



¿Qué es la Resolución de Problemas?

Juan Luis Piñeiro Garrido

juanluis.pineiro@gmail.com Universidad de Granada

Eder Pinto Marín

pinto.eder@gmail.com Colegio Tabancura

Danilo Díaz-Levicoy

dddiaz01@hotmail.com Universidad de Granada

RECIBIDO EL 8 DE ENERO DE 2015 - ACEPTADO EL 15 DE ENERO DE 2015

RESUMEN

La resolución de problemas es un tema que ha llamado la atención de intelectuales desde los griegos, con la diferenciación que realiza Aristóteles de problema y proposición (Castro, 1991). Siglos después, filósofos, matemáticos y psicólogos se han preocupado de reflexionar y dilucidar sobre los procesos vividos por los resolutores. El objetivo de este artículo es dar una mirada al significado de problema y la resolución de problema desde las distintas perspectivas que puede ser estudiado.

Palabras clave: Resolución de problemas, Educación Matemática, invención de problemas.

ABSTRACT

Problem solving is a topic that has attracted the attention of intellectuals from Greek times to the differentiation that makes Aristotle's problem and proposition (Castro, 1991). Centuries later philosophers, mathematicians and psychologists have been concerned to reflect and clarify the processes experienced by the solvers. The purpose of this paper is to give a look at the meaning of problem and solving problem from different perspectives that can be studied.

Key words: problem solving, mathematics education, problem posing

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática en Chile, así como en muchos países, está centrada en el trabajo con algoritmos y pocas aplicaciones (Aravena, 2011; Aravena y Caamaño, 2007). Algunas investigaciones dejan en evidencia que la enseñanza de la matemática se ha caracterizado por la poca interacción con otras disciplinas, así como la parcelación de los contenidos al interior de la matemática (como por ejemplo álgebra y geométrica) (Díaz y Poblete, 1998; Aravena y Caamaño, 2007; Aravena, Caamaño y Giménez, 2008; Díaz-Levicoy, Mundana y Vergara, 2009; Aravena, 2011), situación que puede ser superada mediante el trabajo adecuado con resolución de problemas (Díaz-Levicoy y Mayorga, 2014); y se han identificado dificultades en la resolución de problemas, específicamente en la comprensión de enunciados y cambio de registro (del verbal al algebraico) (Segura, 2004). Ahora bien, poder realizar cambios que necesitan de unos sustentos teóricos robustos y que se tenga claridad del significado de este tema consustancial de la matemática. En este contexto se hace primordial que todo este conocimiento no se limite a ciertos niveles académicos y llegue efectivamente a las aulas, convirtiéndose, en un conocimiento didáctico del contenido del profesor (Shulman, 1986). Nos parece primordial que los docentes tengan un conocimiento profesional sólido, que tenga como resultado beneficios para sus



estudiantes y que permita a nuestras sociedades avanzar hacia el futuro. Lamentablemente, este conocimiento del profesor no parece estar tan claro entre los estudiosos del tema, y como punto de partida proponemos una revisión a todas las aristas que posee este concepto dentro de la Didáctica de la Matemática.

2. HACIA UNA DEFINICIÓN DE PROBLEMA

La resolución de problemas es un tema central en la matemática. Informes internacionales como los propuestos en “Principios y Estándares para la Educación Matemática” del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003) y el Informe Cockcroft (1985) entregan a esta tarea una relevancia sustantiva. En el desarrollo de la historia del hombre, se ha visto como la resolución de problemas es una de las actividades intelectuales del hombre. Rico (2012) concibe la tarea de resolver problemas como una actividad científica, muy ligada a la educación. Brandsfor y Stein (1986) la describen como “un obstáculo que separa la situación actual de una meta deseada”. Meyer (1986) va más allá y la considera sinónimos de pensamiento y cognición; además hace alusión a la idea de anteriormente expuesta, dónde se está en un estado y se desea llegar a otro sin un camino claro a seguir. Puig (1996) aporta al revisar la literatura psicológica, señalando que la resolución de problemas es un factor del sujeto más que de la situación.

