla al plano teórico, para que mediante razonamientos se lleguen a conclusiones, establecer propiedades generales para aproximarse más a la realidad y comprender mejor la relación entre el concepto y el mundo objetivo; por lo tanto, el conocimiento se realiza en dos formas fundamentales: conocimiento sensitivo y pensamiento abstracto o racional. El conocimiento sensitivo tiene la forma de sensación, percepción y representación. La percepción es reflejo externo de un objeto material que surte un efecto directo en los sentidos, luego el primer escalón en la formación de una imagen mental está en la percepción.

Es así que la formación de conceptos es el atributo esencial del pensamiento abstracto, el concepto es la forma del pensamiento que refleja los indicios sustanciales de un objeto o de un conjunto de objetos homogéneos y que se expresa o comunica mediante la palabra, tanto en el plano interno (a uno mismo) o externo (a otras personas).

Es importante resaltar, que investigadores bajo otras perspectiva teóricas han estudiado la construcción del conocimiento, a título de ejemplo, cabe señalar a: Ausubel, Novak y Hanesian, (2000) y Piaget (1990). Otros autores en la actualidad, exponen un panorama lo suficientemente sintetizado de los elementos básicos de sus investigaciones, en esta dirección, por ejemplo, Moreno, L. y Waldegg, G. (1992) plantean que: “El conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto” (p.11).

Aunque la Teoría de Piaget (epistemología genética) y el Enfoque Histórico-Cultural de Vygotsky (1968,1988), se desarrollaron en contextos muy diferentes, es de resaltar que ambas son teorías genético-estructuralistas y se sustentan en conceptos asociados con la Teoría

de la Actividad (la acción para Piaget, la praxis para Vygotsky). Además, dichas teorías subrayan la importancia de la contradicción como fuentes del desarrollo. En particular, Vygotsky analiza las contradicciones como un importante factor causal de la superación de un determinado estado de conocimiento y, para Piaget, es una de las razones que motivan el cambio o el progreso cognoscitivo. Tal relación, no es casual, pues, el mismo Piaget (1990) afirma que son claras las convergencias entre su pensamiento y la dialéctica marxista (base de la teoría de Vygotsky).

La aportación de Piaget al proceso de formación de conceptos, no consiste en hacer un planteamiento constructivista del conocimiento; ni tampoco en considerar que el conocimiento es un proceso complejo multidimensional formado por aspectos biológicos, mentales y sociales; pues tales situaciones habían sido planteadas y estudiadas por Vygotsky muchos años atrás. Los aportes reales al enfoque constructivista son, en primer lugar, el análisis y consideración del conocimiento como resultado de procesos cuya naturaleza deben investigarse empíricamente y el mostrar que los procesos constructivos del conocimiento conducen también a la construcción de la lógica. Para Piaget existe una subordinación entre el componente exógeno (externo) y el componente endógeno (interno); donde plantea una implicación contraria a uno de los paradigmas del Enfoque Histórico-Cultural el cual plantea: La Enseñanza guía el Desarrollo.

Liev Semionovich Vygotsky (1896-1934); desarrolló un particular enfoque en relación al proceso de adquisición del conocimiento por el ser humano. Vygotsky determinó y demostró que la adquisición del conocimiento está estrechamente relacionada con las leyes básicas de la Dialéctica: Ley de la Unidad y Lucha de Contrarios; Ley de la doble negación y la Ley de los Cambios Cuantitativos a saltos Cualitativos. No obstante, el problema dialéctico más significativo para Vygotsky es la conciencia, ¿Cuáles son los procesos significativos de la conciencia en el hombre? Entendiéndose como Conciencia el reflejo subjetivo de la realidad objetiva en la mente del hombre. Para tratar de dar una respuesta satisfactoria a esta cuestión, Vygotsky pensó que para poder entenderla era fundamental estudiar la profunda relación entre los Procesos Psicológicos y Sociales asociados al ser humano.

