

CALCULADORAS GRÁFICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN PAÍSES EN DESARROLLO

*Pedro Gómez • “una empresa docente”
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia*

Al permitirle al estudiante experimentar con “nuevas” formas de aprender y de “ver” las matemáticas, las calculadoras gráficas afectan el proceso de aprendizaje y, como consecuencia, pueden ejercer presión sobre profesores y diseñadores de currículo en el proceso de enseñanza. De esta forma, cuando se dan las condiciones adecuadas, esta nueva tecnología puede reforzar el proceso de cambio que está teniendo lugar en la enseñanza y el aprendizaje de algunas áreas de las matemáticas. Sin embargo, en los países en desarrollo no existen necesariamente las condiciones para que se establezca esta relación dinámica entre el currículo y la nueva tecnología. La utilización de las calculadoras presenta entonces una serie de riesgos y oportunidades. El efecto que ellas pueden tener en el comportamiento de los estudiantes y, por consiguiente, en el cuestionamiento que los profesores pueden hacer sobre su propia práctica, puede utilizarse en estos países como un medio para iniciar y consolidar un proceso de cambio a través de la innovación curricular y la formación de profesores. Los países desarrollados y la comunidad internacional pueden hacer aportes importantes en este sentido.

INTRODUCCIÓN

El artículo comienza presentando una breve descripción de los tres niveles del currículo y de dos visiones acerca de lo que significa enseñar y aprender matemáticas. En seguida, se describen las implicaciones de la introducción de las calculadoras en el currículo. Se consideran después el estado de la educación matemática en los países desarrollados y el papel de las calculadoras gráficas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en esos países. Se describe a continuación el estado de la educación matemática en los países en desarrollo, para después identificar algunos de los riesgos y de las oportunidades que presenta la introducción de

las calculadoras gráficas en estos países. Finalmente se sugieren algunos de los aportes que los países desarrollados y la comunidad internacional de investigación en educación matemática pueden hacer a los países en desarrollo de tal forma que la utilización de las calculadoras gráficas se pueda utilizar como uno de los medios para iniciar y potenciar un proceso de cambio en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en estos países.

CALCULADORAS GRÁFICAS Y CURRÍCULO

Los diversos capítulos que se publican en este volumen muestran algunas de las formas como la utilización de las calculadoras gráficas puede aportar a la comprensión de los estudiantes a través de un proceso más rico de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en el salón de clase¹. No obstante, éste no es un efecto inmediato. No basta con tomar la decisión de introducir las calculadoras gráficas en el salón de clase para que se obtengan los efectos positivos de su utilización. Se debe indagar acerca de las condiciones que son necesarias para que la utilización de esta nueva tecnología sea provechosa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esto nos lleva a reflexionar acerca de los efectos de la utilización de las calculadoras gráficas en el currículo y acerca de las visiones que se pueden tener sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Niveles del currículo

Una perspectiva amplia del currículo involucra tres niveles de análisis: uno *macro* o social donde intervienen los factores sociales, políticos, económicos y culturales que definen las visiones, valores y tradiciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y también las necesidades y expectativas de la formación matemática de los ciudadanos; un nivel *meso* o intermedio en el que se ubica la institución educativa como espacio donde se encuentran elementos como las concepciones institucionales acerca del profesor, el estudiante y las matemáticas como saber cultural y saber a enseñar; y un nivel *micro* o didáctico donde se relacionan el profesor con sus conocimientos y creencias, y el estudiante en la construcción del conocimiento matemático, a través del desarrollo de un currículo.

¹A lo largo de este artículo el término "matemáticas" se refiere a aquella porción del currículo de matemáticas para el que tiene sentido utilizar las calculadoras gráficas. Esto es, las matemáticas del último ciclo de bachillerato y el primer ciclo universitario que incluye, entre otros, el álgebra avanzada, el precálculo y el cálculo diferencial e integral.

