

Artigo Teórico

Um Estudo Sobre o Erro Matemático de Estudantes de Engenharia Mecânica



Valéria Espíndola Lessa¹
Elisandra Mottin Fresch²

Resumo

Este artigo apresenta uma pesquisa desenvolvida com estudantes do Curso de Engenharia Mecânica do Instituto Federal do Rio Grande do Sul, campus Erechim. Com base no referencial teórico sobre a Análise de Erros, investigamos os tipos de erros que os estudantes apresentaram nas resoluções de questões matemáticas, pois consideramos que o erro matemático se constitui um conhecimento e, portanto, deve ser investigado e não descartado. A coleta dos dados ocorreu durante a realização de um curso de matemática básica na qual analisamos os erros das atividades, levantamos hipóteses sobre suas causas, realizamos algumas entrevistas e identificamos os principais erros encontrados. A pesquisa contribuiu para a qualificação de nossa tarefa docente e para a aprendizagem dos estudantes que participaram do curso e da entrevista. Acreditamos que poderá ainda contribuir para futuras investigações sobre análise de erros, na qualificação metodológica do ensino.

Palavras-chave: Matemática. Erro. Aprendizagem. Engenharia.

Introdução

As disciplinas de matemática em cursos de Engenharia, de forma geral, no Brasil, possuem altos índices de reprovação, principalmente em Cálculo I. Por se tratar de uma disciplina que geralmente é oferecida no primeiro semestre do curso, o Cálculo I apresenta-se como um grande obstáculo aos estudantes, pois exige conhecimentos prévios de matemática básica, que muitos alunos não possuem e, de certa forma, eles não conseguem buscar estas novas informações necessárias para o aprendizado de novos conhecimentos da disciplina.

A partir dessa realidade, planejamos um curso de matemática básica, no Instituto Federal do Rio Grande do Sul, campus Erechim, voltado para os estudantes de Engenharia Mecânica, interessados em (re)aprender tais conhecimentos. Nesse curso, foram abordados

¹Mestre em Ensino de Matemática e Doutoranda no Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo; Professora do Instituto Federal do Rio Grande do Sul/ IFRS, Câmpus Erechim, Rio Grande do Sul, Brasil; valeria.lessa@erechim.ifrs.edu.br

²Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela PUCRS; Professora do Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai (IDEAU) e Faculdade de Concórdia (FACC); elisandramof@yahoo.com.br

conteúdos básicos de matemática que se constituem conhecimentos importantes para a compreensão dos conceitos mais complexos da disciplina de Cálculo I e, conseqüentemente de Cálculo II e III.

Para compreender as principais lacunas conceituais e procedimentais dos estudantes, realizamos uma investigação durante o curso, com base nos erros que eles apresentaram durante a realização das atividades propostas. A análise dos tipos e da natureza dos erros contribui no entendimento sobre as falhas conceituais dos estudantes e lhes possibilita, a partir do seu erro, reconstruir seu próprio conhecimento. Ao professor, essa análise lhe permite realizar intervenções didáticas mais direcionadas. Segundo Cury (2004), esse tipo de análise pode ser considerada uma metodologia de pesquisa e de ensino.

Nesta investigação, objetivamos conhecer os tipos e a natureza do erro matemático encontrado, com o intuito de qualificar a prática docente e a aprendizagem dos estudantes. Para tanto, procuramos identificar os erros matemáticos presentes nas resoluções das atividades propostas, realizar entrevistas para perceber as causas destes erros e proporcionar a (re)aprendizagem dos conceitos a partir do erro. Porém, encontramos dificuldades em realizar a tipificação dos erros e em encontrar suas causas. Dessa forma, apresentamos, neste artigo, um levantamento dos principais erros encontrados. Consideramos que esse levantamento possa contribuir para a qualificação do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

1 Análise de Erro e a Metodologia

Consideramos como “erro matemático” uma ideia explícita (escrita ou oral) que não condiz com a lógica formal da matemática, que não está de acordo com suas definições e propriedades. A partir do(s) modelo(s) correto(s)³ de desenvolvimento de uma questão matemática (gabarito), podemos comparar, estabelecer as diferenças e identificar o erro.

Julgamos que o erro pode ser causado, a princípio, por dois fatores distintos: a incompreensão de algo e a desatenção nos procedimentos. Focaremos nossa pesquisa nos erros cometidos por problemas de compreensão do conteúdo matemático. Para tanto, concordamos com Lopes (2007), que define os problemas de compreensão do conteúdo como “hipóteses legítimas baseadas em concepções e crenças adquiridas ao longo da vida escolar” (p.11). E, segundo Radatz (1980), a maioria dos erros cometidos pelos estudantes não são simplesmente desatenção ou descuido, mas fruto de experiências vivenciadas nas

³Consideramos que, em muitos casos, não há um único modelo correto de desenvolvimento matemático para determinada questão e, neste caso, deve-se levar em conta a forma de utilização das definições, propriedades, regras, postulados e teoremas.

