

## LA VARIACIÓN EN LAS EXPLICACIONES DE LOS PROFESORES EN SITUACIÓN ESCOLAR

Evelia Reséndiz Balderas  
Universidad Autónoma de Tamaulipas/Cinvestav-IPN, México  
[erbalderas@uat.edu.mx](mailto:erbalderas@uat.edu.mx)

Campo de investigación: Pensamiento Variacional; Nivel educativo: Superior,  
Metodología: Etnográfico  
Palabras Clave: Variación, función, discurso, explicación.

### RESUMEN

Esta investigación centró la atención en el papel del discurso en la clase de matemáticas cuando se pretende enseñar conceptos y procesos matemáticos ligados a la noción de *variación*. El discurso constituye el espacio donde se construyen, negocian e interpretan los significados en la interacción social que se realiza en la escuela, por lo tanto construir conocimiento en interacción requiere del lenguaje usado socialmente. Nos ocuparemos de analizar el papel de las explicaciones en la clase de matemáticas, primer semestre de ingeniería, cuando la noción de variación está siendo usada por los profesores y cuando los estudiantes intervienen a propósito de dicha noción. En particular nos centraremos en *función y derivada* que son vistos como modelos para el estudio de la variación. Los registros y las transcripciones de las clases, que se audiograbaron, fueron analizadas considerando un modelo de investigación cualitativa.

### INTRODUCCIÓN

Las matemáticas generalmente se consideran como un cuerpo de conocimiento individual y socialmente construido y como lenguaje especializado para comunicar diversos aspectos de nuestro mundo (Pimm, 1991). Sin embargo, el nuevo conocimiento matemático (individual o compartido) se construye a través de interacciones y conversaciones entre profesores y sus alumnos. De ahí que el movimiento entre el sentido personal de un concepto y el significado matemático compartido es crucial para que el aprendizaje se lleve a cabo (Bartolini Bussi, 1998). El papel del profesor y los estudiantes en este movimiento ayuda a determinar que el aprendizaje ocurra. Esta consideración del proceso de enseñanza-aprendizaje enfatiza la importancia de las interacciones en el aula y el contenido matemático que se está discutiendo. De ahí, el estudio de esas interacciones y como el contenido matemático o el significado compartido de conceptos influye en el desarrollo de las discusiones.

Por otro lado, algunas investigaciones en el campo de la matemática educativa (García, 1998; Zubieta, 1996; Ávila, 1996; Hoyos, 1996; Cantoral, 1992; Artigue, 1991; Zubieta, 1996; Pulido, 1998; o Artigue, 1991) reportan la existencia de robustas dificultades entre los estudiantes para tratar con cuestiones que exigen algún tipo de estrategia variacional. Con nuestro estudio no pretendemos “remediar” ese estado de cosas, ni mucho menos. Tampoco pretendemos decir como se debe enseñar la noción de variación, o si un profesor enseña bien en el aula. Nos proponemos algo aún mas modesto, mas particular. Lo que intentamos es la comprensión del complejo y rico entramado de pautas de interacción, que se dan para producir conocimiento entre docentes y alumnos, consideramos que es

necesario como punto de partida para cualquier propuesta que pretenda mejorar la enseñanza del cálculo en su contexto real. Nos hemos propuesto estudiar la interacción discursiva en el aula desde la perspectiva del profesor; aunque se tiene como principal propósito la forma en la que participa el docente, es necesario aclarar que no es posible analizar la perspectiva del docente sin considerar a los alumnos, ya que ambos actúan como referentes de sus contribuciones y el significado de éstas dependen del contexto interactivo (Reséndiz, 2004). Pretendemos construir una respuesta, parcial, que centre su atención en algunos de los fenómenos de enseñanza específicamente involucrados con las dificultades del aprendizaje. Particularmente hemos centrado la atención en la noción de variación, que no siendo un objeto explícito de enseñanza está presente en muchas de las prácticas discursivas.

