



Pesquisa sobre variabilidade na Educação Estatística: uma revisão sistemática da literatura

Research on variability in Statistical Education: a systematic review of literature

Fernanda Angelo Pereira¹

Chang Kuo Rodrigues²

Fabiano dos Santos Souza³

Resumo

O presente artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado, que teve por objetivo realizar uma investigação a respeito do raciocínio sobre variabilidade de acordo com a perspectiva da Educação Estatística. Aqui é descrita a Revisão Sistemática da Literatura (RSL) executada a fim de verificar as pesquisas que apresentam recursos que auxiliam no processo de ensino e de aprendizagem de conceitos envolvendo o estudo da variabilidade. As fontes de materiais para a busca de trabalhos foram os periódicos nacionais e internacionais na área de Educação e Ensino dos últimos 10 anos (2008-2018), publicadas no Português do Brasil, Português de Portugal, Espanhol e Inglês. Esses periódicos foram avaliados pelo sistema CAPES *WebQualis* no quadriênio de 2013-2016 como A1, A2, B1, B2, B3. A Revisão Sistemática da Literatura mostrou que há poucas pesquisas que abordam o raciocínio sobre variabilidade na Educação Básica, uma habilidade importante para o desenvolvimento da literacia estatística na formação dos alunos.

Palavras-chave: Educação Estatística; Literacia Estatística; Raciocínio Sobre Variabilidade; Revisão Sistemática da Literatura.

Abstract

This article is a clipping of a master's dissertation, which aimed to investigate the reasoning about variability according to the perspective of Statistical Education. This work describes the Systematic Review of Literature performed in order to verify researches that present resources which help the process of teaching and learning of concepts involving the study of variability. The sources of literature used were national and international periodicals in Educational area in the last 10 years (2008-2018) published in Brazilian Portuguese, European Portuguese, Spanish and English. These journals were evaluated by the CAPES *WebQualis* system in the 2013-2016 quadrennium as A1, A2, B1, B2, and B3. The Systematic Review of Literature has shown that there is little research addressing the reasoning about variability in Basic Education, an important skill for the development of statistical literacy in student education.

Submetido em: 10/10/2019 – **Aceito em:** 17/01/2020 – **Publicado em:** 08/02/2020

¹ Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Professora na Escola Municipal Coronel Ribeiro dos Reis, Pirapetinga, MG, Brasil. E-mail: fernandap@id.uff.br.

² Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professora colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil. E-mail: changkuockr@gmail.com.

³ Doutor em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense. Professor do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino da Universidade Federal Fluminense (PPGen-UFF-INFES). Brasil. E-mail: fabiano_souza@id.uff.br.

Keywords: Statistical Education; Statistical Literacy; Reasoning about variability; Systematic Reviews of Literature.

Considerações Iniciais

Em uma pesquisa em que há a coleta, o processamento e a análise de dados, os conhecimentos estatísticos são requeridos no sentido de interpretar, conceitualizar, qualificar e sistematizar as informações obtidas. Esse processo envolve a capacidade do indivíduo de lidar com os conceitos estatísticos de forma a estabelecer parâmetros entre os resultados e as hipóteses do estudo.

Esse tipo de conhecimento estatístico não só é requerido em pesquisas científicas, mas em todo momento que há o contato com informações expostas nos mais diferentes tipos de mídias e meios de comunicação. Saber interpretar gráficos, tabelas e compreender a probabilidade como uma medida de incerteza é fundamental para a compreensão das estatísticas e da variabilidade, auxiliando, assim, o sujeito na tomada de decisão.

Gal (2002) fala sobre alfabetização estatística, que serve para que os indivíduos sejam conscientes a respeito de fenômenos sociais, capazes de fazer escolhas em situações do cotidiano, como a contratação de um seguro, jogos de loterias, etc. A partir dessa formação, sua participação na sociedade se torna ativa, podendo contribuir em debates públicos e ações comunitárias, influenciando seu ambiente de trabalho e pessoal.

Os conhecimentos estatísticos se tornam necessários à formação básica, pois a Estatística se faz presente em grande parte das situações vivenciadas na rotina diária de um cidadão comum. A partir do momento que ele reconhece esses conteúdos em uma notícia, por exemplo, sobre o aumento da criminalidade no Brasil ao longo dos últimos anos representados em um gráfico de colunas, esse indivíduo consegue perceber variação temporal, podendo mensurar os números, identificar o ano em que houve menor e maior ocorrência de crimes, se há uma tendência de aumento ou decréscimo desses números, se há um intervalo em que há um aumento ou uma queda, e correlacionar esses números a eventos no cenário político.

Soma-se a isso, o impulsionamento da grande quantidade de informações, que exigem interpretações e senso crítico, transmitidas por meio de recursos tecnológicos cada vez mais desenvolvidos, tem requisitado conhecimentos sobre estatística exigindo um nível de formação do indivíduo que lhe forneça técnicas, raciocínio e linguagem própria para lidar com esse tipo de situação.