UM ESTUDO SOBRE O ERRO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA

aulas de matemática que proporcionaram a construção de conhecimentos. Dessa forma, não podemos descartá-los, sem antes uma verificação sobre o que há por trás deste erro, afinal: “os erros não evidenciam apenas o que os alunos não sabem, pelo contrário, eles fornecem pistas sobre como os alunos aprendem e compreendem determinado conteúdo” (NASCIMENTO; MORELATTI, 2011).

Pensamos ser ineficaz apontar o erro, apresentar a resolução certa e utilizá-lo como punição na avaliação, fato que ocorre frequentemente na educação atual. O estudante tende a sentir-se desestimulado e a perder a confiança no ato de aprender. Para que o erro possa contribuir de forma positiva no processo de ensino e aprendizagem, é importante que o professor compreenda suas causas para que possa, através de intervenções didáticas, desestabilizar as “certezas” dos estudantes, proporcionando um questionamento destes sobre as respostas (CURY, 2007).

Assim, o erro submetido à reflexão por parte do estudante (Onde errei? Por que errei?) permite a (re)construção do seu conhecimento. Da mesma forma, quando submetido à reflexão por parte do Professor (Onde ele errou? Por que ele errou? Qual lógica apresenta?), esse erro

[...] poderá desencadear um questionamento de todo o processo de ensino e transformar-se numa estratégia didática inovadora, pela possibilidade que oferece ao professor de ampliar seus saberes e, com isso, melhorar seu ensino. (PINTO, 2000, p. 24)

Conforme Cury (2007), o estudo do erro matemático, encontrado nas atividades escritas ou verbais dos estudantes, pode tanto ser utilizado como metodologia de pesquisa, quanto como metodologia de ensino. Este último ocorre no momento em que a tarefa didática do professor parte do erro do estudante, levando-o a questionar sua resposta e a reconstruir o próprio conhecimento. Como metodologia de pesquisa, a análise de erro permite-nos a categorização dos tipos de erros encontrados e a análise da natureza destes. Uma vez que conhecemos os erros mais comuns de determinado conteúdo matemático, em determinado grupo de estudantes, a atividade docente pode tornar-se mais qualificada.

Nesta pesquisa, trabalhamos com uma amostra não probabilística de viés qualitativo, constituída por um grupo de 20 estudantes, matriculados no Curso de Engenharia Mecânica do Instituto Federal, que participaram do curso de matemática básica. O grupo de estudantes foi previamente consultado e todos assinaram um termo de consentimento informado autorizando sua participação na investigação. O processo de levantamento de dados foi realizado por meio de cinco folhas de atividades, num total de

 UM ESTUDO SOBRE O ERRO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA

14 questões, aplicadas em sala de aula, durante o tempo de vigência do curso, a serem respondidas pelos estudantes de forma escrita.

Optamos por questões puramente algébricas, envolvendo os conteúdos de: expressões algébricas (adições, multiplicações e fatoração); funções polinomiais; equações e funções exponenciais, equações e funções logarítmicas, trigonometria e funções trigonométricas. Isso porque nossa intenção era avaliar e observar os procedimentos matemáticos utilizados pelo estudante e os conceitos e definições utilizados para a resolução. Para a seleção das questões, baseamo-nos nas mais comuns em livros de matemática básica, constantes nas referências da disciplina de Cálculo I, sobre os assuntos escolhidos.

Após a coleta de dados, realizamos a correção das atividades, identificamos alguns tipos de erros e foi possível levantarmos algumas hipóteses sobre suas causas. Em seguida, realizamos as entrevistas com cinco estudantes que se dispuseram a estar na Instituição em turno extraclasse. A conversa foi individual e gravada. Nela solicitou-se ao estudante que explicasse sua resolução. Este momento foi de grande importância, tanto para a pesquisa como para a aprendizagem do estudante, pois na nossa intervenção como pesquisadores, pudemos propiciar a oportunidade para que eles questionassem sua resolução e, com isso, acreditamos possibilitar a (re)construção do seu conhecimento.

2 Síntese dos resultados

O Quadro 1, a seguir, apresenta todas as questões analisadas e o Gráfico 1 mostra o levantamento quantitativo a respeito dos erros e acertos encontrados nestas questões.