Vygotsky, después de estudiar la problemática en torno de la conciencia arribó a una propuesta revolucionaria, para su época, al considerar no sólo los procesos psicológicos del hombre, sino los procesos sociales en los que se está inmerso. Razón por la cual centró su trabajo en el origen y desarrollo de las funciones psicológicas de la conciencia humana y en cómo es que esta se integra. Esto lo enunció mediante su Ley General de la Formación y Desarrollo de la Psiquis Humana.

Uno de los aspectos metodológicos más representativos del Enfoque Histórico Cultural y que está estrechamente ligado al proceso de internalización de los conocimientos en el sujeto, es el concepto de Zona de Desarrollo Próximo; para ello hay que considerar, en primer lugar, el Nivel de Desarrollo Real o Zona de Desarrollo Actual en el sujeto, que está determinado por el conjunto de actividades que puede hacer por sí mismo, sin recurrir más que a sus conocimientos previos, y sin la ayuda de alguien que sepa más en relación al problema o tema. Luego, en segundo lugar, se debe considerar el Nivel de Desarrollo Potencial o Zona de Desarrollo Potencial, que está determinado por el nivel de conocimientos que el sujeto podría alcanzar al interactuar con los medios de instrucción de la sociedad o la ayuda de otras personas versadas en el tema.

La Zona de Desarrollo Próximo no sólo es importante por hacer ver el valor que tiene lo que el sujeto sabe, sino que enfatiza la importancia que tiene lo que el sujeto puede aprender; a lo que Vygotsky relacionó estrechamente con su Ley de la Doble Formación de las Funciones Psicológicas, según la cual toda función psicológica en la conciencia del sujeto aparece dos veces, primero en el plano social o plano interpsicológico y luego en el plano individual o plano intrapsicológico.

Desde el Enfoque Histórico-Cultural, el desarrollo del proceso que el sujeto ejerce sobre los objetos de conocimiento está enmarcado por la Teoría de la Actividad de Leontiev, y más allá por la Teoría de la Formación de las Acciones Mentales por Etapas de P. Ya Galperin (1902-1988); esta última establece una sucesión de etapas que se concatenan para la asimilación del conocimiento, proceso que se desarrolla en el sujeto como consecuencia de sus acciones y que está directamente relacionado con su experiencia y su entorno social, es el medio social y la herencia sociocultural quienes determinan, en gran medida, el proceso psicológico de la asimilación del concepto.

La Teoría de la Actividad (Tallizina, 1992, 1993, 2000) establece que el conocimiento es el resultado de la actividad que el sujeto determina sobre los objetos. Lo que nos lleva a considerar que, cuando el sujeto se acerca a los objetos, lo hace mediante las estructuras mentales que ha adquirido en su desempeño y su experiencia previa, no obstante, éstas no bastan para asimilar el conocimiento necesario para determinar al objeto o resolver un problema, se necesita, además, que el sujeto actúe sobre los objetos, mediante las herramientas o signos socioculturales.

La relación Sujeto-Objeto, (S-O), puede ser entendida de dos maneras complementarias. En la Teoría de la Actividad de Leontiev (1983), se explicita la relación mediadora mediante

N-A-N, es decir, Necesidad-Actividad-Necesidad. Esto es, la relación dialéctica Sujeto-Objeto comienza mediante una Necesidad en el sujeto, lo que conlleva a una Actividad, lo que a su vez determina una nueva Necesidad; eso nos lleva a establecer la continuidad en el proceso de la Asimilación del Conocimiento. En cambio, aunque en la Teoría de la Formación de las Acciones Mentales por Etapas de Galperin (1995), también se plantea la relación dialéctica Sujeto-Objeto, mediante los signos y herramientas socioculturales, es mediante la relación A-N-A que se entiende la asimilación del conocimiento; es decir, Galperin parte del supuesto de que es la Actividad del sujeto la que establece una Necesidad y, con ello, se llega, nuevamente, a otra Actividad.