Dentre os conceitos estatísticos que são fundamentais para o desenvolvimento de uma alfabetização estatística está a variabilidade. O reconhecimento da variação de grandezas em determinadas situações, permite a observação das mudanças e a medição dessa variação. A variabilidade faz parte do dia a dia e, percebê-la e analisá-la estatisticamente faz com que a percepção do indivíduo sobre o mundo se torne mais crítica e reflexiva, ajudando no desenvolvimento de sua formação e na sua participação social.

Nesse artigo é retomada a necessidade da investigação proposta em Pereira (2019) em um estudo sobre a promoção da variabilidade dentro das concepções da Educação Estatística. Apresenta-se aqui um recorte de uma das principais etapas executadas na pesquisa a fim de verificar o que há no meio acadêmico a respeito do referido tema. Sendo assim, esse artigo traz uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) sobre pesquisas devidamente selecionadas a partir dos critérios que serão mencionados nas seções a seguir. As pesquisas alvo dessa investigação são as publicadas em forma de artigo que descrevem estudos a respeito de atividades que trabalham o ensino e a aprendizagem da variabilidade a partir de diferentes recursos didáticos.

Antes da apresentação dos resultados da RSL, é preciso pontuar alguns conceitos importantes e fundamentais sobre literacia estatística e variabilidade para a compreensão desse estudo.

A Literacia Estatística e o Raciocínio sobre Variabilidade

Gal (2002) destaca dois componentes que contém as principais características do seu entendimento sobre a literacia estatística que são levados em consideração nesta pesquisa. São eles: a) quando o indivíduo avalia e interpreta de forma crítica as informações estatísticas que aparecem em diferentes situações e contextos; b) quando o indivíduo consegue discutir e se expressar sobre essas informações, revelando a sua compreensão do significado da informação, contribuindo com suas opiniões sobre as consequências dessas e, ainda, participar do julgamento sobre as conclusões dadas. Dessa forma, entende-se que a literacia estatística faz com que o indivíduo tenha condições de atuar na sociedade, participando ativamente, principalmente no seu universo cultural, onde poderá analisar e discutir informações de cunho estatístico e, a partir disso, tomar decisões.

A tomada de decisões a partir de diferentes situações vivenciadas pelo indivíduo, utilizando conhecimentos estatísticos, requer que ele raciocine estatisticamente a cada etapa de um problema, construindo uma argumentação baseada nos seus conhecimentos já adquiridos ou construídos a partir de hipóteses.

De acordo com Watson e Callingham (2003), a literacia estatística tem grande importância na vida do cidadão. Ao desenvolver cada vez mais habilidades relacionadas a essa formação, o aluno consegue desenvolver uma postura crítica capaz de questionar informações. Nesse sentido, vale destacar que:

A literacia estatística é importante não só para a nossa sociedade como um todo; é também relevante para os membros individuais da sociedade, como eles tomam decisões em suas vidas pessoais com base em informações e análise de risco fornecido por outras pessoas da comunidade. Decisões como onde viver, que tipo de emprego que procurar, comprar um carro podem ser influenciadas por dados fornecidos de fora de sua experiência individual. (Watson; Callingham, 2003, p. 4).

Para Gal (2002), o indivíduo letrado estatisticamente tem condições de estar diante de uma informação, discuti-la e apresentar suas impressões criticamente, fazendo ponderações acerca das conclusões apresentadas e tomando decisões conscientes. De acordo com o *Zetetiké*, Campinas, SP, v.28, 2020, p.1-14 – e020004

próprio autor, a literacia estatística pode ser definida como a capacidade dos indivíduos em avaliar e interpretar criticamente as informações estatísticas em vários contextos. O indivíduo apresenta características sobre percepção de informações, manipulação dos dados e efetua julgamentos, mostrando o domínio das habilidades que configuram o desenvolvimento da literacia estatística.

O envolvimento do aluno em situações didáticas de coleta de dados ao lidar com variáveis num universo de pequenas amostras facilita a percepção de mundo onde há ideia de variabilidade sendo, inclusive, natural. Aliás, ajuda-o a enxergar a variabilidade de dados estatísticos e analisar uma distribuição desses dados, levando em consideração suas medidas centrais e de dispersão. Essas habilidades são requeridas quando lidamos com informações todos os dias. A mídia utiliza muitos recursos para nos transmitir uma notícia, e muitos desses recursos envolvem representações gráficas, tabelas e medidas estatísticas. Para compreender essas informações e adotar uma postura crítica, de forma a participar desse diálogo, o indivíduo precisa ser estatisticamente letrado (Gal, 2002).

No estudo da Estatística, a variabilidade na maioria das vezes, senão todas, estará presente. Moore (1997) fala a respeito da onipresença da variabilidade em diferentes áreas de estudo e como é importante sua observação numa distribuição de dados. Dessa forma, entendemos a importância da compreensão desse conceito e como é necessário para a formação do cidadão.