Atividade 1	1.1 Fatore o trinômio: $2x^2 - 5x - 12$
	1.2 Simplifique a fração algébrica: $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$
	1.3 Simplifique a raiz, extraindo os fatores do radicando: $\sqrt{32x^3y^6}$
	1.4 Faça a adição das frações algébricas: $\frac{3}{x^2 - 5x} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2 - 25}$
Atividade 2	2.1 Faça o esboço do gráfico (sem o Geogebra) das funções polinomiais abaixo usando translações horizontais e/ou verticais, alongamentos ou compressões e reflexões, conforme necessário: (a) $2(x - 1)^2 - 4$
	2.2 (b) $(x + 1)^2 + 2$
	2.3 (c) $-x^2 + 4x - 5$

UM ESTUDO SOBRE O ERRO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA

Atividade 3	3.1 Resolva a equação exponencial: $4 \cdot 3^{x+2} = 2916$
	3.2 Resolva a equação exponencial: $2^x = 5$
	3.3 Faça um esboço do gráfico da função e dê o domínio e a imagem: $f(x) = 3 + 2^{x+1}$
Atividade 4	4.1 Resolva a equação logarítmica: $\log(2x + 8) - \log(x + 2) = 3\log 2$
	4.2 Faça um esboço do gráfico da função e dê o domínio e a imagem: $f(x) = 2 - 3\log(x + 1)$
Atividade 5	5.1 Uma pessoa está a 7 metros de distância de um prédio, em linha reta, e deseja medir a altura deste. Com o auxílio de um teodolito (aparelho para medir ângulos de inclinação) apontado para o topo do prédio e posicionado a 1,5 metros do solo, a pessoa verificou que há uma inclinação de 62° . Com estas informações, encontre a altura do prédio.
	5.2 Faça um esboço do gráfico da função trigonométrica abaixo e dê o domínio, a imagem e o período: $f(x) = -1 + 2\sin(x + \frac{\pi}{4})$

Quadro 1 – Atividades e Questões analisadas
Fonte: elaborado pelas autoras.

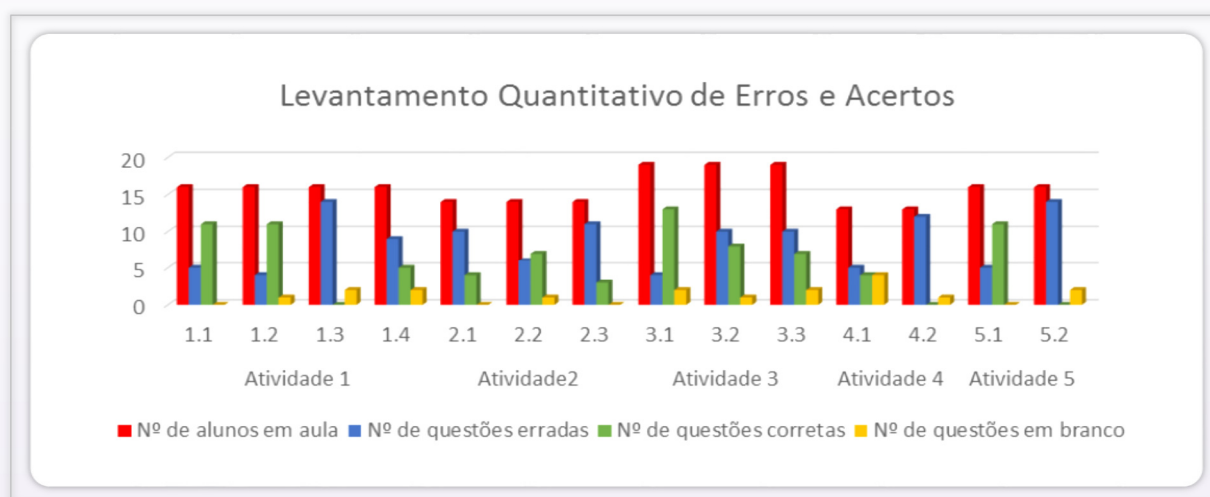


Gráfico 1 – Dados quantitativos levantados a partir da correção das questões.
Fonte: elaborado pelas autoras.

Podemos perceber, no Gráfico 1, que todas as questões apresentaram algum tipo de erro, que estão representados pela coluna azul, sendo que em 9 das 14 questões temos a incidência de mais erros do que acertos. Isto evidencia o elevado grau de dificuldades dos estudantes, mesmo considerando que tiveram explicações sobre os procedimentos algébricos momentos antes de cada atividade. Consideramos que para um melhor entendimento do leitor sobre nossa análise, precisaríamos construir um trabalho de mais fôlego, apresentando mais detalhes das análises dos erros e, portanto, necessitaríamos de mais páginas. Tendo em vista essa limitação, apresentaremos algumas reflexões sobre os erros encontrados nas questões e sobre as entrevistas realizadas com os estudantes.