Como vemos son muchas las acepciones y concepciones que podemos encontrar en la literatura, sin embargo en este texto se quiere intentar describir la idea que tiene como centro a la resolución de problemas: los problemas. La Real Academia Española (RAE, 2001), en su vigésimo primera edición define, en una de sus acepciones, problema como: “2. m. Proposición o dificultad de solución dudosa”. En esta definición podemos observar que aparece la noción de solución de forma muy natural. Por tanto, nos atrevemos a plantear que problemas y resolución de problemas son conceptos muy ligados a los cuales es difícil estudiar separadamente. Así, volveremos a lo anteriormente expuesto: la resolución de problemas. Otro autor que relaciona estas nociones es Pelares (1993), quien define problema como situaciones de incertidumbre que producen el efecto de la búsqueda de una solución y a la resolución como el proceso

mediante el cual se realiza. Más aún Foong (2013) plantea que sin importar la definición de problemas que se utilice, lo fundamental es la forma de proceder cuando un sujeto se enfrenta a uno.

3. PROBLEMA ESCOLAR

Las ideas anteriormente expuestas se refieren a la resolución de problemas en general; de manera más específica los problemas escolares tienen características diferentes según sea la disciplina desde que se abordan. Heyworth (1999, citado en Castro, 2008) establece que los problemas corresponden, junto a la adquisición de un cuerpo de conocimientos organizado, a uno de los dos objetivos que tiene la enseñanza de las ramas de las ciencias.

En el caso de la Educación Matemática, las acciones intencionadas que realizan los docentes para provocar aprendizaje en sus estudiantes se suelen describir como tareas matemáticas (Lupiañez, 2014), sin embargo parece ser una definición muy genérica. En Chile, el Centro Félix Klein, enmarcado en un modelo por competencias, utiliza una organización basada en la concepción del trabajo matemático; en ella describen cuatro tipos de trabajo matemático, situados en parejas, en dos niveles. En el primer nivel, denotado por el saber hacer, están las tareas matemáticas (familia de problemas que permiten acceder a un aprendizaje) y las técnicas o procedimientos. En un nivel superior, o centrado en el saber, tenemos la tecnología (entendida como elementos que permiten describir, explicar y hacer comprensibles las técnicas) y la teoría (elementos que justifican el funcionamiento de las técnicas). No obstante, para este caso usaremos la clasificación realizada por Foong (2002, 2013) que surge desde su tesis doctoral; en ella parte de la misma premisa de Lupiañez (2014) y establece que las actividades presentadas a los alumnos, tanto por profesores como en los libros de texto, corresponden a tareas matemáticas. Esta clasificación tiene como criterio el uso en objetivo de enseñanza. De ella se desprenden dos grandes grupos: tareas rutinarias y problemas.

4. TIPOLOGÍA DE PROBLEMAS ESCOLARES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Como se indicó anteriormente, en este reporte utilizaremos la clasificación que plantea Foong (2002); que se esquematiza en la figura 1.



Figura 1: Clasificación de problemas según Foong (2002)

La primera diferenciación, que detallamos a continuación, es entre problemas de estructura cerrada y de estructura abierta o investigaciones o proyectos matemáticos.

4.1. Problemas de estructura cerrada.

Se caracterizan por ser bien estructurados, puesto que se componen de tareas claramente formuladas, en donde la respuesta correcta siempre puede determinarse a partir de los datos que se necesiten y que aparecen en el problema; dentro de este grupo se consideran tanto problemas rutinarios de contenido específico que se podrían solucionar en varios pasos, como problemas no rutinarios basados en las heurísticas.