Para Pfannkuch e Wild (2004), a identificação da variação dos dados é um fator muito importante para a investigação estatística, pois ao considerar a variação a mesma pode influenciar na conclusão de uma análise de dados, sendo ignorada, prevista ou controlada. Desta feita, a variabilidade é caracterizada por meio de padrões encontrados dentro de contextos a fim de resolver problemas.

Dado que a variabilidade faz parte de muitas situações realistas, perceber e saber lidar não só com explicações do “porquê” dessa variação, mas também descrevê-la, faz parte da compreensão de uma distribuição de dados. Silva (2007, p. 37) afirma que “a variação é o elemento central do pensamento estatístico e é um dos conteúdos necessários para que um indivíduo seja estatisticamente letrado”. A partir disso, podemos perceber a importância da compreensão da variabilidade no desenvolvimento da literacia estatística.

Ao discutir alguns aspectos específicos do raciocínio sobre variabilidade, Reading e Shaughnessy (2004) argumentam que a variabilidade não tem a referida atenção que é necessária. Nos currículos tidos como base para o estudo da Estatística, há quase sempre dois dos principais conceitos estatísticos: as medidas de tendência central e medidas de dispersão. No entanto, a abordagem muitas vezes é focada no estudo da média, moda e mediana e pouco se fala a respeito de variabilidade, no estudo da dispersão. Os mesmos autores ainda dizem que atualmente, os alunos não conseguem compreender a natureza da variabilidade em uma distribuição, por causa da falta de ênfase no estudo da variação, tanto no currículo de Matemática como em livros didáticos.

Em sua pesquisa, Reading e Shaughnessy (2004) defendem que apesar dos alunos viverem cercados por variabilidade em sua vida cotidiana, eles não têm oportunidades para descrever a variabilidade da distribuição. Os autores ainda afirmam a necessidade dos professores em apresentar outras experiências para o aprendizado, para que os alunos consigam identificar a variabilidade, observar causas, escolher diferentes representações com a finalidade de medir a variação.

A respeito do desenvolvimento cognitivo do raciocínio sobre variabilidade, Reading e Reid (2010) destacam os componentes da variabilidade a fim de entender melhor seu conceito. São eles: o desenvolvimento das ideias intuitivas sobre a variabilidade, a descrição e representação da variabilidade, fazer comparações usando a variabilidade, a percepção da variabilidade em distribuições especiais, fazer a identificação de padrões de variabilidade em modelos adaptados, fazer a previsão de amostras aleatórias e resultados usando a variabilidade, fazer com que a variabilidade seja parte do pensamento estatístico, reconhecer diferentes fontes de variação, observar a variação em problemas e resolvê-los. Esses componentes estão dentro do estudo da variabilidade e é preciso promovê-los.

Revisão Sistemática da Literatura

A Revisão Sistemática da Literatura (RSL) surgiu na área da Medicina a fim de fazer com que os pesquisadores conseguissem se comunicar de maneira mais rápida e continuar os estudos a partir da pesquisa de outro médico. A busca por pesquisas de forma esporádica pode não se tornar uma revisão completa e, conseqüentemente, há perda de informação. A fim de investigar e avaliar um conjunto de dados ao mesmo tempo sobre um tema, a RSL é a maneira mais atual e completa de seguir essa metodologia.

De acordo com Paula, Rodrigues e Silva (2016, p. 56) “uma revisão sistemática da literatura é um dos meios existentes para identificar, avaliar e interpretar toda pesquisa pertinente a uma pergunta de pesquisa em particular”. Para que uma RSL seja bem executada é preciso uma questão de pesquisa bem formulada, definição de critérios de inclusão e exclusão para que a revisão possa ser considerada de qualidade e, assim, possibilite que outros pesquisadores aproveitem-se dela para gerar novas pesquisas.

Para a realização da RSL desta pesquisa, as fontes de materiais foram os periódicos nacionais e internacionais na área de Educação e Ensino. Esses periódicos foram avaliados pelo sistema CAPES *WebQualis* no quadriênio de 2013-2016 como A1, A2, B1, B2, B3 e são de acesso gratuito. As pesquisas selecionadas inicialmente seriam dos últimos 5 anos (2014, 2015, 2016, 2017 e 2018) com o objetivo de utilizar pesquisas mais recentes, mas como foram selecionadas apenas duas pesquisas que se enquadram nos critérios descritos, essa revisão foi estendida para as publicações dos últimos 10 anos (2008-2018) e os textos ainda poderiam ser no idioma Português do Brasil, Português de Portugal, Espanhol e Inglês.

O objetivo dessa revisão sistemática foi encontrar pesquisas que apresentassem recursos voltados para o auxílio do processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos estatísticos, mais especificamente, os conceitos envolvendo o estudo da variabilidade de um

conjunto de dados, levando em consideração as principais medidas de dispersão (amplitude, variância, desvio padrão e coeficiente de variação).

