EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i3p26-50

Um estudo praxeológico de Poliedros em um Livro Didático de Matemática do Ensino Médio

A praxeological study of polyhedra in a textbook of high school mathematics

MÁRCIO SILVEIRA RAMOS[1]
JOSÉ FERNANDO SANTOS RODRIGUES JUNIOR[2]
AFONSO HENRIQUES[3]

RESUMO

Neste artigo tem-se como objetivo analisar e apresentar os possíveis resultados da praxeologia do ensino de Poliedros, evidenciados como sólidos geométricos, proposta em um livro didático (LD) de Matemática do 2º ano do Ensino Médio. Para isso, adotamos como metodologia de pesquisa a análise institucional & sequência didática. Como fundamentação, apoiamo-nos na Teoria Antropológica do Didático, nas suas vertentes praxeológica e ecológica, visando identificar os diferentes tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias presentes na praxeologia do ensino de Poliedros. Os resultados obtidos mostram que o trabalho dos autores do LD revela uma *organização praxeológica usual* completa de Poliedros, partindo da apresentação teórica dos conteúdos propostos. Os tipos de tarefas apresentados fundam-se na aplicação direta de técnicas apresentadas no bloco práxis. Destacamos que o LD se constitui como um dos recursos didáticos de excelência para as pesquisas em Educação Matemática, no sentido de que os pesquisadores e Professores podem conhecer melhor a organização matemática de um LD, a partir de uma análise praxeológica.

Palavras-chave: Sólidos Geométricos. Organização praxeológica. Poliedros.

ABSTRACT

This paper have to aims to analyze and present the possible results of the Polyhedra's praxeology teaching, evidenced as geometric solid, proposed in a didactic book (LD) of mathematics from the Second year of High School. For this, we adopted as Institutional Analysis & Didactic Sequence methodology. As theoretical foundation, support the Anthropological Theory of Didactics, in its praxeological and ecological aspects, aiming to identify the different types of tasks, techniques, technologies and theories present in the Polyhedron's praxeology. The results show that the work of the authors of the DB reveals a complete usual praxeological organization of Polyhedron, starting from the presentation's theoretical of the proposed contents. The tasks' types presented are based on the direct application of techniques presented in the praxis block. Emphasizing that DB is one of the didactic resources of excellence for research in Mathematics Education, in the sense that the Researchers and Teachers can know it better from a praxeological analysis.

Keywords: Geometric Solids. Praxeological organization. Polyhedra.

[1] marcio_collins@hotmail.com, Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
[2] fernandosrodregues1@hotmail.com, Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
[3] henry@uesc.br, Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC

INTRODUÇÃO

A ideia de elaboramos este artigo se deu em virtude de uma revisão de literatura das dissertações dos autores: Vidaletti (2009), Paraizo (2012), Nascimento (2013) e Santos (2015), Bispo (2014) e na própria dissertação do primeiro autor em andamento. Essa revisão foi centrada na importância do estudo dos sólidos geométricos nas instituições de educação básica (IEB). Identificamos nesses trabalhos que as principais dificuldades do ensino e da aprendizagem de conceitos de sólidos geométricos estão intimamente ligadas a dois fatores principais. O primeiro condiz com a má formação inicial de boa parte de Professores que ensinam matemática nas IEB, incluindo as nossas próprias experiências como docentes dessas instituições.

Corroborando com esses autores, sublinhamos que nós também, enquanto alunos nas IEB, não tínhamos fortes relações com a aprendizagem de sólidos geométricos e, muito menos durante a nossa formação inicial nos cursos de licenciatura em matemática. Consequentemente, apresentávamos a falta de domínio do conteúdo inerente, em nossas práticas pedagógicas, enquanto Professores nessas instituições, o que muitas vezes nos causava insegurança para ministrar geometria espacial em sala de aula.

O segundo fator está atrelado com a falta de conhecimentos prévios dos alunos ao estudarem esse tema. Assim, evidenciamos nessas obras-que as principais adversidades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem de sólidos geométricos, estão na falta de compreensão, na mobilização dos conceitos de figuras planas e espaciais, bem como no reconhecimento dos referidos sólidos nos diferentes registros de representação.

Nessa perspectiva, Almouloud (2013b, p.13) destaca que,

> o que está sendo proposto, bem como as estratégias de ensino da Geometria aos alunos, parecem não ofertar a esses sujeitos as devidas condições para: “a) Compreender a mudança do estatuto da figura, os estatutos da definição e os teoremas geométricos, das hipóteses (dados do problema) e da conclusão (ou tese); b) Saber utilizar as mudanças de registros de representações; c) apropriar-se do raciocínio lógico-dedutivo”.

Apontando algumas possibilidades para a aprendizagem de objetos da Geometria Espacial, Pohl (1994, p.178), por sua vez, sublinha que:

> A melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais. Construindo poliedros os alunos têm oportunidades de observar e usar muitas relações espaciais. Recursos visuais interessantes também estimulam o pensamento criativo.

Além disso, no âmbito de recomendações ou orientações oficiais por parte do Ministério de Educação, lemos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) que o conhecimento matemático deve ser construído,

> [...] mediante a contextualização; evitar a compartimentalização, mediante a interdisciplinaridade; e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender. Estes Parâmetros cumprem o duplo papel de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor, na busca de novas abordagens e metodologias (BRASIL, 2000, p.4).

Nesse âmbito, entendemos que a formação do cidadão no Ensino Médio deve proporcionar aos alunos instrumentos capazes de permitirem o desenvolvimento de competências, em prol de suas relações com o mundo da informação, favorecendo o desenvolvimento de um aprendizado significativo, de sorte que ações práticas, reflexivas e críticas tenham um sentido na vida dos alunos. Nesse desenvolvimento, a Geometria Espacial sendo uma das áreas fundamentais de Matemática, ocupa um papel significativo. Com efeito, o seu ensino deve oferecer aos alunos a capacidade da mobilização das diversas formas e propriedades geométricas notáveis na parte do mundo que os cercam, a compreensão dos diferentes tipos representações, como também a interpretação lógica dos conceitos envolvidos em sua aprendizagem. Nesse segmento, os PCNEM nos chamam atenção, quando se sublinha que:

> [...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências, em especial a Física (BRASIL, 2000, p.44).

É evidente que, para atingir esse objetivo, o Professor deve mobilizar os conhecimentos em jogo nos diferentes tipos de registros, proporcionando aos alunos a capacidade de mobilização e o reconhecimento de um mesmo objeto matemático em mais de um registro de representação.

Para a concretização desta pesquisa, adotamos o Livro Didático, “Matemática: ciências e aplicações” proposto pelos autores, Iezzi et al (2017). A escolha desse livro se justifica por ser a obra que já havíamos analisado como parte da pesquisa da Dissertação em andamento mencionada anteriormente.

A partir dessa discussão, bem como das nossas experiências como Professores nas Instituições da Educação Básica, nos propomos responder a seguinte questão de pesquisa: *Quais são as praxeologias evidenciadas no ensino de Poliedros enquanto Sólidos Geométricos em um Livro Didático de Matemática do 2º ano do Ensino Médio?* A busca de resposta desse questionamento evolui com o seguinte objetivo: *analisar e apresentar* *os possíveis resultados da praxeologia do ensino de Poliedros, evidenciados como sólidos geométricos, proposta em um livro didático (LD) de matemática do 2º ano do Ensino Médio.* Diante do exposto até então, buscamos compreender a abordagem praxeológica e a ecologia de saberes enquanto vertentes da TAD, que apresentaremos a seguir como fundamentação teórica deste estudo.

Antropologia do Didático como Fundamentação Teórica

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) "situa a atividades matemática e, consequentemente, a atividade do estudo em Matemática, no conjunto de atividades humanas e instituições sociais" (CHEVALLARD, 1999. p.1). Um dos objetivos dessa teoria consiste em analisar o comportamento dos seres humanos frente ao conhecimento matemático, bem como as suas relações diante das situações matemáticas.

Na concepção de Almouloud (2007, p.111):

> Essa teoria é uma contribuição importante para a Didática da Matemática, pois, além de ser uma evolução do conceito de transposição didática, inserindo a didática no campo da antropologia, focaliza o estudo das organizações praxeológicas didáticas pensadas para o ensino e a aprendizagem de organizações matemáticas.

Assim, a TAD, desenvolvida por Yves Chevallard (1992), se insere neste contexto para buscarmos compreender como se dão as relações do homem com a Matemática no campo social e científico, tendo a Didática da Matemática como objeto de estudo, principalmente, pelas questões inerentes aos objetos envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Chevallard (1992) sublinha que o ponto crucial da TAD é que tudo pode ser considerado como objeto[4]. Neste contexto, os alunos, os Professores, as Instituições, bem como as posições que esses indivíduos ocupam nessas instituições, são considerados pelo autor como objetos particulares de seu estudo.