La modificación del sistema S-O se puede entender mediante los instrumentos mediadores, que pueden ser las herramientas físicas, y los signos socioculturales, que son propios del momento histórico concreto que vive el sujeto. Así, mientras el sujeto modifica al objeto de conocimiento mediante las herramientas socioculturales, el objeto modifica al sujeto mediante los signos socioculturales, de igual forma que el lenguaje y los sistemas simbólicos. Con ello se tiene que, las herramientas y los signos determinan los medios para que el sujeto se apropie del conocimiento, son los que establecen la actividad mediadora o de mediación. Son las herramientas y signos socioculturales los que juegan un papel mediador entre sujeto cognoscente y objeto por conocer, además de ser el resultado de un desarrollo sociocultural del individuo; esto es, el sujeto se apropia y utiliza los instrumentos mediadores o psicológicos de la sociedad, como los signos, que pueden ser el lenguaje y que tiene esencialmente dos funciones, estas son, comunicación y reflexión retrospectiva (lenguaje interno).

Así, los instrumentos psicológicos o mediadores transforman la realidad, sin ser sólo una imitación de ella, su función no sólo consiste en adaptarse pasivamente al mundo objetivo, sino que, se modifican en gran medida en relación directa con la actividad del sujeto sobre el objeto o problema considerado. Tal asunción permite ver que el Proceso de Asimilación del Conocimiento, transita por una secuencia de etapas que determinan Niveles de Conocimiento (Gétmanova, 1989):

- (1).- Senso-Perceptual,
- (2).- Conceptual,
- (3).- Juicio y
- (4).- Razonamiento

Dichos niveles determinan fundamentalmente dos tipos de conocimientos, el Sensitivo o Intuitivo, que está en relación directa con el mundo objetivo y el Lógico-Abstracto, relacionado con las categorías básicas de Concepto, Juicio y Razonamiento.

El concepto analizado como resultado es una idea compleja, es la suma de un conjunto de creencias e inferencias anteriores que determinan tanto los elementos como las propiedades de éste. Existen diferentes operaciones generales sobre los conceptos, pero corresponde a cada ciencia en particular el desarrollo de sus procedimientos, métodos y operaciones que permitan la obtención de conocimientos profundos a partir de sus conceptos primarios. El concepto como elemento de la lógica, se convierte, en general, hasta cierto punto, en sinónimo de todas las ciencias.

Para ampliar sobre las funciones lógicas de los conceptos, se pueden utilizar los libros escritos por Guétmanova (1989, 1991). A partir de lo expuesto, se estudia el Concepto como: El reflejo mental generalizado de una clase de objetos, procesos o relaciones de la realidad (objetiva o subjetiva) sobre la base de sus características esenciales (necesarias y suficientes) e invariantes. Mientras que, la Definición de un concepto se debe entender como la Expresión Verbal o Escrita del Concepto. Así, sintetizamos diciendo que la Matemática se fundamenta en los conceptos, relaciones y operaciones, queriendo decir, que su enseñanza-aprendizaje se centra en el estudio de los conceptos de objeto, relación y de operaciones, asociados esencialmente al pensamiento abstracto basado en conceptos, juicios y razonamientos.

APROXIMACIÓN METODOLÓGICA A LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS

El proceso de asimilación en el sujeto, comienza cuando actúa sobre los objetos de conocimiento mediante un sistema de acciones que transitan por tres etapas; según la Teoría de la Actividad las mismas son:

- (1) Etapa de Orientación,
- (2) Etapa de Ejecución
- (3) Etapa de Control.

En particular, la asimilación de un concepto (como actividad), según Galperin, transita a lo largo de una sucesión de fases, mediante las cuales la acción se transforma, de su forma material o materializada a su forma verbal interna, es decir, el proceso de asimilación del conocimiento está determinado por el cambio de las características básicas de la acción, la forma de la acción, el grado de generalización, el grado de despliegue, el grado de

independencia y el grado de asimilación o dominio. Nótese que las fases propuestas por Galperin, están en relación directa con los elementos básicos de la Teoría de la Actividad.