Los elementos culturales, políticos, económicos y sociales definen las características del entorno del sistema educativo en el área de las matemáticas. Estas características se manifiestan en las direcciones que toma la política educativa del gobierno y en la manera como se llevan a la práctica, a través de su influencia en las instituciones educativas. Allí se presentan una serie de concreciones de esas líneas sociales, las cuales se expresan en el diseño de un currículo que no sólo abarca la organización de los contenidos de la enseñanza, sino las posiciones ideológicas de la institución sobre lo que son las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, el perfil del profesor y del estudiante. Este currículo se desarrolla en la relación didáctica que se entabla entre el profesor y el estudiante en la construcción del conocimiento matemático cuando se manifiestan los objetivos a lograr, los principios de evaluación, la metodología de enseñanza y la organización del contenido (Rico,1991; Gómez y Valero, 1995).

Visiones de las matemáticas

De acuerdo con la visión “tradicional” de lo que significa enseñar y aprender matemáticas, la comprensión del estudiante es esencialmente procedimental y simbólica: “saber matemáticas” significa para el estudiante conocer un número suficiente de procedimientos (algoritmos) que le permiten transformar una expresión simbólica en una sucesión de otras expresiones, de tal forma que la última expresión de la lista tenga la forma que él reconoce como válida para proponer una respuesta. El estudiante debe ser capaz de reconocer qué algoritmos le corresponden a qué situaciones, debe conocer una forma válida del algoritmo y debe ser capaz de aplicarlo de manera correcta. Esta forma de ver y de trabajar en matemáticas es muy común; por ejemplo, la mayoría de los estudiantes que entran a la Universidad de los Andes en Bogotá la tienen (Gómez, 1995) y las evaluaciones que se han realizado en los colegios colombianos así lo demuestran (MEN, 1992). Este tipo de formación matemática es producto, al menos parcialmente, de una tradición de las matemáticas escolares de la cual el estudiante no es el único partícipe (Gregg, 1995). Esta visión de las matemáticas escolares no sólo se refiere al tipo de comprensión que tiene el estudiante, sino también al tipo de visión que él, el profesor, la institución y la sociedad tienen acerca de lo que son las matemáticas, de lo que significa aprender y comprender matemáticas y de lo que para ellos debe ser la enseñanza de las mismas. Para ellos, las matemáticas son principalmente un gran conjunto de expresiones simbólicas (fórmulas); saber matemáticas es conocer los algoritmos que permiten transformar estas

expresiones en otras; y el buen profesor es aquel que presenta con mayor claridad los algoritmos, logra que los estudiantes los retengan y evalúa justamente este conocimiento (poniendo en las evaluaciones ejercicios que mantengan la forma de los ejemplos y ejercicios que se han hecho en clase, es decir, que sean equivalentes desde el punto de vista del algoritmo).

Por otro lado, se puede también describir una “visión alternativa” de lo que significa enseñar y aprender matemáticas. De acuerdo con esta visión, los objetos matemáticos existen para el estudiante (Cobb, 1993). Estos objetos matemáticos se encuentran representados en un conjunto interrelacionado de estructuras mentales. Estas estructuras se componen de nodos intensamente conectados de tal forma que un mismo concepto puede ser evocado desde diversos tipos de representación —no sólo la representación simbólica (Hiebert y Carpenter, 1992; Kaput, 1992)— y con diferentes niveles en su status operacional–estructural (Sfard, 1991; Douady, 1995). De esta forma, el concepto no sólo evoca procedimientos, sino que el conjunto de procedimientos y el concepto en sí mismo se pueden ver como una globalidad que puede relacionarse con otros conceptos y procedimientos matemáticos. Cuando el estudiante “ve” los objetos matemáticos (en el sentido de que hay una multiplicidad de representaciones dentro de una estructura, que pueden ser evocadas por una situación problemática que involucra el concepto), entonces el estudiante puede construir un discurso matemático: puede y sabe que puede hablar acerca de estos objetos; el estudiante es consciente de la existencia de una realidad matemática que es independiente de la autoridad del profesor y del libro de texto; el formalismo del lenguaje matemático deja de ser un fin y se convierte en un medio; las expresiones simbólicas se perciben como uno de los múltiples sistemas de representación con los cuales puede referirse a dicha realidad matemática; y el conjunto de reglas sintácticas que lo rigen es visto como una consecuencia de las propiedades de los objetos matemáticos que conforman esta realidad. El estudiante tiene entonces una “sensación del símbolo” (Arcavi, 1994). Cuando el estudiante ve las matemáticas de esta manera, él puede escribir y hablar sobre los objetos matemáticos en el mismo sentido en el que lo haría un matemático y esta actividad se convierte en parte central de su visión de las matemáticas como discurso acerca de unos objetos, sus características y sus relaciones que debe ser compartido, discutido y validado con los demás (Kilpatrick, 1995; Sterrett, 1992). Y cuando él ve los objetos matemáticos en este sentido, hay mayor probabilidad de que los recuerde