Assim, o autor sublinha que, para o estudo dessa teoria se faz necessário destacar quatros elementos primitivos essenciais na compreensão de fenômenos específicos, sejam eles: os objetos (O), as relações pessoais, as pessoas (X) e as instituições (I). De acordo com Chevallard (1992), a relação pessoal de um indivíduo (X) com um determinado objeto do saber (O) passa a existir quando uma pessoa, que ocupa certa posição na instituição (I), o reconhece como existente. Neste caso, o conhecimento enquanto forma de saber entra em cena com a noção de relação, considerando as posições que as pessoas ocupam nessas

[4] O objeto é qualquer entidade, tangível ou intangível, que existe para pelo menos um indivíduo. (CHEVALLARD, 2009, p.1).

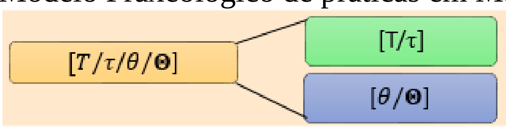
instituições.

Todo objeto (O) reconhecido institucionalmente requer uma organização, que seja de interesse na formação de sujeitos que veem ocupar determinadas posições nessa instituição. Chevallard (1992) se interessou com o estudo destas organizações mediante a abordagem que ele denomina de praxeológica, definida como um modelo para análise de ação humana institucional, organizada com quatro noções: Tarefas (T), Técnicas (τ), Tecnologias (θ) e Teorias (Θ). Essas noções são conceituadas por Chevallard (1999, p.2-5) da seguinte maneira:

> [...] uma tarefa (e o tipo de tarefa associada) é expressa por um verbo no infinitivo: limpar a sala, desenvolver uma dada expressão literal, dividir um inteiro por outro, cumprimentar um vizinho, ler um manual, subir uma escada, integrar a função $f(x) = xlnx$, no intervalo $[1, 2]$, etc. [...] a noção de tarefa ou, melhor, de tipo de tarefas, supõe um objeto relativamente preciso. Subir uma escada é um tipo de tarefa, mas subir simplesmente não é. Da mesma forma, calcular o valor funcional de uma função em um ponto é um tipo de tarefa, mas calcular, simplesmente, é o que será chamado de gênero de tarefas, que requer um determinativo. [...] Técnica - Seja T um tipo de tarefas [...] dado. Uma praxeologia relativa a T requer, portanto, uma maneira de realizar tarefas t∈T, essa maneira, denotada por τ, é aqui denominada técnica (do grego *tekhnê*, saber fazer). Assim, essa praxeologia constitui um bloco denotado por [T/τ], chamado bloco prático-técnica e que será identificado por saber-fazer um certo tipo de tarefas T. Entende-se por tecnologia, indicada por θ, um discurso racional, o logos, sobre a técnica, o *tekhnê*. Discurso cujo objetivo é justificar "racionalmente" a técnica, para garantir que esta permite realizar as tarefas do tipo T. [...] A teoria, por sua vez, no seu discurso tecnológico, contém afirmações, mais ou menos explícitas, nas quais pode-se questionar a razão de ser. Chega-se, portanto a um nível mais elevado de justificativa-explicação-produção, o da teoria, denotada por Θ, que ocupa em relação a tecnologia, o papel que este último tem em relação a técnica. (Tradução nossa).

Assim, segundo Chevallard (1999), em toda tarefa deve existir pelo menos uma técnica, uma tecnologia e uma teoria. Essas quatro noções constituem uma organização praxeológica completa, denotada por $[\mathbf{T}/\boldsymbol{\tau}/\ \boldsymbol{\theta}/\boldsymbol{\Theta}]$, que conforme mostrado na Figura 1, se decompõe em dois blocos: O bloco **[θ/Θ]** denominado logos (conhecimento), e o bloco **[T/τ]** designado saber-fazer (CHEVALLARD, 1999, p.6).

Figura 1: Modelo Praxeológico de práticas em Matemática.



Fonte: Produção dos autores.

Neste contexto, Almouloud (2013a, p.2 afirma que "toda prática institucional pode ser analisada sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas". Neste âmbito, compreendemos que na realização de uma tarefa, é imprescindível a mobilização e aplicação de uma determinada técnica, justificada por uma tecnologia imersa na teoria que na qual a referida tarefa foi elaborada. Ainda no contexto da organização praxeológica, Matheron (2000, p.52), sublinha que:

> Essa organização permite estudar uma mesma noção matemática designada por um mesmo nome, mas com organizações matemáticas de naturezas diferentes se desenvolvidas no seio de instituições diferentes. Esse ponto de vista ressalta o aspecto ecológico relativo à um objeto O, quer dizer, o aspecto do questionamento da existência real ou da inexistência desse objeto na instituição onde vive uma dada organização matemática. Essa dimensão ecológica nos permite questionar: como é ensinado um objeto identificado em um livro didático, que tipo de técnica será utilizado na resolução de determinada tarefa e qual é a organização matemática, e por consequência, que tipo de programa considerar?

A ecologia relativa à um objeto O, mencionada por Matheron, é outra vertente da TAD estudada por Chevallard (1996), onde encontramos as noções de *habitat* e de *nicho*, definidas, respectivamente como: o lugar de vida e ambiente conceitual de um objeto do saber (*habitat*) e o lugar funcional ocupado pelo objeto do saber no sistema ou praxeologia dos objetos com os quais este interage.

Entendendo o Livro Didático (LD) como um dos *habitats* ou ambiente conceitual de um objeto do saber, nos interessamos em analisar um LD de Matemática do 2º ano do Ensino Médio, de uma Escola Estadual localizada no interior da Bahia, procurando compreender a organização, proposta nele, sobre o ensino de Poliedros, visando destacar os tipos de tarefas, técnicas e o discurso tecnológico-teórico.

Além do modelo praxeológico de Chevallard (1999) e os questionamentos abordados por Matheron (2000), encontramos em Henriques (2013, p.72) dois modelos praxeológicos que mostram a dinâmica ou evolução das quatro noções praxeológicas do referido modelo em dois sentidos, como mostrado na Figura 2.

Figura 2: Modelos praxeológicos que podem ser identificados na análise de um LD.

Modelo praxeológico usual do LD   Modelo praxeológico modelado do LD

Fonte: Henriques (2013, p.9 e p.12).

Observando a Figura 2, entendemos que a análise de um LD pode revelar uma praxeologia usual, onde a proposta do ensino parte da apresentação teórica dos objetos de saberes ou uma praxeologia modelada, onde o ponto de partida do processo é a consideração de situações problemas ou tarefas. Para o autor, as duas praxeologias se complementam.

Mas, qual é a praxeologia do objeto matemático Poliedro no LD que escolhemos? Buscaremos a resposta dessa indagação, percorrendo a metodologia de pesquisa que apresentamos a seguir.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Com o objetivo de identificar e analisar as possíveis praxeologias de Poliedros em um Livro Didático de Matemática do 2º ano do Ensino Médio, bem como responder a nossa questão de pesquisa apresentada anteriormente, nos apropriaremos da Análise Institucional & Sequência Didática (AI&SD), como metodologia de pesquisa, desenvolvida por Henriques (2016), tomando como base na TAD e na Engenharia Didática (ED).

> A Análise Institucional é um estudo realizado em torno de elementos institucionais a partir de inquietações/questões levantadas pelo pesquisador no contexto institucional correspondente (HENRIQUES *et al*., 2012, p.1268).
>
> Uma Sequência Didática é um esquema experimental formado por situações, problemas ou tarefas, realizadas com um determinado fim, desenvolvido por sessões de aplicação a partir de um estudo preliminar [análise institucional] em torno de um objeto do saber (HENRIQUES, 2016, p.4).
>
> A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise sequencial de atividades de ensino (ARTIGUE, 1988 apud HENRIQUES, 1999).

A AI&SD é desenvolvida em dois momentos denominados Pesquisa Interna e Pesquisa Externa e, organizada em duas fases.

> Pesquisa Interna é uma sondagem realizada pelo pesquisador individualmente (ou por um grupo de pesquisadores), sem intervenção de sujeitos externos.
> Pesquisa Externa é uma sondagem realizada pelo pesquisador ou por grupo de pesquisadores envolvendo sujeitos externos como público alvo (HENRIQUES, 2014, p.68).

Conforme mostrado no Quadro 1, cada fase é organizada com quatro etapas, sendo que as seis primeiras são objetos da Pesquisa Interna e as duas últimas da Pesquisa Externa.