A questão da pesquisa foi: quais são as metodologias de apoio ao ensino e aprendizagem da variabilidade desenvolvidos para a Educação Estatística na Educação Básica?

As seguintes expressões de busca foram utilizadas na pesquisa de documentos para a RSL:

- Educação Estatística AND Variabilidade AND Variação
- Educação Estatística AND Variabilidade OR Variação
- *Statistics Education AND Variability AND Variation*
- *Statistics Education AND Variability OR Variation*
- *Didáctica de la estadística AND Variabilidad AND Variación*
- *Didáctica de la estadística AND Variabilidad OR Variación*
- Raciocínio sobre Variação
- Pensamento sobre Variação
- *Reasoning about Variation*
- *Thinking about Variation*
- *Razonamiento sobre Variación*
- *Pensamiento sobre Variación*

De acordo com as expressões de busca, retornaram ao todo 160 artigos de 37 periódicos selecionados de acordo com a sua Avaliação de Área da CAPES, período de publicação e idioma.

Para que fossem selecionadas, as pesquisas deveriam ter como tema a Educação Estatística com foco em estratégias para o desenvolvimento do raciocínio sobre variabilidade.

Os seguintes critérios de exclusão foram aplicados aos resultados da busca pelo material da revisão sistemática:

- Critério 1: Pesquisas que não se enquadravam na temática da Educação Estatística com foco nos estudos sobre variabilidade.
- Critério 2: Pesquisas que não foram publicadas entre 2008 e 2018.
- Critério 3: Pesquisas que não foram publicadas nos idiomas: Português do Brasil, Português de Portugal, Espanhol e Inglês.
- Critério 4: Outras pesquisas que não eram artigos de periódicos.
- Critério 5: Pesquisas que não discutiam a respeito do raciocínio sobre variabilidade no contexto da Educação Estatística na Educação Básica.

De acordo com esses critérios, foram selecionadas três pesquisas para análise que se encontram no Quadro 1.

Quadro 1 - Artigos selecionados para leitura e análise a partir da RSL.

Autores	Título do Trabalho	Ano	Periódico
Jane M. Watson	The influence of Variation and expectation on the developing awareness of distribution	2009	Statistics Education Research Journal
Adri Dierdorp, Arthur Bakker, Dani Ben-Zvi, Katie Makar	Secondary students' considerations of Variability in measurement activities based on authentic practices	2017	Statistics Education Research Journal
Richard Lehrer	Modeling signal-noise processes supports student construction of a hierarchical image of sample	2017	Statistics Education Research Journal

Fonte: Autores (2019).

A seguir será descrito um breve resumo de cada uma das pesquisas encontradas, identificando os principais elementos e recursos utilizados nas atividades propostas, bem como as conclusões e os resultados dos autores.

Breve descrição das Pesquisas encontradas pela RSL

Em seu estudo, Watson (2009) propôs três tarefas que seriam a base para as seguintes questões de pesquisa: os níveis de desempenho em relação ao reconhecimento da variação de acordo com o que era esperado, e se havia uma tendência de o desempenho melhorar ao longo das tarefas aplicadas.

As tarefas foram executadas pelos alunos e ao longo de entrevistas os alunos esclareceram o raciocínio aplicado na resolução das mesmas. O objetivo dessas entrevistas foi focar em reflexões aprofundadas sobre as questões formuladas e a compreensão do entendimento do aluno sobre os conceitos trabalhados.

Nas tarefas executadas pelos alunos, a autora pediu para que criassem uma representação para cada caso apresentado nas tarefas. Segundo a autora, nessas atividades foram explorados aspectos em relação à inferência e variação nas distribuições criadas pelos alunos.

As três tarefas abordavam contextos diferentes, com a finalidade de comparar os resultados que os alunos apresentaram, de acordo com a distribuição criada por cada um deles. A primeira tarefa, denominada “Livros” foi baseada na construção de pictogramas utilizando materiais concretos. Cada aluno recebia cartões com figuras de livros e pessoas. A atividade compreendia na representação da quantidade de livros que cada pessoa havia lido. Tais informações sobre os nomes das pessoas e a quantidade de livros que cada um havia

lido, foram fornecidas pela pesquisadora. As questões sobre a interpretação da situação e inferência foram colocadas após a conclusão da atividade pelos alunos.

A segunda tarefa denominada “Tempo” teve como base a descrição da temperatura média máxima de uma determinada cidade. Após os alunos serem questionados a respeito de previsões das temperaturas máximas para alguns dias específicos do ano, a tarefa era representar a temperatura máxima diária dessa mesma cidade ao longo do ano em um gráfico.