### **EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

Nuestro objetivo es el de comprender las tramas de relaciones entre el profesor, los alumnos y el contenido curricular. Por ello, dado que hemos considerado al profesor como el portador del saber que habrá de escenificarse en el aula, emprendimos un amplio estudio sobre las formas en que los profesores desarrollan un conocimiento específico sobre la manera de enseñar su materia cuando se precisa tratar una idea matemática fundamental para el cálculo, una noción compleja conocida como variación.

El objetivo principal de la investigación es el siguiente: *se pretende en este estudio localizar y analizar las maneras en que se introduce y desarrolla la noción de variación en situación de enseñanza en el nivel superior*. Así, una forma de abordar el estudio sobre la enseñanza de la variación es por medio del discurso en el aula. Es en el aula en donde la palabra se utiliza la mayor parte del tiempo. La comunicación y, específicamente, la interacción entre el docente y el alumno y alumno-alumno, se considera en la actualidad la base de proceso de aprendizaje (Tusón & Unamuno, 1999). Una de las maneras de tener acceso a la información sobre cómo se introduce y se desarrolla la noción de variación, es estudiando el discurso del profesor, pero también el discurso en la interacción social que se realiza en el aula escolar. Por lo anterior, el problema de investigación se delimitó por medio de las siguientes preguntas: ¿Cuál es el papel que juega la variación en el discurso del profesor? ¿Qué sucede con la noción en la interacción? ¿Cuál es el papel de los alumnos en la interacción?

Para intentar responder a estas cuestiones es necesario desarrollar perspectivas teóricas que sea útiles para interpretar y analizar la complejidad de las clases de matemáticas.

### **PARTICIPANTES Y ESCENARIO**

Los participantes en la investigación fueron tres profesores que impartían la asignatura de Matemáticas I, del Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. Los profesores fueron seleccionados aleatoriamente entre los que impartían la materia. Se platicó con cada uno de los profesores y se les dijo que deseábamos observar y registrar la manera como ellos enseñaban los conceptos de función y derivada y estuvieron de acuerdo.

Las observaciones se realizaron por un periodo largo, solamente en las clases donde se impartía los conceptos de función y derivada, ya que son vistos como modelo para el estudio de la variación. Ellos son profesores de las diferentes carreras de ingenierías.

La información se recabó por medio de las observaciones de sus actividades en el aula, en condiciones "normales". La información recopilada consistía de cintas auditivas de las discusiones que se realizaron en el aula durante el semestre, así como notas de campo (registro de la observación) para complementar las cintas de audio. Esto permitió contar con una fuente de datos que nos facilitó para obtener información que ilustró lo que sucede en condiciones "normales" en el salón de clase, lograr un acercamiento con los profesores y con el grupo, pero sin provocar modificaciones importantes en las formas cotidianas de trabajo y de relación. Esto nos permitió tener registros reales y obtener información de lo que sucede en la interacción social, esto es, en el proceso educativo donde participan los profesores y los alumnos.

### **ASPECTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS**

Para realizar las observaciones, nos apoyaremos en un punto de vista teórico: La transposición didáctica y las situaciones didácticas. Un fenómeno importante a observar, ligado al control de la transposición didáctica, es el "envejecimiento de las situaciones de enseñanza", en el cual, los patrones de interacción se refieren a las relaciones entre el profesor, los alumnos y las propias situaciones. Se ha podido dar cuenta, en este estudio, de este fenómeno didáctico, al interior del aula, ya que en la interacción se modifican las situaciones de enseñanza del profesor. Cuando hay interacciones cambian las relaciones de poder y las situaciones de enseñanza. En nuestro caso particular estamos estudiando un fenómeno didáctico en el campo de la matemática universitaria usando la aproximación sistémica que brinda la didáctica de la matemática como disciplina científica. Reflexionamos sobre lo educativo desde una perspectiva en la que la triada, saber, profesor, alumno, desempeña el papel de unidad de estudio. Sin embargo aunque podemos explicar las interacciones entre los polos, saber, profesor, alumno, con base en las nociones, contrato, situación o transposición, quisimos profundizar en el papel del discurso en el aula. Razón por la que incorporamos elementos de los estudios cualitativos de corte etnográfico. Los análisis y la discusión del trabajo, ha implicado interpretaciones y análisis en direcciones específicas. Este proceso concluye cuando se han formulado interpretaciones sólidamente fundamentadas en los datos.