Quadro 1: As oito etapas do percurso metodológico da AI&SD

Análise Institucional & Sequência Didática (AI&SD)	
Fase I: Definições e Análises Preliminares	
1ª ETAPA	**Tomada de decisões iniciais**
	Definição do tema/assunto da pesquisa. Apresentação da problemática e/ou de questões da pesquisa em torno do tema/assunto (objeto do saber de referência). Definição dos objetivos gerais e específicos, bem como do referencial ou quadro teórico de base da pesquisa.
2ª ETAPA	**Identificação de Instituições**
	Identificação de uma instituição que seja de: Referência, Aplicação, ou Referência e Aplicação.
	Escolha de elementos institucionais

3ª ETAPA	Identificação e escolha dos elementos institucionais que se pretende analisar, eventualmente acrescidos de outros, com olhar no objeto de estudo ou do ensino visado, sem perca de vista das etapas precedentes.
4ª ETAPA	**Estudo e apresentação da análise institucional de referência**
	Estudo de cada um dos elementos institucionais escolhidos na 3ª Etapa e apresentação de análises correspondentes com base nas definições dispostas na 1ª Etapa. Apresentação de considerações e reflexão sobre a implementação de possíveis propostas, soluções ou contribuições em torno da problemática nas instituições envolvidas na 2ª Etapa.
Fase II: Organização, análises e Aplicação de uma Sequência Didática.	
5ª ETAPA	**Estudo e apresentação da análise institucional de referência**
	Organização de uma SD contendo ao menos uma sessão de aplicação de um dispositivo experimental constituído de tipo de tarefas propostas na praxeologia dos objetos de estudo envolvidos na pesquisa, analisados na 4ª etapa.
6ª ETAPA	**Análise a priori**
	Realização de análises preliminares referentes aos conhecimentos que se pretende investigar sobre o objeto em jogo, com referências na sua praxeologia.
7ª ETAPA	**Aplicação da sequência**
	Negociação com os elementos da instituição de aplicação, descrição das condições e realização do experimento (aplicação) propriamente dito.
8ª ETAPA	**Análise aposteriori e validação.**
	Realização da análise das práticas efetivas dos sujeitos envolvidos na pesquisa e validação.
AI&SD	

Fonte: Henriques (2016, p.5).

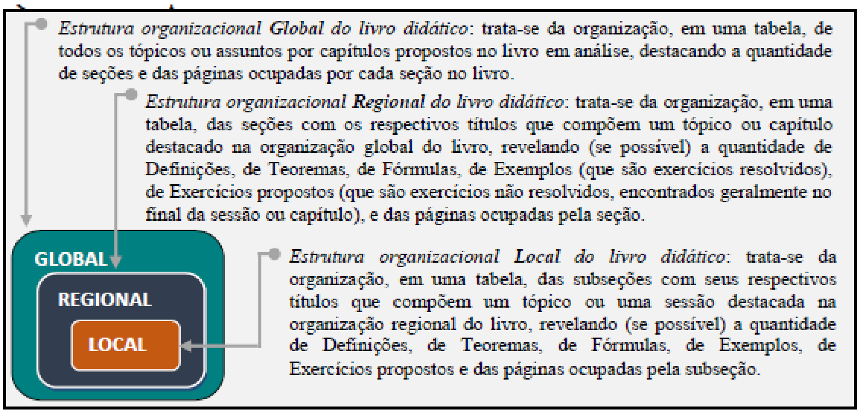
Neste artigo, restringimo-nos na primeira fase dessa metodologia. Assim, na 1ª ETAPA definimos o nosso tema de pesquisa em torno da Geometria Espacial, a nossa questão de pesquisa e o objetivo geral, que emergiram da problemática levantada na introdução deste artigo. Definimos também o nosso Quadro teórico. Na 2ª ETAPA, identificamos como instituição de referência o 2º ano do Ensino Médio. Na 3ª ETAPA, optamos por analisar um único elemento institucional, o Livro Didático de Matemática, intitulado "Matemática: ciências e aplicação" que analisamos na 4ª ETAPA com o objetivo de identificarmos a praxeologia de Poliedros enquanto Sólidos Geométricos.

Considerado como um dos recursos indispensáveis nas práticas pedagógicas de Professores, bem como na aprendizagem dos alunos, um LD é apontado por Henriques (2016, p.7) "como sendo o único elemento institucional que torna explícita a praxeologia organizacional de um objeto do saber e, que não deve ser omitido [na 3ª e na 4ª] etapa", por permitir compreender os objetos matemáticos a serem ensinados na instituição de referência da pesquisa. Além disso, Henriques, Nagamine e Nagamine (2012, p.1272) afirmam que:

> A análise do LD possibilita o acesso dos elementos característicos da relação institucional com o objeto do ensino visado, bem como das exigências institucionais e das organizações propostas em torno desse objeto. Nesse tipo de análise consideramos três estruturas organizacionais.

Os autores apresentam as referidas estruturas organizacionais em um quadro que apresentamos na Figura 3.

Figura 3: Estruturas Organizacionais para análise de LD.



Fonte: Henriques (2016, p.8).

Essas estruturas organizacionais nos permitiram evidenciar a organização praxeologia de Poliedros proposta no LD destinado para o ensino de Matemática na instituição de referência. Assim, apresentaremos a seguir a referida análise do LD.

Análise do Livro Didático (LD) da Instituição de Referência

O LD que escolhemos analisar intitulado “MATEMÁTICA: ciências e aplicações”, de autoria de Gelson Iezzi et al, publicado pela editora Saraiva em 2016 apresenta-se como um dos elementos institucionais de referência na Dissertação em andamento, do primeiro autor deste artigo, sob orientação do último, que é também orientador do segundo, com objetivo específico de promover a interação de orientandos em produções científicas em subáreas de interesses comuns e, difusão de conhecimentos. Pois, como já sublinhamos, o LD é um dos recursos didáticos de suma importância na pesquisa em Educação, em particular no processo ensino-aprendizagem em Matemática. Sublinhamos, a título de notação, que doravante identificamos o livro didático em questão por LD_Mca_IEZZI^{+}V2. Mas afinal, existe uma definição na literatura para o LD? Autores como Oliveira; Guimarães, Bomény (1984, p.11), destacam que “o livro didático é entendido como um material impresso, estruturado, destinado ou adequado a ser utilizado num processo de aprendizagem ou formação”.

Não nos sentimos completamente atendidos com esta apresentação dos autores, que acreditamos ser uma possível definição de LD. Pois, não é todo material que é impresso, “estruturado” deve ser entendido como LD. Aliais, qual é a estrutura que os autores se referem? Além desta apresentação, encontramos outras na literatura sobre LD, que também não são explicitamente designadas como definições. Com efeito, nenhuma nos contentou no sentido de explicitar o que de fato venha ser um LD. Para isso, trazemos como segue o nosso entendimento da definição desse documento indispensável para as práticas pedagógicas do Professor, com base no nosso quadro teórico e estudos correlatos. Vale ressaltar que não pretendemos, com a nossa apresentação, substituir os discursos dos autores citados, pelo contrário, visamos alimentar, com auxílio do nosso referencial, esse nobre elemento institucional enquanto fonte de investigação em Educação (o LD).

Definição de LD:

> *Um livro didático é um elemento institucional organizado, local, regional e globalmente, pelo(s) seu(s) autor(es), com objetos de estudos específicos, propostos com praxeologias predefinidas, para fins de ensino e aprendizagem nas instituições educacionais, disponibilizado na forma impressa ou digital em ambientes virtuais.*

Assim, entendemos que o LD se configura como um dos elementos institucionais que torna evidente as praxeologias de um determinado objeto do saber. É um documento de grande relevância no processo ensino-aprendizagem, promovendo a aquisição de conhecimentos pelos indivíduos (X) nas Instituições (I), isto é, um LD colabora com a relação pessoal de um indivíduo (X) com objetos (O) propostos neste LD em I, onde X ocupa uma posição, em particular, na formação inicial em Matemática.

Na perspectiva de análise de LD, Henriques et al. (2012), propõem o modelo que apresentamos na metodologia, composto por três estruturas organizacionais para análise de LD, que permitem evidenciar o *habitat* e os *nichos* ecológicos de um determinado objeto do saber. Utilizaremos o referido modelo na nossa análise. A título de recordação, trazemos na Figura 4 um recorte da sua organização, onde vemos que a organização local de um LD é contida na regional, que por sua vez está contida na estrutura organizacional global.

Figura 4: Recorte de estruturas organizacionais de LD.

Fonte: Produção nossa.

Uma vez que já discutimos amplamente a respeito dessas três noções, seguimos com a apresentação da análise global, interessando-nos evidenciar o *habitat* e os *nichos* de Poliedros (objeto matemático de referência) para este artigo.