con el transcurso del tiempo y de que pueda transferir ese conocimiento a entornos diferentes de aquellos donde los construyó. Desde esta perspectiva, saber más matemáticas significa tener nuevas formas de conocimiento, más complejas en su estructura, que le permiten al estudiante ver el conocimiento matemático con mayor amplitud y que, además de darle la oportunidad de aprender más y mejor, le permiten utilizar el conocimiento adquirido de maneras más potentes (Mayer, 1986).

Implicaciones de las calculadoras gráficas

Una implantación apropiada de las calculadoras gráficas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas puede tener efectos positivos en los tres niveles del currículo.

La calculadora ofrece al estudiante un medio y un sistema de representación adicional a los que ya tiene a su disposición. Al poner rápida y “automáticamente” a disposición del estudiante la representación gráfica de los objetos matemáticos que se encuentran involucrados en la tarea a realizar, la calculadora gráfica influye en el tipo de estrategias que él puede seguir para realizar la tarea (Mesa y Gómez, 1996). El estudiante tiene a su disposición el tiempo de trabajo que habría utilizado produciendo la gráfica por otros medios. El estudiante “ve” el problema, en el sentido de que la solución a éste deja de ser exclusivamente una situación en la que es necesario efectuar una sucesión de procedimientos que transforman unas expresiones simbólicas en otras. Cuando se efectúan manipulaciones simbólicas, éstas tienen sentido, al menos en cuanto a su relación con la representación gráfica. El estudiante puede y tiende a experimentar y a formular conjeturas, dado que la calculadora le permite rápidamente conocer los resultados de estos experimentos (“¿cómo es la gráfica de ...?”) y contrastar estas conjeturas (“¿qué pasa si...?”). El estudiante tiende, de manera natural, a verificar el resultado de su trabajo; a identificar cuándo el resultado no es válido; a reconocer que ha cometido errores; a buscar e identificar estos errores; a reconocer las causas que los produjeron; y a corregirlas. Finalmente, las características físicas (e.g., tamaño) de este nuevo medio de trabajo matemático inducen al estudiante a compartir y justificar sus realizaciones, a criticar el trabajo de sus compañeros y, en general, a generar un espacio más fértil de interacción social (Gómez y Rico, 1995; Gómez et al., 1996).

La introducción de esta nueva tecnología puede entonces tener un efecto dinámico en el sistema curricular en general y en el proceso de enseñanza, en particular. Las calculadoras le

permiten al estudiante experimentar con “nuevas” formas de aprender y de “ver” las matemáticas. Al hacerlo, ejercen presión sobre los diseñadores del currículo y sobre los profesores para que ellos tengan en cuenta estos espacios dentro del proceso de enseñanza. De esta manera, la institución, al diseñar el currículo, y el profesor, al llevarlo a la práctica, pueden sentir la necesidad de adaptar sus visiones acerca del conocimiento matemático, de la forma como los estudiantes aprenden matemáticas y la forma como se debe enseñarlas, para reformular los objetivos, el contenido, la metodología y la evaluación (Carulla y Gómez, 1996).

Este proceso dinámico de interacción entre las calculadoras gráficas y el currículo puede entonces inducir y potenciar otro proceso: el de pasar de una visión “tradicional” de las matemáticas, de su enseñanza y de su aprendizaje a una visión “alternativa” que siga más de cerca los lineamientos propuestos por la comunidad de educación matemática (i.e., NCTM, 1991).

Por otra parte, al aportar al proceso de transición de la visión “tradicional” de las matemáticas a la visión “alternativa” y, por ende, al enfatizar una comprensión más profunda y compleja que permite utilizar el conocimiento matemático de maneras más potentes, disminuyendo la importancia del conocimiento puramente algorítmico de tipo simbólico, la utilización de las calculadoras puede aportar a un cambio en la visión social de las matemáticas (Zarinnia y Romberg, 1987). La formación matemática deja de ser exclusivamente un requisito para que el individuo sea más productivo y capaz de utilizar la tecnología de una manera irreflexiva y pasa a ser un elemento central de la capacidad del individuo para analizar, reflexionar y tomar decisiones racionales acerca de su entorno (Skovsmose, 1992). De esta forma, la sociedad puede mirar a las matemáticas como un factor potenciador del desarrollo económico y de las capacidades del individuo para participar en los procesos políticos y sociales que le atañen.