Tomando al discurso como medio para estudiar las prácticas sociales, en esta investigación nos interesa analizar los elementos y características de una sesión de clase y los recursos discursivos, o elementos discursivos de los profesores para enseñar una noción compleja, como la noción de variación, sin dejar de lado la participación de los estudiantes. A continuación presentamos un ejemplo de la construcción de significados a través de la explicación y la variación.

### **LA CONSTRUCCIÓN DE EXPLICACIONES**

Uno de los objetivos del docente es hacer comprender a los estudiantes los conocimientos matemáticos o los saberes que él enseña (Mopondi, 1995). Entre los esfuerzos que el profesor emprende figuran las "*explicaciones*". Nos interesan las diversas formas que toman sus explicaciones al enseñar una noción como la variación y sus efectos sobre las producciones de los estudiantes. La construcción de significados, de explicaciones, como objeto de análisis, dado su carácter interactivo, demanda que las unidades mínimas de

análisis sean secuencias de interacción y no frases o mensajes descontextualizados (Candela, 1999). Así el problema planteado condiciona las características de las unidades de análisis; siendo el objeto de estudio la construcción de los recursos discursivos y los significados sobre la variación. Una unidad de análisis natural es la clase completa en la que se delimita y trabaja el contenido de un tema curricular dentro de la jornada escolar. Las secuencias discursivas seleccionadas son aquellas donde se pueda identificar las actividades y las explicaciones de los profesores frente al contenido donde aparece la noción de variación. Los extractos forman parte de las clases o sesiones de un primer semestre de ingeniería. A continuación presentamos un ejemplo donde la explicación del profesor se centra en el desplazamiento del vértice.

Extracto 5. 15

**P:** Bueno ¿cuál es gráfica de la función?, si a esa función le sumamos por ejemplo 1, y queda  $y=x^2+1$

**Am:** Se desplaza el origen en  $y=1$ .

**P:** ¿Verdad que estaríamos haciendo eso? Dijera que  $y$  va a ser lo que valga en  $x^2$  y eso que estaríamos haciendo sumándole 1, ¿dónde está en  $x$ ? En 0 pónganle 1, en 0 pongo 1 y en 1 cuando valga 1, ahora la  $y$  ¿cuánto va a valer?

**As:** ¡2!

**P:** Va a valer 2 [...] y entonces la fórmula seguiría siendo la misma. ¿Qué fue lo único que sucedió? Que la curva se desplazó una unidad hacia arriba y si la quisiera yo bajar ¿qué podríamos hacer?

**As:** ¡Restar!

**P:** Restarle 1 ¿Ahora cuál sería la gráfica de  $y=x^2-1$ ? Le podemos poner esta  $y=x^2$ , y si regresamos 1 ¿qué va a suceder? Cuando abres al vértice el (0,-1) donde corta al eje  $x$  en 1,-1 y esta es la gráfica de  $y=x^2-1$ , de  $y=x^2$ . Si yo le resto, ¿qué sucede con la curva?

**Am:** La desplazamos.

**P:** ¿Cuántas unidades la desplazamos?

B (Gpo-1), pág. 99.