Estrutura Organizacional Global do LD_Mca_IEZZI$^+$V2

Iezzi et al. (2016) iniciam a obra com uma breve apresentação de suas pretensões educacionais, destacando os desafios que encontraram para selecionar, dentre tantos objetos matemáticos existentes nesta área, os conteúdos que consideram importantes para serem ministrados no Ensino Médio. Com efeito, a realização da referida coleção, segundo os autores, só foi possível depois de terem consultado as sugestões da Secretária de Educação Básica do Estado da Bahia (SEC-BA), os PCENEM e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM – (Brasil, 2006) o Ministério da Educação, além de ouvirem as opiniões de inúmeros Professores da rede pública das Instituições da Educação Básico (IEB).

Assim, como se pode observar no Quadro 19, a estrutura organizacional global do segundo volume (LD_Mca_IEZZI^{+}V.2) da coleção objeto da nossa análise, é composto por onze capítulos, cento e sete seções, ocupando quatrocentos e dezesseis páginas, incluindo o título denominado a formação acadêmica dos autores e o sumário.

Quadro3: Estrutura organizacional global do LD_Mca_IEZZI^{+}

Título		**Seções**	**N° Paginas**
Formação Acadêmica dos Autores/Apresentação		2	4
Sumário		1	2
Capítulos	-	-	-
1	A Circunferência Trigonométrica	2	13
2	Razões Trigonométricas na Circunferência	5	14
3	Trigonometria em um Triângulo Qualquer	2	10
4	Funções Trigonométricas	5	21
5	Matrizes	12	32
6	Sistemas Lineares	7	28
7	Geometria Espacial de Posição	14	24
8	**Poliedros**	**4**	**42**
9	Corpos redondos	3	35
10	Análise Combinatória	4	25
11	Probabilidade	8	24
Tabela Trigonométrica		1	1
Respostas de Exercícios dos capítulos		11	10
Índice Remissivo/Sugestões para os alunos/Referências Bibliográficas		3	2
Orientações Didáticas		12	61
Resolução do Exercícios		11	68
Total		**107**	**416**

Fonte: Dados da Pesquisa.

Assim, conforme destacado no Quadro 3, identificamos, nessa obra, que o Capítulo se constitui como *habitat* do objeto matemático de referência deste artigo, notadamente os Poliedros. Portanto, sem apresentarmos uma análise sistemática desta estrutura, como procedem Henriques et al. (2012), seguimos com a nossa apresentação, concentrando a nossa atenção na análise dos objetos propostos no capítulo 8 de LD_Mca_IEZZI+V2.

Estrutura Organizacional Regional do LD_Mca_IEZZI+V.2

Com base no modelo de análise que adotamos neste artigo, apresentamos a estrutura organizacional regional (EOR) dos Poliedros, enquanto Sólidos Geométricos. No decorrer da nossa análise, procuramos entender e evidenciar cada uma das seções identificadas por Título da Seção. Além disso, destacamos os elementos que compõem cada seção, a saber: Definição, Teorema, Fórmula, Exemplos, Exercícios resolvidos, Exercícios Propostos e a quantidade de números de Páginas correspondente e cada seção, conforme se pode observar nos Quadros 4.

Quadro 4: Estrutura Organizacional Regional do Capítulo 8.

Capítulo 8: de LD_Mca_IEZZI+V.2 – Poliedros								
Seção	Título da Seção	Def	Teo	For	Ex	Exr	Exp	Pag
8.1	Introdução aos Poliedros	5	-	-	-	-		3
8.2	Prisma	5	-	11	4	4	25	15
8.3	Pirâmide	4	1	14	8	6	34	17
8.4	Complementos sobre Poliedros	1	-	1	6	2	8	7
Total		**15**	**1**	**26**	**18**	**12**	**67**	**42**
Def =Definições, Teo=Teorema,For =Fórmula, Ex =Exemplos, Exer =Exercícios resolvidos, Exp = Exercícios Propostos, Pag =Páginas								

Fonte: Produção nossa.

Para compreendermos melhor as praxeologias incidentes nesta EOR, apresentaremos a seguir a Estrutura Organizacional Local (EOL) do LD_Mca_IEZZI+V.2, pois, entende-se que a análise desta estrutura permite obter uma visão mais detalhada dos objetos de estudo propostos em cada seção apresentada no capítulo 8.

Estrutura Organizacional Local da seção 8.1 do LD_Mca_IEZZI$^+$V.2

Como se pode observar no Quadro 5, a EOL da seção 8.1, sendo recorte da EOR do capítulo 8 do LD_Mca_IEZZI$^+$V.2, intitulada introdução aos Poliedros, ocupa três páginas, contendo cinco definições.

Quadro 5: Estrutura Organizacional Local da seção 8.1

Seção	Título da Seção	Def	Teo	For	Ex	Exr	Exp	pag
8.1	Introdução aos Poliedros	5	-	-	-	-		3
Def = Definições, Teo = Teorema, For = Fórmula, Ex = Exemplos, Exr = Exercícios resolvidos, Exp = Exercícios propostos, Pag =Páginas ocupadas pela seção na obra.								

Fonte: Produção nossa.

Os autores iniciam a apresentação desse local, considerando uma situação motivada pela contextualização de algumas obras provenientes da Engenharia, da Arquitetura, das Artes Plásticas (Museu de arte de São Paulo, Pirâmide de vidro de Moscou e, o palácio de Taj Mahal) revelando a quantidade de formas geométricas relacionadas com as representações de objetos de Geometria Espacial no registro gráfico, mostrando o quanto a Matemática se faz presente no dia a dia dos seres humanos.

Acreditamos que a intenção dos autores, ao abordar o referido conteúdo com essas ilustrações no LD, reside na tentativa de evidenciar a importância do estudo dos Sólidos

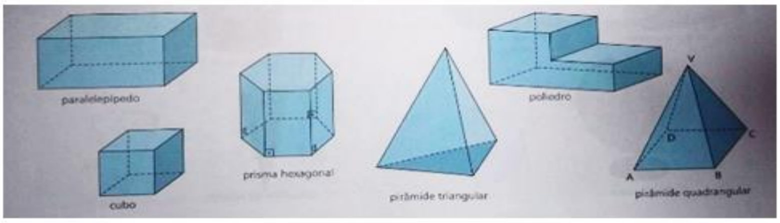
Geométricos e suas relações com situações reais do cotidiano. De acordo com os autores, “quando examinamos as formas tridimensionais idealizadas na Geometria, estamos observando Sólidos Geométricos” (IEZZI et al, 2016, p.150). Desse modo, podemos compreender que o objetivo dos autores, consiste em mostrar a importância desses conceitos matemáticos, tanto no âmbito de conhecimento científico quanto no contexto social presente na vida dos seres humanos.

Em seguida, os autores apresentam a primeira definição, dentre as quatro propostas nessa EOL, a saber:

> **Poliedros** são sólidos geométricos cujas superfícies são formadas apenas por polígonos planos (triângulos, quadriláteros, pentágonos etc) (IEZZI et al, 2016, p.150).

Na sequência, encontramos, localmente, a visualização de alguns sólidos geométricos que atendem essa definição, conforme mostrado na Figura 5. Notamos que os referidos sólidos, em toda obra, são apresentados que sejam ensinadas como algo que “cai do céu” sem que sejam explicadas as técnicas utilizadas para a obtenção destes sólidos.

Figura 1: Visualização de Poliedros que atendem a definição.



Fonte: (IEZZI et al, 2016, p.151-152).

Os autores sublinham, contudo, que em um Poliedro podem ser distinguidos os seguintes elementos: Faces, Arestas e Vértices. Em seguida, eles destacam as definições para os respectivos elementos, a saber:

> **Faces:** são os polígonos que formam a superfície do poliedro.
> **Aresta**: são todos os polígonos que constituem as faces do poliedro. Cada aresta é um seguimento de reta determinado pela interseção de duas faces.
> **Vértices**: são as extremidades das arestas. Cada vértice é a interseção de duas ou mais aresta (IEZZI et al, 2016, p.150).

As três definições, juntamente com a primeira, completam quatro, dentre as cinco, propostas nessa EOL, reveladas nos Quadros 4 e 5.

A ausência, imediata, de técnicas de representação de sólidos nos deixou inquietos, porém, a menção do termo “superfície” mesmo tomado de forma intuitiva, desperta o interesse ou possibilidades de inserção, na praxeologia de Poliedros, e consequentemente, de sólidos geométricos, a técnica denominada Crivo-Geométrico[5].

---

[5] Crivo-Geométrico – é a conservação de parte(s) de uma curva ou de uma superfície, necessária(s) na representação do objeto matemático correspondente no registro gráfico. Assim, um segmento é um crivo

Segundo autor, todo sólido finito é delimitado por crivo de superfícies que se interceptam dois a dois. Dessa forma, entendemos que as faces referidas pelos autores de LD_Mca_IEZZI⁺V.2, são crivos de superfícies planas e, as arestas são crivos de retas.