- *Problemas rutinarios*: en estos problemas el énfasis está en aprender la matemática para aplicarla cuando se resuelven problemas, después del aprendizaje de un tema específico. Generalmente se usan para evaluar las habilidades de razonamiento analítico de mayor nivel. Son usados para enseñar métodos de resolución de problemas, haciendo énfasis en la aplicación de modelos luego de aprender un tema específico. En esta categoría podríamos encasillar lo que Puig y Cerdán (1998) nominan como problemas aritméticos escolares.
- *Problemas no rutinarios*: o problemas de

proceso, que ponen énfasis en la utilización de estrategias heurísticas para trabajar problemas no conocidos. El énfasis, como ya se enunció, recae en la utilización de estas estrategias. Generalmente no son específicos a un dominio o tema específico. Estos problemas contienen muchos casos a considerar, por lo que son muy útiles al momento de demostrar los procesos que se deben realizar al razonar y desarrollar la estrategia heurística utilizada. Una consideración importante que hace el autor es la necesidad de conocer el tópico matemático en cuestión en el problema para poder resolverlo con éxito

4.2. Problemas de estructura abierta.

Los problemas abiertos son generalmente "mal estructurados", debido a que no tienen una formulación estándar ni son claros, esto pues faltan datos o supuestos y no hay procedimientos establecidos que garanticen llegar a una respuesta correcta. Este tipo de problemas pueden ser problemas reales aplicados, investigaciones matemáticas (perfeccionarse como resolutor) o preguntas cortas abiertas (pensamiento divergente o comprensión específica de un tema).

- *Problemas reales aplicados*: son problemas que comienzan con una situación real y se busca la matemática presente en él.



- *Investigaciones matemáticas*: actividades abiertas para explorar y disfrutar las matemáticas, brindando oportunidades para desarrollar el pensamiento creativo y divergente. Este tipo de problemas permite a los estudiantes que perfeccionen sus propios sistemas, a fin de generar resultados a partir de la exploración, tabulación de datos para encontrar patrones, proponer conjeturas y comprobarlas, y justificar y generalizar los hallazgos.
- *Problemas de final abierto corto*: usados para lograr una comprensión acabada sobre un tema. Son problemas con muchas respuestas posibles y que se pueden resolver de distintas maneras.

5. INVENCION DE PROBLEMAS

Al igual que problemas y resolución parecen ser consustanciales, la resolución de problemas y la invención de estos son elementos que difícilmente pueden ser separados. Castro (2008) nos hace ver que la invención de problemas es una actividad que se encuentra “recogida en algunas de las fases o etapas que se han dado para la resolución de problemas” (p. 123). Esta actividad está definida como la creación de problemas nuevos, partiendo de situaciones determinadas (Castro, 2008; Castro, 2011; Espinoza, Lupiáñez y Segovia, 2014). Estas situaciones pueden estar determinadas por el momento en el que se realiza la acción de inventar el problema: antes, durante o después (Castro, 2008; Castro, 2011); o como plantea Cázares (2000, citado en Castro, 2011) desde “dentro del proceso de resolución de problemas” (p. 3) o desde el contacto del estudiante con su medio. Finalmente, otra categorización la realiza Silver (1994, citado en Castro, 2011) está relacionada, también, con el ámbito de actuación; este autor plantea que se pueden crear problemas a partir de situaciones cualquiera o de la parcelación de problemas difíciles, en varios más fáciles.

La realización de estas tareas de invención de problemas pueden darse de forma libre, es decir, sin ninguna condición; también podrían ser semiestructurada o basadas en alguna experiencia o situación, o bien estructuradas, planteando un problema reformulado o cambiando sus condiciones (Espinoza, Lupiáñez y Segovia, 2014).

6. HEURÍSTICOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cuando se habla de heurísticos en Educación Matemática, generalmente, se relaciona a la enseñanza de la resolución de problemas. Esto debido a que los heurísticos podrían definirse como estrategias usadas para avanzar a la solución de un problema (Foong, 2013). Polya (1979) es uno de los pioneros en establecer esta idea, que Castro (1991) denomina dirección; esta noción se enmarca en los aportes de la Teoría de Gestalt e intentó determinar unas fases que seguiría el sujeto para encontrar la solución a un problema. Dichas fases se usaron y usan para enseñar a resolver problemas.