Inicia la explicación con la función cuadrática básica  $y=x^2$  que, cuando se le suma una unidad ( $y=x^2+1$ ), desplaza su origen en  $y=1$ . La afirmación “*se desplaza el vértice en  $y=1$* ” fue hecha por un alumno, aunque no se le solicitó. Al restarle una unidad a la función cuadrática básica ( $y=x^2-1$ ) se desplaza el vértice una unidad hacia abajo y al sumarle una va hacia arriba. El docente utiliza el término “desplaza” que dijo el alumno cuando asevera: “*la curva se desplazó una unidad hacia arriba*”.

Cuando el profesor demanda que los alumnos expongan su opinión, a través de preguntas motiva intervenciones explicativas y resulta de sumo interés para los alumnos poder “mover” o “desplazar” el vértice de su posición inicial. El profesor intenta generalizar que, si a la función básica le suman una cantidad, la gráfica se desplaza hacia arriba, y si le restan, hacia abajo. En esta situación hay dos tipos de explicación donde interviene la noción de variación: el modelo del lenguaje natural y el modelo de la representación geométrica, que sirve para visualizar los movimientos.

Enseguida veremos cómo se desplaza el vértice de una función cuadrática básica ( $y=x^2$ ) cuando se le suma una unidad y se eleva al cuadrado ( $y=(x+1)^2$ ).

Extracto 5.16

**P:** Es una parábola  $Y=(x+1)^2$ . Inclusive hasta la podemos ver así,  $y=x^2+2x+1$ , ¿verdad? Luego, el -2 ¿cuánto es? El -2 es 1. Entonces la curva sería así –a ver si estamos de acuerdo–, mientras

que la forma básica sería hasta acá, que es  $y=x^2$ ; la forma sigue siendo la misma. Debemos entender que es la misma curva y lo único que hace la línea es desplazarla ¿hacia dónde?

**Am:** A la izquierda.

**P:** Hacia la izquierda. Y si la quisiéramos mover más hacia la izquierda, ¿qué tendríamos que hacer? Que se sustituya en la forma básica ¿a quién? A  $x$  por  $x+2$  ( $y=(x+2)^2$ ). Si la quiero yo hacia la izquierda, hasta  $-10$ , entonces ¿en dónde se ubicaría  $F$ ? Si la función original es  $f(x)=x^2$  y yo me la quiero llevar hasta el vértice que está en  $-10$ , ¿qué hago?

**Am:** Sería:  $y=(x+10)^2$

B (Gpo-1), pág. 101.

La explicación del profesor toma como referencia a la función básica. Es la misma forma de la curva, pero ahora se desplaza una unidad hacia la izquierda y, si se quiere mover más, se tendría que dar un número negativo cualquiera, como  $-10$ . Al término de las explicaciones sobre el movimiento o el desplazamiento del vértice, el docente resume el tema con la siguiente tabla.

FUNCIÓN	GRÁFICA
$Y=f(x)+c, \quad c>0$	La gráfica $Y=f(x)+c$ desplazada $c$ unidades hacia arriba
$Y=f(x)-c, \quad c>0$	La gráfica $Y=f(x)-c$ desplazada $c$ unidades hacia abajo
$Y=f(x-c), \quad c>0$	La gráfica $Y=f(x+c)$ desplazada $c$ unidades hacia la derecha
$Y=f(x+c), \quad c>0$	La gráfica $Y=f(x+c)$ desplazada $c$ unidades hacia la izquierda
$Y=-f(x),$	La reflexión de la gráfica de $Y=f(x)$ sobre el eje $x$

Se aprecian dos tipos de explicación que implican a la noción de variación. Uno es el modelo del lenguaje natural (desplazamiento hacia arriba, hacia abajo, izquierda, derecha) y el otro el modelo de la representación geométrica, que permite visualizar el desplazamiento de la gráfica o parábola.

## DISCUSIÓN

Se logró identificar una diversidad de perspectivas en las explicaciones de los profesores sobre la noción de función, así como sus ideas acerca de la variación, como la de parámetros –rota, traslada, la sube– o la asignación de un significado geométrico a las funciones (traslación, inclinación, rotación, desfaseamiento, sube o baja, crece o decrece). Además, los docentes le atribuyeron nociones de movimiento a las gráficas y a puntos de referencia como el vértice, el origen o la asíntota (dieron las expresiones se desplaza, sube o baja, se recorre, se mueve o corrimiento).