A técnica Crivo-Geométrico pode ser facilmente mobilizada pelos alunos, por entendermos que estes estarão, nesta praxeologia, mobilizando posições relativas de superfícies planas para construírem Poliedros. Pois, conforme mostrado na Estrutura Organizacional Global, o ensino de Geometria Espacial de Posição, precede o dos Poliedros.

Assim, acreditamos que a abordagem apresentada pelos autores é de suma importância na compreensão dos elementos que compõem um sólido, podendo contribuir no despertar dos interesses dos alunos sobre a aprendizagem de Sólidos Geométricos, associando-os com os elementos correspondentes, usualmente encontrados no cotidiano deles. Além disso, o conceito de crivo pode contribuir significativamente na referida compreensão, por entendermos que não são, de fato, as superfícies que delimitam um sólido finito, mas sim, as suas partes, ou seja, os seus crivos. Passamos para a análise da:

Estrutura Organizacional Local da seção 8.2 do LD_Mca_IEZZI⁺V.2

Como podemos observar no Quadro 6, a seção 8.2 deste livro é organizada com cinco definições, onze fórmulas, quatro exemplos, quatro exercícios resolvidos, vinte e cinco exercícios propostos e, ocupa quinze páginas da obra.

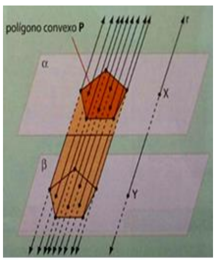
Quadro 6: Estrutura Organizacional Local da seção 8.2

Seção	Título da Seção	Def	Teo	For	Ex	Excr	Exr.	pag
8.2	Prisma	5	-	11	4	4	25	15
Def = Definições, Teo = Teorema, For = Fórmula, Ex = Exemplos, Exr = Exercícios resolvidos, Exp = Exercícios propostos, Pag =Páginas ocupadas pela seção na obra.								

Fonte: Dados da pesquisa.

Os autores iniciam o estudo dos objetos de saberes propostos neste local, com a definição de **Prisma**, que reproduzimos aqui como segue.

> Consideramos dois planos α e β, distintos e paralelos entre si, um polígono convexo ***P***, contido em α, e uma reta **r** que intersecta α e β nos pontos ***X*** e ***Y***, respectivamente. Por todos os pontos P, tracemos retas paralelas a **r**, conforme mostrado na figura ao lado. Observe que os pontos de interseção dessas retas com α e β determinam segmentos congruentes ao segmento ***XY***. A reunião de todos os segmentos assim obtidos é um sólido chamado **Prisma** (IEZZI et al, 2016, p.151).

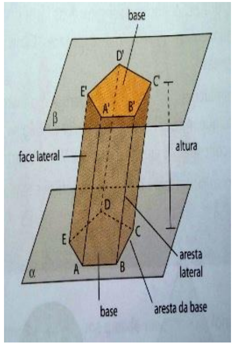


de uma reta, um arco é um crivo de uma curva, um disco é um crivo de um plano, assim por diante. (HENRIQUES, 2016).

O discurso racional (tecnologia) inerente a esta definição é claro e consiste, podendo proporcionar ao leitor, em especial o aluno, a mobilização de um pensamento geométrico que reflete, conceitualmente, na constituição do **Prisma** enquanto sólido geométrico. Contudo, de modo análogo ao estudo apresentado na primeira seção regional, a referida definição não é sucedida pelo ensino de técnicas que um aluno pode utilizar na construção ou representação de um **Prisma** enquanto sólido, no ambiente papel/lápis, salvo a utilização de materiais concretos por superposição de polígonos convexos mencionados na definição.

Na sequência, apropriando-se de um de seus resultados de representação de um **Prisma** no computador, os autores fornecem as nomenclaturas de elementos que compõem um **Prisma**. Assim, na página 152, lemos:

> As regiões AA’B’B, BB’C’C, CC’D’D, DD’E’E, e EE’A’A [na figura] são denominadas faces laterais. Os lados (AB, BC, CD, DE, EA, A’B’, B’C’, C’D’, D’E’ e E’A’) dos dois polígonos, são denominados de arestas das bases. Os segmentos AA’, BB’, CC’, DD’ e EE’, são denominados arestas laterais. A distância entre os planos α e β contendo as bases, é denominada de altura do prisma. Um prisma é denominado oblíquo se as arestas laterais são oblíquas aos planos das bases. Um prisma é chamado reto, se as arestas laterais são perpendiculares aos planos da base (IEZZI, et al, 2016, p.152).



Constatamos, claramente nessas nomenclaturas, que as referidas bases do **Prisma** são apresentadas explícitas como crivos de superfícies planas, ao passo que as de faces, que também são planas, são ocultas nessa apresentação de nomenclaturas. Isso demonstra as complexidades de conceitos que existem na apresentação de técnicas de construção de sólidos geométricos que não são ensinadas nessa organização praxeológica e, estabelecem vazios didáticos[6] no processo ensino-aprendizagem. Verificamos ainda que a noção de distância é atribuída à altura, em vez de medida da altura do **Prisma**.

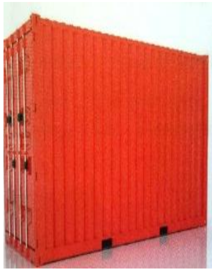
Para estabelecerem as práticas de planificação de crivos de superfícies que delimitam um Poliedro, os autores consideram um **Prisma** de bases retangulares, notadamente, o paralelepípedo de aresta a, b e c. Sublinha-se que a área total da superfície que delimita este solido, é a soma, resultante da adição das áreas dos crivos das superfícies planas e, é representada, no registro algébrico, por:

$$A_t = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 \rightarrow A_t = 2ab + 2ac + 2bc$$

[6] Segundo Henriques e Almouloud (2016, p. 467), vazio didático é a existência de saberes em torno de um objeto do conhecimento que não são mobilizados pelo sujeito e compromete o ensino correspondente, bem como a realização efetiva de situações-problemas ou tarefas concernentes.

Os exercícios propostos, que se localizam sistematicamente no final da seção, não apresentam um status de gênero de tarefas, como fora determinado no modelo praxeológico que apresentamos no quadro teórico. Essa observação pode ser notada quando lemos o exemplo que reproduzimos, a seguir:

> T1: Considere que o container mostrado na imagem tem a forma de um paralelepípedo retângulo cujas dimensões são: 8m de comprimento, 4,5m de largura e 3m de altura. Suponha que Onofre, dono de uma empresa que aluga container, contrate uma pessoa para pintar toda a superfície externa do container da foto ao lado. Considerando que essa pessoa cobra R$ 4,50 para pintar uma superfície de $1m^2$, que quantidade Onofre terá de desembolsar para pagar pelo serviço contratado? (IEZZI, et al, 2016, p.153).



Pode-se notar que essa tarefa T exige a realização de mais de uma subtarefa. Na sua realização, os autores se apropriam das tecnologias (adição de áreas de regiões finitas e da área total da superfície que delimita o Sólido) que se confundem com as técnicas de realização. Pois, essas tecnologias se configuram como técnicas. A teoria, neste caso, consiste no conceito de Sólidos Geométrico, mais especificamente, no estudo de áreas de superfícies. Assim, substituído os valores na equação indicada anteriormente, os autores apresentam a seguinte resolução:

> $A_t = 2ab + 2ac + 2bc$, em que a = 8m, b = 4,5m e c = 3m.
>
> $$A = 2(8 \cdot 4{,}5)m^2 + 2(8 \cdot 3)m^2 + 2(4{,}5 \cdot 3)m^2 \ \rightarrow A = 147m^2$$
>
> Sabendo-se que o pintor cobra R$ 4,50 por metro quadrado pintado. Então, para obter-se o resultado esperado, é suficiente multiplicar este valor pela quantidade de metros quadrado pintado, pela área total da superfície a ser pintada e dividir o resultado por metro quadrado. Assim, no registro numérico tem-se:
>
> $$\frac{\text{R\$ } 4{,}50 \text{ x } 147m^2}{1m^2} = \text{R\$ } 661{,}50$$
>
> Logo, Onofre terá de desembolsar uma quantia de R$ 661,50 pelo serviço (IEZZI, et al, 2016, p.154).

Interessados em conhecer a medida da diagonal do paralelepípedo, os autores se apropriam da visualização desse sólido no registro gráfico para fornecer a técnica de realização e, consequentemente obter o valor numérico associado a referida medida.