Sin embargo, el aporte de las calculadoras gráficas a este proceso depende del estado de desarrollo de la sociedad en la que éste tiene lugar y de las condiciones en las que se encuentra la educación matemática en esa sociedad. Es por esta razón que se da una diferencia importante en los efectos sociales, institucionales y didácticos de la introducción de las calculadoras gráficas dependiendo del nivel de desarrollo del país en el se realiza esta innovación curricular.

CALCULADORAS GRÁFICAS Y PAÍSES DESARROLLADOS

Desde hace varios años, la educación matemática de los países desarrollados está viviendo un proceso de cambio. Es el caso, por ejemplo, del movimiento de renovación que se ha generado en los Estados Unidos con motivo de la publicación de los estándares curriculares y de evaluación, los estándares para la enseñanza profesional de las matemáticas y los estándares para la valoración de las matemáticas escolares, entre otros (NCTM, 1991a, 1991b, 1995). Es posible argumentar que este proceso de reforma se ha centrado en los aspectos técnicos, dejando a un lado los aspectos éticos; que ha subestimado la importancia de los profesores y de la escuela en el proceso de enseñanza y aprendizaje; y que no ha llegado sino a una proporción relativamente pequeña de los profesores (Stanic y Kilpatrick, 1992; Usiskin, 1985). No obstante, este proceso de cambio se basa en una nueva visión acerca de las metas de la educación matemática, de la naturaleza de las matemáticas, de la forma en que ellas se pueden aprender y se deben enseñar, y de la utilización de la tecnología, entre otros. Esta es una visión compartida por toda una comunidad, tanto de profesores como de investigadores, que trabaja en pos de unos ideales determinados (Romberg, 1993). Por otra parte, en los países desarrollados se evidencia una gran disponibilidad de máquinas, junto con libros de texto y esquemas de formación de profesores que apoyan la utilización apropiada de la nueva tecnología. Finalmente, la comunidad de educación matemática de estos países ve con buenos ojos la utilización de la nueva tecnología, se están realizando gran cantidad de proyectos de investigación e innovación que involucran la tecnología y tanto las instituciones educativas, como la sociedad, apoyan este proceso de cambio (Demana et al., 1996).

Por estas razones, es posible esperar que las calculadoras gráficas aporten de manera positiva a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los países desarrollados. Ellas se convierten en un elemento catalizador de un proceso que ya se encuentra en marcha.

CALCULADORAS GRÁFICAS Y PAÍSES EN DESARROLLO

La situación es diferente en los países en vías de desarrollo. En Colombia, por ejemplo, la sociedad, el sistema educativo, las instituciones educativas y la mayoría de los profesores continúan teniendo una visión tradicional de las matemáticas (Agudelo, 1995). La comunidad de educación matemática se encuentra en un estado incipiente de desarrollo y no ha

asumido aún una posición con respecto a las metas de la educación matemática, ni con respecto a su papel en la formación matemática del ciudadano. Los profesores de matemáticas se encuentran mal preparados, tanto en su conocimiento didáctico, como en su conocimiento matemático. Ellos no están acostumbrados a innovar. Su trabajo se restringe a seguir los lineamientos impuestos por un currículo oficial anticuado (Gómez y Perry, 1996). No existen libros de texto, ni esquemas de formación de profesores que apoyen la utilización de la tecnología, y hay una mínima disponibilidad de máquinas a precios relativamente altos. Esta situación genera dos tipos de actitudes con respecto a la utilización de las calculadoras gráficas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: una actitud negativa y una actitud ciega.

Quienes asumen la actitud negativa consideran que la utilización de las calculadoras gráficas va a ser perjudicial para la formación matemática del estudiante. Por esta razón, los profesores las rechazan o, en caso de que se vean obligados a utilizarlas, adaptan la nueva tecnología a sus formas de ver y hacer las cosas, consolidando la visión tradicional de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Como es natural, los exámenes de estado y los exámenes de admisión a las universidades están basados en y refuerzan esta visión tradicional acerca de lo que debe ser la formación matemática del estudiante y la forma como se puede lograr.