A terceira e última tarefa denominada “Lollies” (pirulitos) foi baseada em um exercício de imaginação que havia um recipiente com 100 pirulitos misturados sendo 50 pirulitos vermelhos, 20 pirulitos amarelos e 30 pirulitos verdes. A questão proposta era imaginar os possíveis resultados de se retirar 10 pirulitos desse recipiente e sugerir o número de pirulitos vermelhos dentre os 10 retirados. Essa retirada seria feita inicialmente seis vezes com reposição dos pirulitos retirados. Após isso, os alunos foram convidados a representar uma imagem dos resultados de 40 desses experimentos.

Para a entrevista posterior às aplicações das atividades foram selecionados alunos da 3ª à 9ª séries baseados nas suas respostas interessantes ou incomuns à pesquisa realizada em sala de aula.

Na análise dos dados, Watson (2009) contou com dois critérios como base. O primeiro critério foi em relação ao desempenho apresentado pelos alunos na realização das tarefas e em qual nível de desempenho podem ser classificados, de acordo com o trabalho de Biggs e Collis (1982 apud Watson, 2009). Os cinco níveis de desempenho sugeridos são avaliados de acordo com a tarefa definida e a expectativa de alcance dos objetivos de acordo com a escolaridade do aluno. Esses níveis, em ordem crescente de desenvolvimento, são: pré-estrutural, não-estrutural, multi-estrutural, relacional, extensão da abstração. O outro critério para análise está relacionado à adequação da representação estatística das situações dadas.

Durante a análise das respostas dos alunos de acordo com os níveis de desempenho, a autora identificou, dentre os elementos relevantes, que a variação era o elemento inicial. Segundo a autora, a variação se apresentou de forma apropriada e complexa nas situações sugeridas antes de serem observados os elementos a respeito da inferência feita pelos alunos.

Na tarefa “Livros”, os pictogramas apresentados pelos alunos mostraram que a variação é observada de acordo com essas distribuições feitas. Considerando os níveis de desempenho, houve alunos classificados em todos os níveis. Alguns alunos não conseguiram concluir a atividade e a representação, e outros conseguiram concluir indicando uma representação mais próxima às expectativas para essa atividade. Os alunos que alcançaram níveis mais altos conseguiram identificar alguns aspectos da variação de acordo com a distribuição que construíram.

Para a tarefa “Tempo” nenhuma outra informação sobre temperaturas fora fornecida. Havia na atividade exemplos de representações gráficas dessa situação para que os alunos comentassem a respeito. Como parte da resolução, alguns alunos tiraram fotos em vez de construir gráficos, alguns deles retratando variação e outros não. O desempenho dos

alunos foi classificado nos diferentes níveis analisados. Alguns gráficos representaram apenas a temperatura máxima, outros indicavam a variação, mas não conseguiram expressar muito bem o raciocínio que os levou àquele resultado, enquanto outros alunos apresentaram gráficos sugerindo frequência de temperaturas aleatórias. Algumas representações sugeriram temperaturas ao longo do tempo, sendo esses os gráficos que indicavam uma tendência de variação. Houve também representações de gráficos de linhas para períodos curtos e de barras para meses ou estações.

Na tarefa “Lollies” foi pedido para que eles representassem graficamente os ensaios pedidos numa folha em branco. Como alguns alunos não conseguiram construir uma distribuição de resultados com o centro próximo a cinco, foi distribuída uma folha com um conjunto de eixos em branco com a finalidade de ajudar a refletir sobre distribuições. Mesmo assim, a autora relata que alguns alunos não conseguiram concluir a atividade. De acordo ainda com a mesma, seis deles melhoraram seus desempenhos mudando de nível utilizando os eixos fornecidos. Assim como nas outras tarefas, os alunos mais novos representaram a situação em forma de desenhos e imagens de pessoas e dos objetos manipulados.

Da mesma forma, houve alunos que mostraram desempenhos nos diferentes níveis analisados, nas outras tarefas. Alguns alunos indicaram somente valores individuais sem indicar nenhuma variação. Outros utilizaram uma representação gráfica em formato de série temporal, sugerindo a ideia da variação. Em algumas dessas representações, foi identificado um grau de variação bem realista sobre o valor médio, seguido de explicações das distribuições. A autora destaca que apenas quatro alunos construíram um gráfico típico de uma distribuição de frequências, considerando dessa forma a variação.

Segundo Watson (2009), em todas as três tarefas propostas, foi possível observar todos os cinco níveis de desempenho, com a expectativa da resolução das atividades sendo identificada e representada em níveis mais altos.

A variação está presente na tarefa “Livros”, nos valores dados e no interesse em como os alunos escolheram representá-los. Com as representações das tarefas “Tempo” e “Lollies” os alunos tiveram uma tarefa mais complexa para representar a variação porque ela não foi apresentada em valores explícitos, apenas um valor é apresentado no início. Quando os alunos desenham seus gráficos há uma identificação da variação no contexto e isso é uma parte importante da atividade. Essas duas tarefas levaram os alunos a observar que a temperatura máxima não será a mesma todo dia e que o número de picolés vermelhos retirados do recipiente não seria o mesmo toda vez. Sempre haverá uma variação a ser observada na previsão da temperatura máxima ou no número de picolés vermelhos de cada amostra.