Dando continuidade, os autores consideram um **Prisma** de bases quadradas, notadamente, o cubo de aresta a, b e c, sendo a=b=c=1, e tomado como a unidade de volume $(uv)^3$ de um sólido. A título de ilustração, eles utilizam um paralelepípedo retangular, enquanto sólido de dimensões: a = 5 u.c, b = 2.u.c e c = 3u.c, para mostrar que a unidade de volume cabe 30 vezes neste sólido. Para isso, os autores, decompõem o comprimento (a), a largura (b) e a altura (c) desse sólido em cinco, dois, e três unidades, respectivamente, obtendo 30 cubos unitários, mostrando assim, que o volume máximo deste sólido é 30 (uv)^3.

A partir daí os autores fornecem, em seguida, a fórmula de volume de um paralelepípedo, por:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Onde *a, b* e *c* são as arestas deste sólido. Caracterizamos esta fórmula como uma técnica de aplicação direta de dados na determinação do volume de um paralelepípedo. Tendo esta técnica explícita no bloco logos, os autores a colocam em prática em uma tarefa (T2) que se utiliza dos dados de T1 e, apresentada com o seguinte enunciado:

> T2: Calcular a medida do volume do Sólido (container de Onofre), considerando as mesmas dimensões adotadas na T1.

A resolução apresentada pelos autores consiste na aplicação direta da referida técnica. Assim, na página 156, podemos ler:

> Para a = 8m, b = 4,5m e c = 3m, temos:
> $V = a \cdot b \cdot c$
> $\quad = 8 \cdot 4{,}5 \cdot 3 = 108$
> Logo, a medida do volume do container de Onofre é de 108m^3.

A T2 quanto a T1 são, portanto, tarefas que sobrevivem neste *habitat* com uma praxeologia praxeológica completa [T/$\boldsymbol{\tau}$/$\boldsymbol{\theta}$/$\boldsymbol{\Theta}$], sendo o bloco logos se constitui com os conceitos de Prisma enquanto sólido geométrico.

Prosseguindo com a nossa análise do LD, nos deparamos nesse local com uma situação problema contextualizado, que identificamos por T3.

> T3: Em um aquário, um tanque para peixes tem a forma de um paralelepípedo retângulo de base quadrada, e a água em seu interior ocupa $\frac{3}{5}$ da sua capacidade. Considerando que esse tanque tem 3m de altura e a aresta da base mede 4,5cm, determine quantos litros de água faltam para que ele fique totalmente cheio (IEZZI, et al, 2016, p.157).

Na realização desta tarefa, os autores procedem como segue:

> **Solução:** Primeiramente, calculemos o volume V, em cm^3, do tanque:
>
> $V = A_b \cdot h \;\rightarrow\; V = (4{,}5)^2 \cdot 3 \quad \rightarrow V = 60{,}75$
>
> Como a água existente no tanque ocupa $\frac{3}{5} \cdot V$, então a água a ser colocada no tanque, para enchê-lo totalmente, deverá ocupar um volume V_a, em m^3, tal que:
>
> $V_a = V - \frac{3}{5} \cdot V \;\rightarrow\quad V_a = \frac{2}{5} \cdot 60{,}75 \quad\rightarrow\quad V_a = 24{,}30$
>
> Lembrando que $1m^3 = 1000dm^3$ e $1L = 1dm^3$, então:

$V_a = 24{,}30m^3 = 24{,}30 \cdot 1000dm^3 = 24300dm^3 = 24300L$

Logo, são necessários 24300 litros de água para terminar de encher o tanque do aquário (IEZZI et al, 2016, p.157).

Acreditamos que a intenção dos autores não é de apresentar, imediatamente, uma **solução**, e sim uma **resolução**, pois, entendemos que a **solução** é o resultado final esperado no tratamento de um problema, na realização de uma tarefa ou resolução de um exercício. Ao passo que a **resolução** consiste na apresentação do processo ou procedimentos utilizados pelo sujeito para alcançar a solução (ou resultado), justificado pelo discurso tecnológico-teórico do objeto do saber, seja local, regional ou global.

Todavia, entendemos que se trata de um problema que requer, além dos conhecimentos apresentados no bloco logos de **Prismas**, da mobilização de saberes anteriores que devem estar ao alcance dos alunos. Isso mostra que o nicho ecológico do objeto de saber **Prismas** se alimenta também de outros saberes para atender as suas demandas conceituais ou a função que este objeto exerce neste *habitat*. Salientamos que a estratégia utilizada pelos autores na realização desse problema é interessante, bem como os procedimentos adotados, embora se constate algumas passagens da resolução que não tenham sido justificadas. É o caso, por exemplo, da aplicação da técnica de cálculo do V_a. Porém, acredita-se que as justificativas esperadas são deixadas ao cargo do Professor que vai utilizar essa obra no processo ensino-aprendizagem. Pois, como é que um aluno vai associar a multiplicação da referida fração pelo volume do tanque, para em seguida subtrair o produto obtido nessa multiplicação, da capacidade do tanque.

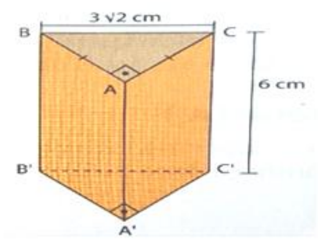
O tratamento do problema em discussão é sucedido pela apresentação da técnica $V = A_b \cdot h$, onde A_b indica a área da base de um Prisma e h a sua altura. Essa técnica se confunde com a tecnologia que justifica a sua existência nessa organização, onde a teoria consiste no conjunto dos conceitos que sobrevivem com a noção do cálculo da área e do volume de Sólidos Geométricos. Dessa forma, podemos afirmar que o estudo de Prismas constitui uma organização praxeológica completa [T/$\boldsymbol{\tau}$/$\boldsymbol{\theta}$/$\boldsymbol{\Theta}$]. Salienta-se que essa praxeologia é alimentada pelo axioma de Bonaventura de Francesco Cavalieri, mais conhecido como princípio de Cavalieri, que incide, essencialmente no cálculo do volume de sólidos, quando os autores afirmam que:

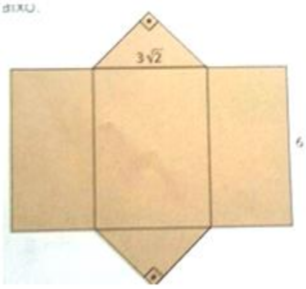
> "dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes)". "Esse o princípio de Cavalieri pode ser obtido de maneira intuitiva" (IEZZI, et al, 2016, p.161).

Para finalizar essa seção, os autores apresentam a seguinte tarefa.

> **T4:** A figura abaixo (à esquerda) representa um prisma reto, em que a altura mede 6cm e a base é um triângulo retângulo isósceles cuja hipotenusa mede

> $3\sqrt{2}$ cm. Vamos determinar a área total (A_t) e o volume (V) desse prisma. Considere a planificação da superfície do prisma, mostrada na figura abaixo (à direta) (IEZZI et al, 2016, p.162-163).





Os autores apresentam a seguinte resolução:

> **Solução**: Observe que a área total do prisma é igual à soma das áreas de dois triângulos retângulos isósceles (BAC e B'A'C') com as áreas de três retângulos (ABB'A', CAA'C' e BCC'B'). Assim, temos:
>
> BAC é um triângulo retângulo isósceles; então: $(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2 \rightarrow 2\cdot(AC)^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 \rightarrow AC = BA = 3cm$. Logo, $A_b = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \rightarrow A_b = 4{,}5cm^2$.
>
> Como a área lateral é a soma das áreas dos retângulos ABB'A', CAA'C' e BCC'B', então: $A_l = 3 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 3\sqrt{2} + 6 \rightarrow A_l = 18\left(2 + \sqrt{2}\right)cm^2$
>
> Portanto: $A_t = A_l + 2 \cdot A_b \rightarrow A_t = 36 + 18\sqrt{2} + 2 \cdot 4{,}5 \rightarrow A_t = 9\left(5 + 2\sqrt{2}\right)cm^2$.
>
> Cálculo de V: como o volume de um prisma é dado por $V = Ab\cdot h$, então temos: $V = 4{,}5 \cdot 6 \rightarrow V = 27cm^3$ (IEZZI et al, 2016, p.162-163).

Como se pode observar na prática dos autores, a realização desta se beneficia dos conhecimentos que sobrevivem nas regiões e locais da mesma obra, referentes a geometria plana, bem como das operações fundamentais da aritmética. Com efeito, como ocorre em muitas aplicações em Matemática, constatamos o emprego de relações equivocadas destas operações com os conceitos correspondentes. É o caso, por exemplo, quando os autores escrevem:

> "A área total do prisma é igual à **soma** das áreas de dois triângulos retângulos isósceles [...] **com** as áreas de três retângulos [...]".

Em vez de:

> "A **área** total do prisma é igual à **soma** como resultado da **adição** das áreas de dois triângulos retângulos isósceles [...] **com** as áreas de três retângulos [...]".