Consideramos que la estrategia de mover un punto de referencia (el vértice, el origen o la asíntota) fue de gran importancia para que los profesores construyeran sus explicaciones en torno al movimiento de la gráfica y, de ahí, enfatizaran el papel de la noción de variación. Para elaborar sus explicaciones, se auxiliaron de una función básica, como  $f(x)=x$ ,  $f(x)=x^2$ ,  $f(x)=x^3$  y  $f(x)=\sin x$ , entre otras.

Durante las clases registramos cinco tipos de explicación en las que pudo apreciarse la noción de variación:

- El modelo numérico
- El modelo de la representación geométrica
- El modelo algebraico

- El modelo de la comparación a / b
- El modelo del lenguaje natural

Estas fueron las representaciones o modelos que utilizaron los docentes para explicar los contenidos.

Estas formas de explicar la noción de variación en aula, se crean bajo el discurso construido tanto por el maestro como por sus alumnos, atendiendo a la especificidad del saber en juego. Según se sostiene en la teoría de las situaciones didácticas, donde se destaca el hecho de que la situación de aprendizaje genere una serie de interacciones que hagan funcionales la comunicación y el intercambio de ideas. En tal sentido, los episodios que analizamos en el aula están estrechamente ligados con la búsqueda de una explicación satisfactoria para los actores de una interacción didáctica.

Se producen modificaciones de las explicaciones con base en la interacción, la cual es propiciada por una búsqueda de complementariedad entre las versiones de los alumnos y la del maestro. Las intervenciones del profesor con la doble función de solicitar explicaciones y tratar de orientarlas regulan el curso de la clase. La situación de enseñanza se modifica a través del empleo de explicaciones situadas.

Los múltiples ejemplos de las discusiones en las aulas durante el transcurso del semestre pueden ilustrar mejor el desarrollo de las discusiones. Con poco espacio en este documento, se presenta sólo un ejemplo.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Artigue, M. (1991). "Analysis". In D. Tall (De.). *Advanced Mathematical Thinking*. (Capítulo 11, pp.167-198). Mathematics Education Library. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Bartolini Bussi, M.G. (1998). Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian análisis. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A.- Sierpinska (Eds.), *Lenguaje and communication in the mathematics classromm* (pp. 65-84). Reston, VA: NCTM.

Brousseau, G. (1986a). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7/2,33-115.

Candela, A. (1999). *Ciencia en el aula. Los alumnos entre la argumentación y el consenso*. Paidós Educador.

Cantoral, R. (1992). *Acerca de la intuición del rigor: Notas para una reflexión didáctica*. Publicaciones Centroamericanas 6(1): 24-29.

García, M. (1998). *Un estudio sobre la articulación del discurso matemático escolar y sus efectos en el aprendizaje del cálculo*. Tesis de Maestría. CINVESTAV -IPN: Depto. De Matemática Educativa.

Mopondi, B. (1995). Les explications en classe de mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.15/3, 7-52.

National Council of Teachers of Mathematics, (2000). Principles and standards for Teaching Mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*.

Pimm, D. (1991). *El lenguaje matemático en el aula*. Ministerio de educación y ciencia, Ediciones Morata, S. A., España.

Pulido, R. (1998). *Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar*. Tesis Doctoral, CINVESTAV-IPN: Depto. de Matemática Educativa.

Reséndiz, E. (2003). La variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar. Tesis de doctorado, CINVESTAV\_IPN: Depto. de Matemática Educativa.

Tusón, A. & Unamuno, V., (1999). *¿De qué estamos hablando? El malentendido en el discurso escolar*. Revista Iberoamericana de Discurso y Sociedad. Editorial Gedisa, España, Vol.1, núm. 1.