Fases para la Asimilación de Conceptos:

(1) *Orientación.*

En esta fase juega un papel esencial la motivación hacia la actividad. Existen ciertas formas básicas de motivación. Una de ellas es plantearle al sujeto un conjunto de actividades asociadas con sus intereses cognitivos y su nivel de conocimiento. Plantear actividades que proponen un determinado desequilibrio en su conocimiento, es decir, un Desequilibrio Didáctico, para hacerle ver la importancia que tiene el estudiar el tema. Otra forma de motivación consiste en propiciar un ambiente óptimo del tema, películas, conferencias y documentales pueden servir para tal fin, pero como siempre la motivación no es un problema fácil de dilucidar.

Para la aproximación exitosa al proceso de asimilación, es necesario garantizar una planificación sustentada en la Base Orientadora de la Acción, BOA. Es en esta etapa que se debe determinar toda la información necesaria para que el sujeto pueda realizar una acción óptima. En el caso del profesor, especializado en lograr un proceso de asimilación del conocimiento óptimo, deberá presentar al estudiante, lo más detalladamente posible, el contenido del sistema de acciones y mostrarle un esquema que le indique los medios y las estrategias, con los cuales alcanzar el objetivo.

(2) *Material o materializada de la acción.*

Al inicio de la ejecución de la acción los estudiantes deben conocer los objetos involucrados en las actividades o temas en discusión. El manejo de los objetos no es precisamente manual, sino que puede ser mediante los símbolos o dibujos que los representan. En esta fase de ejecución de las acciones, los estudiantes pueden utilizar modelos para determinar las características esenciales de los objetos involucrados en el tema. Así, en esta fase, el estudiante ya no manipula los objetos en forma material, si es que la hubo, sino que ejerce sus acciones sobre modelos o sistemas simbólicos de los objetos. La forma de la acción es materializada, no generalizada, desplegada, compartida y consciente.

(3) *Perceptiva de la acción.*

En este momento el estudiante determina una imagen sensorial del objeto y de las acciones que determina sobre ellos, es una etapa intermedia entre la forma de la acción material o materializada y la forma interna verbal de la acción. La acción sigue siendo consciente y desplegada pero no ha alcanzado un grado de generalidad tal, que le permita pasar a la forma verbal de la acción.

(4) *Verbal Externa de la acción.*

En esta fase de la formación de las acciones y los conceptos la acción gradualmente se va interiorizando, pasa de la forma perceptiva a la forma verbal externa. Esto comienza cuando las acciones de sujeto, pasan del plano Interpsicológico al plano Intrapsicológico.

(5) *Verbal Interna de la acción.*

En la etapa cinco de la formación de los conceptos mediante las acciones mentales de Galperin se tiene que el sujeto ya interiorizó la acción, es en esta forma que las funciones psicológicas superiores de la conciencia, se constituyen en un instrumento que actúa sobre los conceptos y determina una actividad que ya no es propia de la actividad física del sujeto. Ahora, los conceptos son, por decirlo de alguna forma, asumidos por las funciones superiores del intelecto, mismas que se fortalecen de la interiorización de nuevas acciones.

A partir de lo anterior, se pone de manifiesto que los conceptos no se forman en el ser humano de manera inmediata, sino que, son el resultado de un proceso que puede estructurarse, para su estudio, en niveles, conocidos como niveles de desarrollo de los conceptos y que, dependen directamente de la actividad, es decir, de las acciones que el sujeto realiza sobre los objetos, de su experiencia, nivel de abstracción y generalización; estos niveles son:

- (1) Análisis-Abstracción,
- (2) Identificación- Discriminación,
- (3) Síntesis-concreción.