Polya (1979) planteó una serie de fases desde el punto de vista del comportamiento del resolutor ideal, las fases propuestas por este autor son: comprensión del problema, diseño del plan, ejecución y verificación de la solución obtenida.

En la tabla 1 se pueden ver algunas de las recomendaciones que entrega para ayudar en el proceso de resolución.



Tabla 1: Etapas de resolución de problemas de Polya (Resnick y Ford, 1992)

<p>Primero Tiene que comprender el problema</p>	<p>COMPRESIÓN DEL PROBLEMA ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuáles son las condiciones? ¿Es posible cumplir con las condiciones? ¿Son suficientes las condiciones para hallar la incógnita? ¿O son insuficientes? ¿O son contradictorias? Dibuje una figura. Adopte una notación adecuada. Separe las diferentes partes de las condiciones. ¿Puede ponerlas por escrito?</p>
<p>Segundo Descubra las relaciones entre datos e incógnita. Puede verse obligado a tener en cuenta problemas auxiliares, si no encuentra una relación inmediata. Deberá llegar a obtener un plan de resolución.</p>	<p>CONCEPCIÓN DE UN PLAN ¿Se ha encontrado antes con el problema? ¿O lo ha visto antes de forma algo diferente? ¿Conoce algún problema relacionado? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire la incógnita. E intente recordar algún problema familiar que tenga incógnita igual o parecida. He aquí un problema relacionado con el suyo, y que se ha resuelto antes. ¿Podría utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Debería introducir algún elemento auxiliar para poderlo utilizar? ¿Podría replantear el problema? ¿Podría volverlo a replantear de otra forma diferente todavía? Vuelva al planteamiento original. Si no puede resolver el problema propuesto, intente resolver primero algún problema que se relacione con el mismo. ¿Podría imaginarse algún problema más sencillo, relacionado con el mismo? ¿Algún problema más general? ¿Algún problema más particular? ¿Algún problema análogo? ¿Podría resolver una parte del problema? Mantenga sólo una parte de las condiciones, abandone la otra parte; ¿hasta qué punto se determina entonces la incógnita, cómo puede variar? ¿Podría extraer algo práctico a partir de los datos? ¿Podría pensar en otros datos adecuados para que la incógnita? ¿Podría cambiar la incógnita o los datos, o las dos cosas si hace falta, para que la incógnita esté más próxima a los datos nuevos? ¿Ha utilizado todos los datos? ¿Ha utilizado todas las condiciones? ¿Ha tenido en cuenta todos los conceptos esenciales que interviene en el problema?</p>
<p>Tercero Lleve a cabo su plan</p>	<p>LLEVAR A CABO EL PLAN Cuando lleve a cabo su plan de resolución, compruebe cada paso. ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrar que es correcto?</p>
<p>Cuarto Examine la solución obtenida</p>	<p>REVISIÓN ¿Puede comprobar el resultado? ¿Puede comprobar el razonamiento? ¿Puede extraer el resultado de otra manera? ¿Puede percibirlo a primera vista? ¿Puede utilizar el resultado, o el método, para algún otro problema?</p>



Otra perspectiva para mirar las fases, mucho más instruccional, sería las de Mason, Burton y Stacey (1992) que describen el proceso de resolución de problemas haciendo hincapié en los afectos. Esta descripción hace referencia a procesos, fases y estados:

- Procesos:
 - Particularizar/generalizar
 - Conjeturar
 - Demostrar
- Fases:
 - Abordaje
 - Ataque
 - Revisión
- Estados:
 - ¡Ajá!
 - Atascado