Quienes asumen la actitud ciega consideran que las calculadoras gráficas son “la” solución a los problemas de la educación matemática y que su simple introducción en el currículo puede aportar a resolver estos problemas. En este caso, los profesores buscan “recetas” que les indiquen como pueden utilizar la nueva tecnología y las instituciones educativas esperan resultados inmediatos como consecuencia de este “cambio metodológico”. Pero estos resultados no van a aparecer, dado que ni los profesores, ni los diseñadores del currículo han cambiado sus visiones. En poco tiempo, como ha sucedido en algunos casos con la informática educativa, se culpará a las calculadoras del bajo rendimiento de los estudiantes y se eliminará su uso.

RIESGOS

La introducción de las calculadoras gráficas presenta entonces riesgos y oportunidades para la educación matemática en los países en desarrollo. Al percibir la calculadora gráfica como la

solución a los problemas de la formación matemática de los estudiantes, diferentes sectores de la sociedad, del sistema educativo y de las instituciones educativas, pueden presionar una “introducción forzada” de la tecnología dentro del salón de clase. En este caso, los profesores pueden asumir diferentes posiciones. Ya sea las rechazan de plano y no las utilizan en el salón clase; adaptan la tecnología a su manera tradicional de hacer las cosas; o aplican ciegamente un conjunto de recetas para su utilización. La utilización de la tecnología no tendrá entonces un efecto positivo en el rendimiento de los estudiantes. Por el contrario, se culpará a las calculadoras del bajo rendimiento de los estudiantes y ya sea se eliminará su uso o se utilizarán para reforzar la visión tradicional de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. De esta forma, las calculadoras gráficas no aportarán a la mejora de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. Por el contrario, reforzarán un *status quo*, opuesto a lo que se considera actualmente que debe ser la formación matemática del ciudadano.

El segundo riesgo consiste en que la tecnología sea rechazada de plano a todos los niveles. En este caso, el *status quo* no se modificará y se habrá perdido una oportunidad de cambiarlo.

OPORTUNIDADES

La utilización de las calculadoras gráficas en el currículo presenta grandes oportunidades para la educación matemática en los países en desarrollo. En cambio de consolidar y potenciar un proceso de cambio (como es el caso en los países desarrollados), la nueva tecnología puede aportar a que los diferentes actores inicien este proceso de cambio. Para comprender cómo esta nueva tecnología podría aportar en este aspecto, es necesario reflexionar sobre las características del proceso de cambio y su relación con las visiones y las creencias de los profesores.

La forma como el profesor se comporta en el salón de clase es la expresión de las creencias y de los conocimientos que él tiene acerca del tema de estudio, de las metas de la educación, de la forma como los estudiantes aprenden y de la forma como se debe enseñar y utilizar la tecnología, entre otros (Ernest,1989; Thompson,1984). Por consiguiente, para iniciar el proceso de cambio es necesario que el profesor tenga la oportunidad de vivir experiencias que pongan en juego sus visiones acerca de estos temas de tal forma que se produzcan conflictos que lo obliguen a cuestionarse sobre su práctica

(Perry et al., 1995). Esta búsqueda del propio cuestionamiento es la que puede generar cambios en la forma como el profesor “ve” su interacción con los estudiantes en el proceso de construcción del conocimiento y en la aproximación que él tiene hacia la utilización de la tecnología y a la mejora de su formación matemática y didáctica.

Los esquemas tradicionales de formación de profesores encuentran dificultades para crear los espacios en los que los profesores puedan poner en juego sus visiones y cuestionarse acerca de su práctica. La utilización de las calculadoras gráficas es una oportunidad para resolver algunas de estas dificultades. Quienes están a cargo de la formación de los profesores pueden aprovechar el hecho de que la calculadora gráfica le permite al estudiante asumir un nuevo papel en el proceso de aprendizaje y, por lo tanto, ejerce presión sobre el profesor en el proceso de enseñanza. Cuando el profesor se encuentre dentro de un ambiente en el que está dispuesto a experimentar y a reflexionar sobre su práctica, las calculadoras gráficas, al afectar el comportamiento de los estudiantes en el salón de clase, pueden aportar a la generación del conflicto y del cuestionamiento que se busca en el profesor (Valero, 1996).