Pois, entendemos que a **soma** é o resultado da **adição** de duas ou mais parcelas. Logo, a sentença: "somar a área A com a área B", por exemplo, é conceitualmente equivocado. O cálculo de volume é por sua vez apresentado, convenientemente, com a aplicação direta da técnica apresentada no bloco logos. Concluindo-se, portanto, que a T4 também constitui uma praxeologia completa.

Dando continuidade com os nossos estudos, apresentaremos a análise dos objetos de saberes propostos na seção subsequente de 8.2.

Análise da Seção 8.3

Como se pode observar no Quadro 7, a Estrutura Organizacional Local (EOL) da seção 8.3, sendo recorte da EOR do capítulo 8 do LD_Mca_IEZZI$^+$V.2, intitulada **Pirâmide**, ocupa dezessete páginas do livro, contendo quatro definições, um teorema, quatorze fórmulas, oito exemplos, seis exercícios resolvidos e trinta e quatro exercícios propostos.

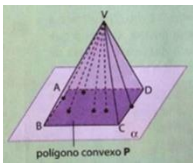
Quadro 7: Estrutura Organizacional Local da seção 8.3

Seção	Título da Seção	Def	Teo	For	Ex	Excr	Exp	pag
8.3	Pirâmide	4	1	14	8	6	34	17
Def = Definições, Teo = Teorema, For = Fórmula, Ex = Exemplos, Exr = Exercícios resolvidos, Exp = Exercícios propostos, Pag =Páginas ocupadas pela seção na obra.								

Fonte: Produção nossa.

Os autores iniciam o estudo da **Pirâmide** apresentando uma breve contextualização histórica sobre o desenvolvimento da Geometria pelos Egípcios, ressaltando as famosas pirâmides de Gizé. Acreditamos que a intenção dos autores seja de motivar os alunos sobre a importância do assunto proposto nessa seção, em que a história ocupa um papel significativo na aprendizagem em Matemática. Em seguida, os autores apresentam a definição de uma Pirâmide, na língua materna, como segue:

> "*dados um polígono convexo P contido em um plano **α** e um ponto **V** não pertencente a **α**, tracemos todo os possíveis segmentos de reta que têm uma extremidade em **V** e a outra num ponto do polígono. A reunião de todos esses segmentos é um sólido (Pirâmide*)" (IEZZI, et al, 2016, p.166).



Podemos, portanto, conjeturar que, tanto a **Pirâmide** quanto o **Prisma**, são sólidos geométricos delimitados por crivos de superfícies planas.

Com base na definição de **Pirâmide**, os autores apresentam os elementos que constituem este sólido, destacando assim, o número de vértices, as arestas laterais e a base, as faces laterais, como também altura do Sólido (**Pirâmide**).

Em seguida eles estabelecem a classificação de **Pirâmides** a partir das suas bases, em triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal, heptagonal. Além disso, os autores destacam que a área total de quaisquer pirâmides é obtida pela soma [como resultado da adição das áreas] de suas superfícies laterais e de suas bases. Esse discurso racional, se caracteriza como uma técnica de cálculo da área total de superfície que delimita uma **Pirâmide**.

Referindo-se ao cálculo do volume de uma pirâmide, os autores enunciam o seguinte Teorema:

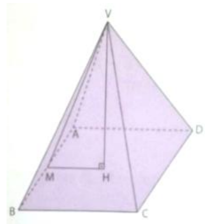
> *Duas pirâmides de mesma base e mesma altura têm o mesmo volume*.

Este teorema é sucedido de uma demonstração bem elaborada visando conduzir os alunos à uma compreensão do processo cálculo do volume de uma **Pirâmide**, que se resume seguinte representação no registro algébrico por:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h \, .$$

Em seguida encontramos o seguinte exemplo.

> **T5**: Quando a pirâmide de Quéops terminou de ser construída tinha 146m de altura e a aresta da base media 233m. Atualmente, devido à erosão, a sua altura é de cerca de 136m, e a aresta da base mede230. Admitindo-se que essa pirâmide é quadrangular, vamos determinar:
> a) A área total de sua superfície, ao final da construção (IEZZI, et al, 2016, p.171).



Pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide de Gizé, é a mais antiga e a maior das três pirâmides (Quéops, Quéfrem e Miquerinos) no Egito. Na realização da quinta tarefa (T5), os autores apresentam o seguinte tratamento:

> A área da base é: $A_b = (AB)^2 = (233m)^2 \to A_b = 54289m^2$. A área lateral, A_l, é a soma [como resultado da adição] das áreas de quatro triângulos isósceles congruentes, um dos quais é o triângulo AVB, de base AB = 233m e a altura VM.
> Como o ΔVMH é retângulo, temos:
> $$(VH)^2 + (MH)^2 = (VM)^2 \to (146)^2 + \left(\frac{233}{2}\right)^2 = (VM)^2 \to VM \cong 186{,}78m$$
> Assim, $A_l = 4 \cdot A_{\Delta AVB} = 4 \cdot \frac{(AB)\cdot(VM)}{2} = 2 \cdot (233m).(186{,}78m) \to A_l \cong 87039{,}48m^2$
> Logo, a área total da superfície da pirâmide é: $A_t = A_b + A_l \cong 54289m^2 + 87039{,}48m^2 \to$
> $$A_l = 141328{,}48m^2$$
> b) Quanto diminuiu o seu volume, do final da construção até os dias de hoje:
> V_1: volume da pirâmide ao ser construída $\to V_1 = \frac{1}{3} \cdot (233)^2 \cdot (146m) \to V_1 \cong 2642064{,}67m^3$.
> V_2: volume atual da pirâmide $\to V_2 = \frac{1}{3} \cdot (230m)^2 \cdot (136) \to V_2 \cong 23931{,}34m^2$
> Logo, o volume da pirâmide original diminuiu 243931,34m^3(diferença entre V_1 e V_2).

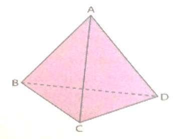
Entende-se que a pretensão dos autores na apresentação dos exemplos, é de conduzir o leitor, em especial, o aluno nos meandros da concepção dos conhecimentos previstos no bloco logos. Apesar do processo ou técnicas de construção de sólidos geométricos não ser objeto de estudo na praxeologia dos autores, nesta obra, acredita-se que a intenção deles de apresentar uma figura ao lado do enunciado, seja de proporcionar ao leitor a relação entre as pirâmides de Quéops com o Sólido em questão.

Além disso, trata-se de uma situação problema interessante, ao ponto de exigir ao leitor, a mobilização de conceitos da Geometria plana, para tratar situações da Geometria Espacial, estimulando, por conseguinte, a capacidade do raciocínio dedutivo. Entendemos assim que a ecologia de Sólidos Geométricos sobrevive nessa organização praxeológica com apoio da Geometria plana, entre outros domínios da Matemática, destacando-se a necessidade de conhecimentos sobre o cálculo de comprimentos, de área e de volume, entre outros que constituem a teoria.

A tecnologia recai sobre as fórmulas de cálculo da medida das áreas de triângulos, de quadrados e, de volume do sólido, como também sobre o Teorema de Pitágoras, que justificam e tornam compreensível o conjunto de técnicas utilizadas pelos autores para realizar a tarefa. Assim, podemos inferir que essa tecnologia se confunde com as técnicas colocadas em prática.

Continuando com as suas práticas efetivas, os autores apresentam o estudo do Sólido denominado Tetraedro regular. Apesar deles não apresentarem a definição deste objeto, achamos por bem, nós mesmos fornecê-la, para manter a organização deles:

> Um **Tetraedro** regular é um poliedro, também denominado Pirâmide Triangular, delimitado por quatro crivos de superfícies planas que são Triângulos equiláteros, congruentes (IEZZI, et al, 2016, p.171).

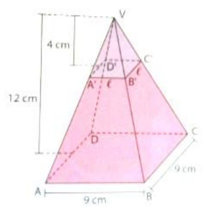


Os autores sublinham que “todo tetraedro de base triangular é uma pirâmide” e “se as quatro faces de um tetraedro são triângulos equiláteros congruentes, ele é chamado de tetraedro regular” (IEZZI et al, 2016, p.171). Na sequência, apresentam as técnicas que permitem calcular a área total, a altura e o volume de um tetraedro, onde:

$$A_t = a^2 \cdot \sqrt{3},\ h = \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3} \quad \text{e} \quad V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12}.$$

A título de aplicação destas técnicas, os atores apresentam a tarefa que reproduzimos a seguir:

> **T6**: Uma pirâmide quadrangular regular é seccionada por um plano paralelo à base, a 4cm do vértice. A pirâmide tem 12cm de altura, e a aresta da base mede 9cm. A pirâmide VABCD é semelhante à pirâmide VA’B’C’D’. Vamos calcular as áreas das bases e o volume das duas pirâmides e constatar a validade das propriedades apresentadas anteriormente (IEZZI, et al, 2016, p.179).