Watson (2009) concluiu considerando que as questões, particularmente, das tarefas “Tempo” e “Lollies” incentivaram os alunos a considerar a variação nas situações propostas. Os resultados deste estudo contribuíram para as pesquisas sobre a complexidade do conceito de variação e inferência em contextos estatísticos com diferentes faixas etárias escolares. A pesquisa realizada contribuiu com os estudos do desenvolvimento desse conceito, livre da

intervenção de ensino ou solicitação específica durante as entrevistas, o que incentiva a compreensão da variação e inferência de forma natural e intuitiva.

O próximo artigo selecionado é de Dierdorp, Bakker, Ben-Zvi e Makar (2017) que retrata uma pesquisa na Holanda com 13 alunos entre 17 e 18 anos, a respeito do raciocínio sobre variabilidade. Os autores definiram uma atividade com base na prática profissional de um fisiologista esportivo, um modelo de atividade intencional de possíveis problemas que este profissional lida em suas práticas no trabalho. As atividades focaram em medições de frequência cardíacas que visavam envolver os alunos no raciocínio com variabilidade. Na primeira atividade, os alunos realizaram medições da sua frequência cardíaca e usaram uma fórmula específica (teste de Ruffier-Dickson) para quantificar a sua aptidão física de acordo com as medições feitas. O teste de Ruffier-Dickson utiliza medidas da frequência cardíaca em três momentos diferentes para determinar a aptidão física: antes do exercício, imediatamente depois do exercício e depois do exercício. Após essas medições os alunos verificaram quais foram as suas aptidões de acordo com os parâmetros do teste.

Na segunda atividade, os alunos foram influenciados a construir uma linha de regressão usando suas próprias medidas de frequência cardíaca sob uma atividade de esforço físico. A tarefa concentrou-se em apresentar e analisar dados coletados pelos estudantes que realizaram o Teste de Conconi (teste de frequência cardíaca na esteira ergométrica), que mede a frequência cardíaca de acordo com a variação da velocidade da esteira. O objetivo dessa atividade era fazer os alunos raciocinarem com tipos de variabilidade, da velocidade e frequência cardíaca.

Dierdorp et al (2017) concluíram que as atividades de medição baseadas em práticas profissionais reais estimularam os alunos a raciocinar com a variabilidade de todas as quatro maneiras identificadas na literatura pesquisada por eles sobre o pensamento estatístico: percebendo, reconhecendo e descrevendo a variabilidade; variabilidade de medidas; explicando a variabilidade; usando estratégias investigativas para lidar com a variabilidade.

A vantagem da medição, segundo os autores, é que ela está na interface entre contexto e estatística, em que os alunos podem ter uma ideia da origem da variabilidade. Ao final das atividades, todos os alunos perceberam e reconheceram a variabilidade. Os alunos concluíram que os dados que eles encontraram em suas medições não se encaixavam exatamente na fórmula do teste de Ruffier-Dickson, ou na linha de regressão entre a frequência cardíaca de repouso e a frequência cardíaca após os exercícios e tentaram encontrar explicações para isso. Para controlar a variabilidade nos dados, os alunos sugeriram fazer mais medições ou usar o mesmo dispositivo para cada medição, pois ao medirem a frequência cardíaca, uns usaram um aparelho específico e outros a fizeram manualmente. De acordo com essa análise, a realização de medições dentro de práticas reais estimulou os alunos a raciocinar com a variabilidade de diferentes formas relevantes.

O último artigo selecionado é de autoria de Lehrer (2017) e tem o foco em três eixos do pensamento estatístico: as concepções da variabilidade de amostra e amostragem, habilidades e critérios de modelagem dos alunos de dados estatísticos, e inferência informal

baseada em modelos. Os 12 participantes dessa pesquisa são alunos na faixa dos 11 anos de idade residentes no sul dos Estados Unidos. A situação proposta pelo pesquisador foi de que os alunos medissem o perímetro de uma mesa de sua sala de aula.

A abordagem adotada nesta pesquisa foi envolver os alunos na criação de modelos de probabilidade da variabilidade resultantes do processo de medidas repetidas, das quais eram os agentes. De acordo com o autor, a modelagem da composição de sinal (medida verdadeira) e ruído (erro) pode ajudar os alunos a entender a variabilidade de amostragem como sensata e até mesmo, inevitável.

Para a realização das medições, todos os alunos usaram uma régua de 15 cm para medir o perímetro da mesa. Os alunos especularam sobre fontes de variabilidade em suas medidas e consideraram se outras classes também mediram a mesma mesa com a mesma ferramenta. Segundo Lehrer (2017), a intenção era ajudar os alunos a pensarem na medição como um processo e começar a identificar causas plausíveis de variabilidade.