La utilización de las calculadoras gráficas como medio para iniciar un proceso de cambio es una responsabilidad que deben asumir los encargados de la formación de profesores y la comunidad de educación matemática en general. En este sentido, se debe aprovechar circunstancias de descentralización curricular como las que se dan en Colombia en la actualidad, para involucrar a profesores e investigadores en procesos de innovación curricular que incluyan la utilización de las calculadoras gráficas. Por otra parte, se debe iniciar un proceso de promoción de la tecnología dentro de la sociedad y el sistema educativo como medio para dinamizar el proceso de cambio a través de la formación de los profesores. Finalmente, se deben revisar y reformular los esquemas actuales de formación de profesores para que tengan en cuenta la necesidad de generar cuestionamiento en ellos y para que aprovechen las oportunidades que ofrecen las nuevas tecnologías.

APORTE DE LOS PAÍSES DESARROLLADOS

Los países desarrollados y, en particular, la comunidad internacional de educación matemática, pueden aportar a este proceso. Por un lado, se hace necesario que la comunidad, partiendo de una visión amplia del currículo que incluya las

cuestiones éticas y morales, reflexione sobre la forma como las calculadoras gráficas han tenido efectos en la educación matemática de los países desarrollados, los problemas que se han encontrado, los errores que se han cometido en su implantación y las estrategias exitosas que se han puesto en práctica. Esta experiencia debe adaptarse a las necesidades de los países en desarrollo, con el propósito de aportar conocimiento que sea útil para estos países. La comunidad debe también hacer una pausa en esta veloz carrera tecnológica en la que no se ha terminado de experimentar con un modelo de máquina, cuando aparece uno nuevo que ofrece nuevas posibilidades y genera nuevos problemas de investigación y experimentación. Basta con que una calculadora le permita ver al estudiante las gráficas de las funciones para que esta tecnología pueda convertirse desde ahora en un medio importante para la solución de algunos de los problemas de la educación matemática de los países en desarrollo. Dadas las condiciones que se viven en estos países, lo importante no es que se utilice la última tecnología existente, sino que se introduzca la nueva tecnología de manera planificada, sistemática y reflexiva. Por esta razón, es necesario que la comunidad internacional de educación matemática le ofrezca a estos países de manera clara y concisa la información necesaria para iniciar el proceso. En este sentido es importante que se hagan esfuerzos para adaptar algunos de los materiales existentes y muchos de los esquemas de formación de profesores de tal forma que las comunidades de educación matemática de los países en desarrollo tengan los recursos necesarios que les permitan iniciar y consolidar el proceso de cambio.

CONCLUSIONES

La introducción de las calculadoras gráficas ofrece grandes oportunidades para el desarrollo de la educación matemática en los países en desarrollo. Pero la nueva tecnología no es la solución mágica a los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en estos países. Esta tecnología puede apoyar el inicio de un proceso de reforma en todos los niveles al favorecer el diseño y puesta en práctica de experiencias que ponen en juego la visión tradicional de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y, por lo tanto, generar situaciones en las que los diversos actores se cuestionen acerca de sus creencias y su conocimiento, iniciando así un proceso de cambio dentro del sistema. Pero esta tecnología genera también riesgos. Debemos ser

conscientes de ellos. Al reflexionar sobre el proceso que ella ya ha vivido con la nueva tecnología y al ofrecer estrategias para su utilización que estén acordes con las necesidades de los países en desarrollo, la comunidad internacional de educación matemática puede ayudar a que se eviten los riesgos y se aprovechen las oportunidades.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agudelo, C. (1995). Improving mathematics education in Colombian Schools: Mathematics for all. *International Journal of Educational Development*.
- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*. 14 (3), pp. 24-35.
- Carulla, C., Gómez, P. (1996). Graphic calculators and precalculus. Effects on curriculum design. En Gutiérrez, A. (Ed.) *Proceedings of the 20th PME Conference*. Valencia: Universidad de Valencia.
- Cobb, P. (1993). Characteristics of Classroom Mathematics Traditions: An Interactional Analysis. *American Educational Research Journal*. 29(3), pp. 573-604.
- Demana, F., Waits, B.K., Jones, J., Hollister, M. (1996). *Proceedings of the seventh annual international conference on technology in collegiate mathematics*. Reading, MA: Addison Wesley.
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 61-96.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*. 15 (1), pp. 13-33.
- Gómez, P. (1995). *Calculadoras gráficas y precálculo. Efectos en las actitudes de los estudiantes*. Documento no publicado. Bogotá: un empresa docente.
- Gómez, P., Carulla, C., Gómez, C., Mesa, V.M., Valero, P. (1996). Calculadoras gráficas y precálculo. En Escobar, H. (Ed.) *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Informática Educativa*. Bogotá: SENA.