El contenido y la extensión del concepto, guardan una íntima relación: cuanto más amplio sea el contenido del concepto, más estrecha será su extensión y viceversa. Esta se denomina “Ley de la Lógica Formal de Razón Inversa entre la extensión y el contenido del concepto” Entre dos conceptos existe una relación de subordinación, cuando entre los contenidos y las extensiones de tales conceptos existe la siguiente dependencia: los caracteres esenciales del

primer concepto constituyen sólo una parte de los caracteres esenciales del segundo, el cual posee además de dichos caracteres algunos otros; la extensión del segundo concepto, en cambio cae por completo dentro del campo del primero como parte del mismo. Al concepto de mayor extensión se le llama (concepto superior) y el de extensión menor (Concepto subordinado) (Gorski y Tavants, 1968). Mediante un proceso de abstracción se determina el Contenido del Concepto, es decir, las características propiamente dichas que especifican al objeto. No obstante, estas características se pueden extender a una colección de objetos, esto es lo que se entiende por Extensión del concepto.

La operación de clasificación, permite al sujeto determinar los conceptos colaterales que son conceptos que tienen algunas características del concepto X, pero no todas. Con ello se tiene que, el concepto Y es colateral del concepto X si Y está conectado mediante relaciones de pertenencias, es decir, si algunas de las propiedades que definen a los elementos de Y también constituyen parte de las propiedades que definen a los elementos de X. Así mismo, un concepto subordinado establece, nuevamente, la jerarquía que la clasificación de los objetos determina, el concepto subordinado Y subyace a la clasificación que determina la clase de los objetos a los que se refiere el concepto X. De forma similar se puede pensar, a su vez, que el concepto X es subordinado de otro Z, y por ello se dice que Z es un concepto superior a X.

En el segundo nivel, Identificación-Discriminación, el sujeto determina cuáles de las propiedades que ha establecido en el proceso de análisis-abstracción, pueden extenderse al resto de los elementos de un conjunto y cuáles no. Es decir, identifica o discrimina las propiedades a la totalidad de los elementos del conjunto. Con ello, el sujeto determina una interpolación por medio de la cual establece las propiedades que son comunes en un número reducido de objetos a la totalidad de los elementos del conjunto. Es en este nivel que, el lenguaje retrospectivo, desarrollado por el sujeto, determina la actividad mediadora, entre el pensamiento y el proceso de formación del concepto, por medio del cual se deducen e inducen las propiedades fundamentales a la totalidad de los elementos del conjunto.

En el tercer nivel de la formación de los conceptos, Síntesis-Concreción, el sujeto ha determinado las características esenciales, la estructura o el sistema de la totalidad de los elementos que constituyen un conjunto, llevando todo ello a una vinculación sujeto-objeto que está determinada, nuevamente, por las herramientas y los signos socioculturales. Entonces, es en este último nivel de la formación de los conceptos que el sujeto sintetiza el proceso y puede construir una definición, utilizando para ello el lenguaje, hablado o escrito, que le da coherencia a las propiedades fundamentales de los elementos de un conjunto.

Si no fuera así, el sujeto, tendría que construir todos los conceptos cuando los necesite, mientras que, con las definiciones el proceso se reduce a una expresión verbal o escrita que puede ser utilizada en la construcción de nuevos conceptos.

Este proceso de formación de los conceptos, transita por una serie de formas que determinan su generalización y abstracción y se transforma de una forma material a una psicológica o interiorizada; es mediante el objeto de estudio y el nivel de abstracción y generalización de los estudiantes, que se determina la vía de formación del concepto, que puede ser mediante las Vías o Formas Inductiva y Deductiva; de ahí la importancia de una metodología para su formación que logre que el proceso de enseñanza-aprendizaje conlleve al logro de los objetivos.

Para la Vía Inductiva, en la formación de los conceptos, se establecen la siguiente metodología: (a).- Mediante la actividad mediadora del sujeto, se parte de casos o ejemplos particulares reconocidos de entre una variedad de objetos, es decir, de lo particular a lo general. (b).- Se determinan clases de equivalencia mediante las características comunes de los objetos observados. (c).- El sujeto identifica el concepto y establece la relación con la totalidad de los objetos, para llegar al concepto y a su definición. Para la vía Deductiva en la formación de los conceptos se establecen las etapas siguientes: (a).- Se parte de la definición del concepto o de una generalidad de objetos. (b).- Se establece el contenido y la extensión del concepto. (c).- Se establece la relación explícita de la definición con las características esenciales del objeto. Esto lleva al sujeto de lo general a lo particular y a la determinación del concepto u objeto.