Na Atividade 1, os principais erros encontrados foram relacionados à fatoração, à simplificação e à adição de frações. A regra de “cortar o x” apareceu antes mesmo de realizar a fatoração da questão 1.2. Na entrevista, um dos estudantes explicou que não

UM ESTUDO SOBRE O ERRO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA

lembrava como simplificar e achou que poderia cortar o x de forma direta. Falamos sobre a fatoração, demos exemplos de simplificação de frações numéricas e o estudante refez a questão, mas ainda apresentava insegurança.

Na Atividade 2, que consistia na construção de gráficos de funções polinomiais de 2º e 3º grau, trabalhamos a construção de gráficos pelo processo de completar quadrados e pelo deslocamento de gráficos mais simples - os estudantes apresentaram traçados que não correspondiam a curvas polinomiais de 3º grau. No entanto, todos apresentaram a noção da forma de parábola das funções do 2º grau. Os principais erros encontrados foram relacionados às raízes, ao vértice, bem como à noção de deslocamento. Mesmo quando construía tabelas, principalmente na questão 2.2, cometiam erros de cálculo numérico e de representação destes pontos no plano cartesiano. Também percebemos erros na identificação de domínio e imagem.

Na Atividade 3, vimos que os principais erros encontrados foram: na aplicação das propriedades das potências; na aplicação de logaritmos; na fatoração numérica; e na construção do gráfico de uma função exponencial. Como pode ser observado no Gráfico 1, de 19 estudantes presentes no encontro, 10 erraram a questão 3.2. Consideramos este número significativo, uma vez que 8 estudantes cometeram o mesmo erro ao utilizarem procedimentos que não respeitam a igualdade da equação, ou seja, forçam para “isolar” o x .

Na questão sobre o gráfico de uma função exponencial, em que era necessário dar o domínio e a imagem, percebemos erros muito semelhantes aos encontrados na Atividade 2, com erros na montagem da tabela, na atribuição de valores, na representação dos pontos no plano, além de erros no domínio e na imagem e no procedimento de construção do gráfico pelo método de deslocamento.

Na Atividade 4, composta de duas questões sobre logaritmos, percebemos que muitos não fizeram a questão 4.1 e os que fizeram apresentaram erros na aplicação das propriedades dos logaritmos. Na questão 4.2, nenhum estudante acertou, conforme pode ser observado no gráfico, e os erros encontrados foram na construção da tabela, na qual se atribuíam valores para o x , mas não conseguiam calcular o logaritmo para achar o valor de y . Com isso, percebe-se grande dificuldade no cálculo de logaritmo de base dez, mesmo com calculadora científica à disposição. Nas entrevistas, novamente os estudantes diziam não ter aprendido logaritmos.

Na questão 5.1, da atividade 5, sobre um problema de trigonometria, todos os estudantes acertaram, embora tenha havido falta de atenção de alguns que esqueceram de somar a altura do teodolito. Já na questão 5.2, sobre uma função trigonométrica, todos

UM ESTUDO SOBRE O ERRO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA

erraram. Nas aulas do curso, trabalhamos a construção do gráfico pelo deslocamento da função trigonométrica mais simples, a partir dos $f(x) = A + B\text{sen}(Cx + D)$ coeficientes , e, mesmo assim, a maioria preferiu construir tabelas. Os erros que constatamos tinham a ver com a atribuição de valores aleatórios ao x para encontrar seu par ordenado.

Dessa forma, concluímos que dentre os diversos erros que encontramos nas atividades abordando diferentes conteúdos, a construção de gráficos é ainda um grande problema para os estudantes. A maioria dos estudantes aprende de forma mecânica a construir o gráfico de uma função de 1º grau, a partir de atribuição de valores pré-estabelecidos como -1, 0 e 1, e aplicam isto em todos os outros casos de funções. O método é válido, porém não é suficiente para as funções mais complexas, pois não conseguem ter a noção da curva.

Com as entrevistas conseguimos concluir que alguns alunos erraram por falta de atenção, uma vez que conseguiram corrigir seus erros sem necessidade de nossa intervenção. Já em outros casos, os estudantes diziam não lembrar como calcular. Em muitos casos, alguns estudantes percebiam seu erro durante nossa conversa e diziam o que teriam que fazer para corrigi-lo. Com isso, deduzimos que se trata de erros causados por falta de atenção.