- Gómez, P., Perry, P. (Eds.) (1996). *La problemática de las matemáticas escolares. Un reto para directivos y profesores*. México: una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gómez, P., Rico, L. (1995). Social interaction and mathematical discourse in the classroom. En Meira, L., Carraher, D. *Proceedings of the 19th PME Conference*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, pp. I-205.
- Gómez, P., Valero, P. (1995). La potenciación del sistema de educación matemática en Colombia. En Gómez, P. et al. *Aportes de "una empresa docente" a la IX CIAEM*. Bogotá: "una empresa docente" y Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 1- 10.
- Gregg, J. (1995). The tensions and contradictions of the school mathematics tradition. *Journal for Research in Mathematics Education*. 26 (5), pp. 442-466.
- Hiebert, J., Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. En Grouws, D.A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Kaput, J.J. (1992). Technology and Mathematics Education. En Grouws, D.A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, pp. 515-556.
- Kilpatrick, J. (1995). Curriculum change locally and globally. *Paper presented at the IX meeting of the CIAEM (Chile)*.
- Mayer, R. (1986). Capacidad matemática. En Sternberg, R.J. (Ed.) *Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información*. Madrid: Labor Universitaria, pp. 165-194.
- MEN (1992). *Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación*. Bogotá: MEN.
- Mesa, V.M., Gómez, P. (1996). Graphing calculators and Precalculus: an exploration of some aspects of students' understanding. En Gutiérrez, A. (Ed.). *Proceedings of the 20th PME Conference*. Valencia: Universidad de Valencia.
- NCTM (1991a). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: NCTM.
- NCTM (1991b). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston: NCTM.
- NCTM (1995). *Assessment standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

- Perry, P., Gómez, P., Valero, P. (1995). Proyecto MEN-EMA: exploración de la problemática de las matemáticas escolares en colegios oficiales de Bogotá. En Gómez, P. et al. *Aportes de "una empresa docente" a la IX CIAEM*. Bogotá: "una empresa docente" y Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 19-44.
- Rico, L. (1991). *Los tetraedros del currículo. Diseño, desarrollo y evaluación del currículo*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada.
- Romberg, T.A. (1993). NCTM's Standards: A Rallying Flag for Mathematics Teachers. *Educational Leadership*. 50(5), pp. 36-41.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*. 22, pp. 1-36.
- Skovsmose, O. (1992). Democratic competence and reflective knowing in mathematics. *For the Learning of Mathematics*. 12 (2), pp. 2-11.
- Stanic, G., Kilpatrick, J. (1992). Mathematics curriculum reform in the United States: A historical perspective. *International Journal of Education Research*. 17, pp. 407-419.
- Sterrett, A. (1992). *Using writing to teach mathematics*. Washington: The Mathematical Association of America.
- Thompson, A.G. (1984). The relationship of teacher's conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*. 15, pp. 105-127.
- Usiskin, Z. (1985). We need another revolution in secondary school mathematics. En NCTM (Ed.). *The secondary school mathematics curriculum*. Reston: NCTM.
- Valero, P. (1996). Precalculus and graphic calculators: the influence on teacher's beliefs. En Gutiérrez, A. (Ed.) *Proceedings of the 20th PME Conference*. Valencia: Universidad de Valencia.
- Zarinnia, E.A., Romberg, T.A. (1987). A new world view and its impact on school mathematics. En Romberg, T.A., Stewart, D.M. *The monitoring of school mathematics: Background papers. Vol. 1: The monitoring project and mathematics curriculum*. Madison: Wisconsin Center for Education Research, pp. 21-62.