Conclusiones

El trabajo pone de manifiesto las potencialidades y alcances teórico-metodológicos, del conocido Enfoque Histórico Cultural de Vygotsky, en el proceso de formación y desarrollo de los conceptos matemáticos. Haciendo énfasis que en el aprendizaje de los conceptos se debe considerar la relación del sujeto cognoscente S (estudiante) con el objeto O de conocimiento, y que el primero se acerca al objeto y lo modifica, pero a su vez es modificado, en su conciencia y desarrollo social, por el objeto de conocimiento. Así mismo, se explicita la importancia de los conceptos en el desarrollo de la ciencia en general y de la Matemática en particular; haciendo énfasis en su estructura (contenido-extensión) como base, para lograr un proceso de enseñanza - aprendizaje robusto de la Matemática. Dentro del tratamiento metodológico de los mismos, se favorece para su estudio y clasificación los denominados

conceptos de objeto, de relación y de operaciones, asociados esencialmente al pensamiento abstracto y basado en conceptos, juicios y razonamientos

Dentro de las implicaciones prácticas y escolares, viene a corroborar la visión de que los conceptos matemáticos, no se forman de manera inmediata ni espontánea en los estudiantes, sino que son el resultado de un proceso que puede estructurarse, en lo fundamental, en niveles de: Análisis-Abstracción, Discriminación-Identificación y Síntesis-Concreción. Por otra parte, se trae a colación la condición necesaria de una formación sólida sobre el contenido matemático del concepto, lo que permite entender el sentido de la actividad y por ende, aproximaciones sucesivas al objeto estudiado.

Este proceso de formación de los conceptos, depende directamente de las acciones del sujeto, de su actividad, ya sea física o intelectual, y como asevera la teoría Vygotskiana pasa por una serie de formas, que determinan su generalización y abstracción y se transforma, pasando de una forma externa a una interna en el sujeto. A partir de lo explicitado a lo largo del trabajo, somos del criterio que conocer la teoría expuesta y sus alcances, tanto teóricos como metodológicos, en relación a la formación de conceptos, permitirá al profesor enfrentar con mayor posibilidad de éxito, el complicado problema didáctico, asociado con el proceso de enseñanza- aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D., Novak J. y Hanesian, H. (2000). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Engels, F. (1975). *Anti-Dühring*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Galperin P. Ya. (1995). *Introducción a la Psicología*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Gorski, D. y Tavants P. (1968). *Lógica*. La Habana: Imprenta Nacional de Cuba.
- Guetmanova, A., Panov, M. V., yPetrov, V. V. (1991). *Lógica en forma simple sobre lo complejo*; diccionario. Progress.
- Guétmanova, A. (1989). *Lógica*. Moscú: Serie Biblioteca del Estudiante. Progreso.
- Leontiev, A.N. (1983). *Actividad, conciencia y personalidad*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Lenin, V. (1983). *Obras Completas. Tomo 38*. Moscú: Editorial Progreso.

Moreno L. y Waldegg, G. (1992). Constructivismo y educación matemática. *Educación Matemática*, 4(02), 7-15.

Piaget, J. (1990). *Sabiduría e ilusiones de la filosofía*. España: EDICIONS 62.

Rubinstein, S. L. (1969). *Principios de Psicología general*. La Habana, Cuba: Edición Revolucionaria.

Tallizina, N. F. (1992). *La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares*. La Habana, Cuba: Ministerio de Educación Superior Cuba.

Tallizina, N. F. (2000). *Manual de psicología pedagógica*. México: Facultad de Psicología. Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Tallizina, N. (1993). *Conferencias sobre los fundamentos de la enseñanza en la educación superior*. México: Ángeles Editores. S. A.

Vygotsky, L. S. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. México: Grijalbo.

Vygotsky, L. (1968). *Pensamiento y lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. La Habana, Cuba: Instituto del Libro.