A resolução apresentada pelos autores desenvolve-se com o seguinte tratamento:

> Observe, inicialmente, que a razão entre os elementos lineares das duas pirâmides pode ser obtida comparando-se suas alturas:
> $k = \frac{h}{H} = \frac{4cm}{12cm} = \frac{1}{3}$.
> Se l é a medida do lado do quadrado A’B’C’D’, então:
> $\frac{l}{9} = \frac{1}{3} \rightarrow l = 3cm$.

A área da base (A_b) da pirâmide VA'B'C'D' é A_B = (3cm)^2 = 9cm^2, e a área da base (A_b) da pirâmide VABCD é (9cm)2 = 81cm2.
Observe que a razão entre Ab e A_B é:
$\frac{9cm^2}{81cm^2} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = k^2$.
O volume v da pirâmide VA'B'C'D' é dado por: $v = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{9 \cdot 4}{3} \rightarrow$ v = 12cm^3
Já o volume V da pirâmide VABCD é dado por: $V = \frac{A_B \cdot H}{3} = \frac{81 \cdot 12}{3} \rightarrow V = 324cm^3$.
A razão entre v e V é $\frac{12cm^3}{324cm^3} = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = k^3$ (IEZZI et al, 2016, p.179).

É notável, na realização desta tarefa, apresentada pelos autores que, os conceitos de simetria e de seções de sólidos são considerados como adquiridas pelo leitor, em especial, o aluno, por não se fazer presente na organização praxeológica dos objetos de estudos discutidos neste local (seção). A T6 é claramente uma tarefa que consiste no cálculo de medidas de áreas e de volume. A técnica utilizada faz referência a semelhança de dois sólidos e a equação para o cálculo de volumes dos Sólidos, constituindo-se assim, um conjunto de técnicas para a resolução do problema. A teoria por sua vez, consiste, especificamente, no conjunto dos conceitos de área do quadrado e do triângulo, bem como nas noções de soma, produto, quociente e, semelhança. Neste contexto, o bloco tecnológico-teórico cumpriu a função de justificar e tornar compreensível a técnica, observando-se assim, uma organização praxeológica completa.
Na quarta, sendo a última seção da Estrutura Organizacional Regional do Capítulo 8, os autores se habilitam apresentar um estudo resumido sobre os Poliedros propostos nesta região, reforçando assim a ecologia, isto é, o *habitat* e o *nicho* de Poliedros propostos na obra. Concluímos, com base na nossa análise que o trabalho dos autores revela uma organização praxeológica usual. Isto é, a proposta do ensino de Poliedros, neste livro, parte da apresentação teórica à praxes mediante a apresentação de exemplos (tarefas realizadas), que em geral, evoluem com base na aplicação direta de técnicas estabelecidas no bloco logos.

Considerações Finais do LD_Mca_IEZZI$^+$V.2: Poliedros

Neste artigo objetivamos identificar e analisar a praxeologia de Poliedros, enquanto Sólidos Geométricos em um Livro Didático de Matemática do 2º ano do Ensino Médio (instituição de referência). Seguindo a metodologia de AI&SD, na sua primeira fase, com fundamentação na organização praxeológica e ecologia do saber, como vertentes da TAD, buscamos resposta ao questionamento: Quais são as praxeologias evidenciadas no estudo de Poliedros enquanto Sólidos Geométricos em um Livro Didático de Matemática do 2º ano do Ensino Médio? Para isso, escolhemos analisar o livro que denotamos

LD_Mca_IEZZI[+]V.2. Esta escolha foi motivada, pela nossa problemática, e pela nossa questão de pesquisa em torno da praxeologia de Poliedros proposta na instituição de referência.

Os resultados obtidos revelam que o trabalho dos autores do livro didático LD_Mca_IEZZI+V.2 revela uma *organização praxeológica usual* completa de Poliedros, na sua estrutura organizacional local, partindo da apresentação teórica dos conteúdos propostos, do bloco *logos* para o bloco *praxe*". A praxeologia modelada, aparece timidamente, em pelo menos uma estrutura local, onde os autores se apropriam de tarefas da Geometria Espacial para se valer dos conhecimentos do bloco logos, antes da apresentação dos conceitos inerentes. Neste aspecto, dizemos que as duas praxeologias, (usual e modelada), se complementam timidamente na obra analisada sobre Poliedros. Nesta completude, percebe-se a preocupação dos autores na discussão dos conceitos matemáticos referente ao objeto de estudo, nos diferentes registros, mobilizando, assim, os registros da língua materna, algébrico, gráfico e numérico, tanto no bloco *logos* quanto *praxes*, de forma espontânea, no sentido de que estes conceitos não são evocados explicitamente, na obra.

Referências

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da matemática*/ Sadoo Ag Almouloud. – Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. A. *Organizações praxeológicas sobre função exponencial*: uma abordagem do livro didático. VII CIBEM. Montevideo, Uruguay. 2013a.

ALMOULOUD, S. A. *Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos*. IN: MACHADO, S. D. A. (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica - Campinas, São Paulo. Papirus, 2013b.

BISPO, J.S. *Estudo de Sólidos Geométricos e suas métricas utilizando o software Cabri 3D.* Trabalho de Conclusão do Curso de Mestrado em Educação Matemática, UESC, 2014.

BRASIL. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio (volume 2):* Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Secretaria de Educação Básica (Departamento de políticas de Ensino Médio) – Brasília: MEC, SEB, 2006.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias,* Secretaria de Educação Média e Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2000.

CHEVALLARD, Y. *Concepts fondamentaux de la didactique:* perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, V. 12,

n°1, 1992. p. 73-112.
CHEVALLARD, Y. *Conceitos Fundamentais da Didáctica:* as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. (org). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: PIAGET, 1996.

CHEVALLARD, Y. *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica delo didáctico*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp.221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. *Approche Anthropologique du Rapport au Savoir et Didactique des Mathematics***.** Recherches en Didactique des Mathématiques, V. 12, n°1, p.1-8, 2009.

HENRIQUES, A.; NAGAMINE, C. M. L.; NAGAMINE, A. *Reflexões sobre a Análise Institucional*: O caso de ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, dez. 2012.

HENRIQUES, A. *Investigação de Práticas Institucionais do Licenciando nas Relações entre os Saberes Matemático das IES e das IEBA***,** XVII ENDIPE, Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, Universidade Estadual do Ceará – UECE, 2014.

HENRIQUES, A. *Análise Institucional e Sequência Didática:* Aplicação de conteúdos de Licenciatura em Matemática na Educação Básica. XV Encontro Baiano de Educação Matemática - EBEM, Educação Matemática na Formação de Professores: um novo olhar. UNEB CAMPUS X – Teixeira de Freitas – BA, 3 a 5 de julho de 2013.

HENRIQUES, A. *Análise Institucional & Sequência Didática como metodologia de pesquisa.* In: Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, I, 2016, Bonito. Anais... Mato Grosso do Sul, 2016.

HENRIQUES, A.; ALMOULOUD, S. A., *Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma Análise de Superfícies e Funções de duas Variáveis com Intervenção do Software Maple*, Revista Ciência & Educação, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

IEZZI, G. et. al. **Matemática: ciências e aplicação**. Ensino Médio. v. 2. São Paulo: Saraiva, 2016.

MATHERON, Y. *Analyser les praxéologies quelques exemples d'organisations*. 2000. ed. IREM de Grenoble.

NASCIMENTO, J. B. S. *O Estudo de Geometria Espacial por meio da Construção de Sólidos com materiais Alternativos*. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Centro Universitário Univates. – Lajedo, 2013.

OLIVEIRA, J. B. A.; GUIMARÃES, S. D. P.; BOMÉNY, H. M. B. *A Política do livro didático*. 2 ed. São Paulo: Sammus, Campinas: Editora da Universidade de Campinas, 1984.

PARAIZO, R. F. *Ensino de geometria espacial com utilização de vídeos e manipulação de materiais concretos - um estudo no ensino médio*. 2012. 196 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012.
POHL, Victoria. Visualizando o espaço tridimensional pela construção de poliedros. In:

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (org.). Aprendendo e ensinando geometria. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1994.

SANTOS, A. M. A. *A Utilização de Materiais Concretos para o ensino de Geometria Plana e Espacial:* um estudo de caso. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2015.

VIDALETTI, V. B. B. *Ensino e Aprendizagem da Geometria Espacial a partir da manipulação de Sólido*. 2009. 109 f. Dissertação de Mestrado Profissionalizante no Ensino de Ciências Extas – Centro Universitário Univates. Lajego.