Os alunos concluíram sua exploração da variabilidade da amostra criando estatísticas para estimar tanto o “perímetro real” quanto a “precisão ou o quanto nossas medidas tendem a concordar”. Após essas discussões, os estudantes consideraram seus dados de medição, com foco na sua melhor estimativa do perímetro da mesa e na busca de identificar fontes de erro em suas medidas. Neste momento, a modelagem foi introduzida como um processo para explicar como os resultados observados na amostra da distribuição foram gerados. Para a construção dos modelos, os alunos usaram o *software Tinker Plots* com a finalidade de criar um modelo de “medição perfeita”. Esta instrução destinava-se a chamar a atenção dos alunos para o ajuste entre os resultados simulados em um modelo e a amostra empírica que os estudantes tinham anteriormente construído. Quando os alunos observaram a falta de ajuste entre modelo e dados, eles começaram a listar possíveis fontes de erros, como deslizamentos aleatórios cometidos ao inteirar as medidas da mesa com uma régua de apenas 15 cm.

De acordo com o Lehrer (2017), durante o estudo os alunos criaram e revisaram modelos, principalmente aqueles que representaram variabilidade de processos envolvendo sinal e ruído. Eles usaram seus modelos para fazerem inferências sobre mudanças no processo de análise e medição. No final da instrução, uma amostra de participantes do grupo de alunos respondeu a uma entrevista sobre suas concepções estudantis das relações entre a variabilidade da amostragem e a modelagem.

Para Lehrer (2017), as respostas dos alunos às perguntas sobre as atividades revelaram como eles conceberam a variabilidade da amostra e como eles pensaram sobre como o tamanho da amostra influencia a variabilidade. Além disso, pelo fato de a tarefa de medição inicial ser tangível, e porque as fontes de variabilidade eram evidentes por meio das medições, os alunos puderam construir uma imagem de variabilidade como resultante de um processo repetido. O autor também pôde perceber que as interpretações dos estudantes sobre medição como composição de medida verdadeira (sinal) e ruídos (erros) ajudaram a relacionar expectativa e variabilidade, conceitos que são fundamentais para entender variabilidade.

Considerações Finais

Essas pesquisas encontradas na execução da etapa da revisão da literatura de forma sistemática contribuíram nas concepções acerca de diferentes metodologias no processo de desenvolvimento do raciocínio sobre variação para alunos da Educação Básica. Com os resultados apresentados pelos pesquisadores de tais estudos, foi possível criar algumas expectativas em relação à metodologia que foi implementada em Pereira (2019) e, assim, comparar alguns resultados de forma a continuar contribuindo e incentivando a pesquisa para esse tema na Educação Estatística.

A metodologia utilizada em Watson (2009) destaca diferentes tarefas (“Livros”, “Tempo”, “Lollies”) que enfatizam a percepção da variabilidade. Em “Livros” podia-se observar a variabilidade a partir de pictogramas construídos com materiais concretos pelos próprios alunos. Em “Tempo” a percepção da variação da temperatura em determinada cidade, observando máximos e mínimos. Já em “Lollies”, temos a variação de possíveis amostras de uma população. As respostas e conclusões dos alunos a cada uma das tarefas alinhadas às entrevistas, fez com que Watson (2009) concluísse que poucos alunos conseguiram atingir os níveis mais altos de desempenho. No entanto, ela observou que os alunos conseguiram de alguma forma considerar a variabilidade no desenvolvimento de suas tarefas. Esse feito surgiu a partir de atividades livres de intervenção por parte do educador, propiciando a observação da variabilidade de forma natural e intuitiva.

Em Dierdorff et al. (2017) vimos atividades práticas que envolviam a medição da frequência cardíaca e a relação com a aptidão física dos indivíduos. A variabilidade poderia ser identificada a partir dos momentos diferentes em que a frequência cardíaca era medida. Foi possível também que os alunos construíssem uma linha de regressão correlacionando a frequência cardíaca e as diferentes velocidades em que eram submetidos a correr numa esteira. O autor concluiu que trazer uma situação de ensino que envolve práticas profissionais fez com que os alunos identificassem a variação através de medições, percebendo não só a variabilidade dos dados, mas também a origem dessa variabilidade. Elaborar tarefas que relacionam de alguma forma com a realidade do aluno pode ser um fator que contribui efetivamente na sua aprendizagem e no desenvolvimento do raciocínio sobre variação.

Lehrer (2017) propôs aos seus alunos a tarefa de medir o perímetro de uma mesa utilizando uma régua de 15 cm. As diferentes medidas encontradas pelos alunos, fez com que observassem a variabilidade nessas medidas e, além disso, identificar as possíveis causas dessa variação. A utilização de um *software* para ajudar na análise do erro fez com que os alunos mobilizassem a tecnologia em prol de suas descobertas, auxiliando nas suas conclusões a respeito da medida mais aceitável do perímetro da mesa. Possibilitar o tratamento de dados coletados em *softwares* específicos apresenta um cenário de estudo diferente para o aluno, uma vez que, com o auxílio da tecnologia, este poderá perceber resultados que ainda não havia notado e, assim, contribuir com as suas conclusões oriundas da análise feita.