Por fim, foi possível levantarmos os conteúdos matemáticos os quais envolveram os principais erros conceituais encontrados nesta pesquisa, conforme segue no quadro 2. Estes erros são constituídos de falhas na compreensão de conceitos fundamentais trabalhados na escola básica, que embasam a matemática mais complexa das disciplinas do Curso de Engenharia. E, infelizmente, estes problemas conceituais estão influenciando o entendimento de limites, derivadas, máximos, mínimos, integrais, entre outros.

Conteúdo	Erros Apresentados
Fatoração	Conceito de números primos Conceito de fatoração em números primos Fatoração de expressões algébricas
Potenciação	Definição e Propriedades
Logaritmos	Definição: associar com exponenciais; Propriedades e Aplicação.
Gráficos	Não reconhecer as particularidades de cada tipo de função. Noção de domínio, imagem e deslocamento a partir de uma função mais simples.

Quadro 2 – Categorização dos erros
Fonte: elaborado pelas autoras.

Nesta pesquisa, não foi possível detalhar e classificar os tipos diferentes de erros conceituais encontrados, como foi anunciado neste trabalho. Apenas foi possível apontar os conteúdos de maior dificuldade. Uma análise mais aprofundada dos erros e uma classificação mais detalhada poderão ser realizadas numa próxima pesquisa, com, talvez, um grupo de estudantes mais restrito.

3 Considerações Finais

Os altos índices de reprovação de estudantes nas disciplinas de Cálculo dos Cursos de Engenharia e as dificuldades de aprendizagem da matemática indicam a necessidade de estudos para compreender a situação a fim de transformá-la. Para tanto, desenvolvemos esta pesquisa científica embasada na perspectiva da Análise de Erro, associada a um curso de matemática básica, voltado aos estudantes de Engenharia interessados em (re)aprender matemática.

Com base nas análises realizadas e apresentadas neste trabalho, podemos perceber que são muitos os erros que aparecem nos desenvolvimentos das atividades, e estes, a princípio, não deveriam mais ocorrer, já que são conteúdos da Escola Básica. Porém, cada vez mais, os estudantes que ingressam nos cursos superiores vêm apresentando dificuldades com a matemática e baixo rendimento nas disciplinas. Dessa forma, acreditamos que nós, enquanto Instituição Federal de Ensino, temos o dever de dar subsídios para estes estudantes avançarem nos seus estudos.

Desse modo, conseguimos compreender que as causas de seus erros são déficits conceituais relacionados, principalmente, à fatoração, à potenciação, aos logaritmos e à compreensão de gráficos, considerando as particularidades de cada função. Acreditamos que para melhorar esta situação seria necessário oferecermos disciplinas de matemática básica no primeiro semestre do Curso de Engenharia, pois, assim, seria possível dar a oportunidade ao estudante de (re)aprender os conhecimentos que precisará para as disciplinas de cálculo.

Não pretendemos encerrar o assunto, nem apresentar soluções para os problemas de ensino e aprendizagem da matemática. Mas gostaríamos de mostrar que a prática de olhar com mais atenção para os erros dos estudantes é um método interessante para a educação, uma vez que o erro pode mostrar, não somente o que o estudante não sabe, mas o conhecimento matemático que ele sabe e que propiciou a construção de sua resposta errada.

Dessa forma, acreditamos que esta pesquisa pode vir a contribuir para futuras pesquisas sobre Análise de Erros, na qualificação metodológica do ensino e na aprendizagem.

4 Referências Bibliográficas

CURY, H. M. Professora, eu só errei um sinal: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In. CURY, H. M. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

CURY, H. M. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

LOPES, A. J. Prefácio. In. CURY, H. M. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 9 – 12.

NASCIMENTO, J.; MORELATTI, M.R.M. A análise de erros em matemática: elementos para a formação docente. In. CONGRESSO NACIONAL DE PSICOLOGIA ESCOLAR E EDUCACIONAL, 10, 2011. Maringá. **Anais online do X CONPE**. Maringá: Universidade Estadual de Maringá. Disponível em < <http://www.abrapee.psc.br/xconpe/trabalhos/1/2.pdf> > Acesso em: 10 abr. 2014.

PINTO, N. B.. **O Erro como Estratégia Didática**: Estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papyrus, 2000.

RADATZ, H. **Students' errors in mathematical leaning process**: a Survey. For the Learning of Mathematics. Montreal: FMI Publishing Association, 1980.

*Submetido em
18 de fevereiro
Aceito em 16 de
março*



**O site da SBEM está repleto de recursos
que poderão lhe ajudar em sala de aula!
Acesse agora!**



Veja mais em www.sbembrasil.org.br