Em resposta à pergunta que direcionou essa RSL, as pesquisas reveladas trazem em comum uma metodologia de tarefas que têm o objetivo específico de estimular a percepção e o raciocínio sobre variabilidade nos alunos. As atividades em si permitiram, a partir de dados que os próprios alunos coletaram (retirada de pirulitos, medição da frequência cardíaca, medição do perímetro da mesa), observar a origem da variabilidade entre os dados. Percebeu-se que desenvolver esses tipos de tarefas em sala de aula propiciou um ambiente em que os alunos desenvolvessem o seu próprio raciocínio sobre variabilidade, ao obter conjuntos de dados, manipulá-los, analisá-los e conseguir perceber a variação entre esses dados e por vezes, investigar a fonte dessa variação. A construção de tais tarefas precisa ser bem cuidadosa a fim de que os alunos consigam ter a oportunidade de alcançar os objetivos propostos, se atentando para o nível de ensino que será trabalhado e os pré-requisitos para executar as atividades.

Watson (2009) relata que alguns alunos não conseguiram concluir as tarefas e as representações, nem conseguiram expressar seus raciocínios e construir gráficos. Como a autora trabalhou com alunos de diferentes níveis de ensino, a dificuldade de alguns poderia ter ocorrido por não ter aprendido algum conteúdo como, por exemplo, a construir gráficos.

As três pesquisas influenciaram a investigação em Pereira (2019) na criação e construção de um Produto Educacional que abordaria o mesmo tema. A abordagem dos conteúdos, a contextualização e a interdisciplinaridade são elementos identificados nos estudos descritos na seção anterior que impulsionam para uma melhor aprendizagem no que se refere ao raciocínio sobre variabilidade. Observar a variação em situações reais faz com que a percepção da variabilidade seja acompanhada de um contexto que dará sentido à construção do conhecimento sobre esse tema.

Todos esses aspectos observados nos três trabalhos contribuíram para concepção das características que deveriam estar presentes num recurso didático que busca auxiliar o processo de aprendizagem sobre as medidas de variação e o raciocínio sobre variabilidade. As respectivas conclusões dos autores, de acordo com os resultados alcançados, serviram como expectativas do alcance do recurso didático apresentado em Pereira (2019).

Diante desse modelo teórico metodológico, na revisão sistemática da literatura (RSL) concluída foram encontradas e relatadas apenas três pesquisas relacionadas com o tema desta investigação (Watson, 2009; Dierdorff et al., 2017; Lehrer, 2017). Isso pode ser uma forte evidência da carência de estudos na área da Educação Estatística com foco no raciocínio sobre variabilidade na Educação Básica, o que reforça ainda mais a necessidade de investigações a respeito desse tema.

Referências

Dierdorff, A., Bakker, A., Ben-zvi, D., & Makar, K. (2017). Secondary Students' Considerations of variability in measurement activities based on authentic practices. *Statistics Education Research Journal: International Association for Statistical*

- Education*, 16(2), 397-418. Disponível em: <http://iase-web.org/Publications.php?p=SERJ>.
- Gal, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1 – 25.
- Lehrer, R. (2017) Modeling signal-noise processes supports student construction of a hierarchical image of sample. *Statistics Education Research Journal: International Association for Statistical Education*, 16(2), 64-85. Disponível em: <http://iase-web.org/Publications.php?p=SER>.
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case for statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123–165. Disponível em: <https://iase-web.org/documents/intstatreview/97.Moore.pdf>
- Paula, S. C. R., Rodrigues, C. K., & Silva, J. C. (2016). *Educação Matemática e Tecnologia: articulando práticas geométrica*. Curitiba: Appris.
- Pereira, F. A. (2019). *A Educação Estatística e a elaboração de vídeos para a promoção do Raciocínio sobre Variabilidade na Educação Básica*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2004). Towards an understanding of Statistical thinking. In: Ben-zvi, D. & Garfield, J. (org.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 17-46). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Reading, C., & Reid, J. (2010) Reasoning about variation: rethinking theoretical frameworks to inform practice. In C. Reading (Ed), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 8)*. Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about Variation. In: Garfield, J. & Ben-zvi, D. (org.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201- 226). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Silva, C. B. (2007) *O Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: um estudo com professores de Matemática*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Watson, J. M. (2009). The influence of variation and expectation on the developing awareness of distributions. *Statistics Education Research Journal: International Association for Statistical Education*, 8(1), 32-61. Disponível em: [https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8\(1Watson\).pdf](https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8(1Watson).pdf).
- Watson, J. M., & Callingham, A. R. (2003). Statistical literacy: a complex hierarchical construct. *Statistical Education Research Journal*, 2(2), 3-46. Disponível em: [iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2\(2\)_Watson_Callingham.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2(2)_Watson_Callingham.pdf).