En la primera fase de *abordaje* se sugiere realizar una exploración o familiarización detallada, de forma de tener más de un punto de vista para verla, pues de la cantidad de ideas que aparezcan ahí, puede surgir una respuesta o si la elegida falla, tendremos otro camino a seguir. En una segunda fase de *ataque* es importante la toma de decisiones acerca de la forma de desarrollar la estrategia elegida en la fase anterior; esta fase aparecerán los estados de ¡Ajá! cuándo se encuentre algún camino posible o de atasco cuándo el camino se escabulla de nuestra vista. Finalmente, la *revisión* permitirá una autocorrección y posibles generalizaciones, así como la generación de nuevos problemas cambiando datos u interrogantes. Los procesos, por su parte, serán las formas de abordar el problema. Destacable es el hecho que claramente se debiese comenzar por el *abordaje* y terminar por la *revisión*, sin embargo un proceso de resolución obliga a volver a atrás, realizando nuevos abordajes (Mason, Burton y Stacey, 1992)

Otra descripción de fases bastante exitosa fue la realizada por Brandsford y Stein (1986). El llamado método I.D.E.A.L. Sigue el modelo desarrollado por Polya, pero subdivide algunos pasos en otros. Cada una de las letras de su nombre (es una sigla) corresponde a una fase de resolución.

I: Identificación del problema

D: Definición y representación del problema

E: Escoger una estrategia de solución y elaborar un plan

A: Actuar según el plan

L: Logros. Evaluar lo realizado.

Miguel de Guzmán (2006) partiendo de las ideas de los autores antes señalados, elaboró un modelo para la solución de problemas, donde incluye tanto las decisiones ejecutivas de control como las heurísticas. La meta de este autor es que estudiante examine y remodele sus propias formas de pensar de manera sistemática a fin de eliminar los obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, en otras palabras un *pensamiento de buena calidad* (Herrera, 2008). El modelo para la ocupación con problemas consta de las siguientes fases:

1. Familiarización con el problema:

- Trata de entender a fondo la situación.
- Con paz, con tranquilidad, a tu ritmo.
- Juega con la situación, piérdete el miedo.

2. Búsqueda de una (s) estrategia (s):

- Empieza por lo fácil.
- Experimenta.
- Haz un esquema, una figura un diagrama.
- Escoge un lenguaje adecuado, una notación apropiada.
- Busca un problema semejante.
- Induce.
- Supongamos el problema resuelto.
- Supongamos que no está resuelto.

3. Lleva adelante tu estrategia

- Selecciona las mejores ideas que se te han ocurrido en la fase anterior.
- Actúa con flexibilidad. No te cierres en una idea, si las cosas se complican busca otra vía.
- ¿Salió? ¿seguro? Mira a fondo tu solución.

4. Revisa el proceso y saca consecuencia de él.

- Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? ¿por qué no has llegado?
- Trata de entender no solo que la estrategia funciona sino por qué funciona.
- Examina si encuentras un camino más simple.
- Mira hasta donde has usado un método
- Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento y saca algunas conclusiones y experiencias, para el futuro.

Como se puede ver, las propuestas de fases de resolución, estrategias o heurísticos para resolver



problemas son bastante similares y difieren en la especificidad de las fases. Foong (2013) plantea que además de estas heurísticas “generales”, existen otras específicas que serían de ayuda para problemas concretos. Entre ellas encontramos:

- Actuar el problema
- Utilizar un diagrama
- Dibujar esquemas de barras
- Hacer una lista sistemática
- Buscar patrones y utilizarlos
- Ensayo y error
- Trabajar hacia atrás
- Usar la noción antes-después
- Dividir el problemas en partes
- Resolver un problema más sencillo
- Conjeturar

7. INVESTIGACIÓN y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Finalmente, la resolución de problemas es una línea de investigación consolidada más en la Educación Matemática. Castro (2008) hace notar que desde los pioneros como Polya, y años después Schoenfeld, existe un desinterés por parte de la comunidad científica en esta área de investigación, no obstante los en los últimos años parece que esto ha comenzado a dejar de ser así. Prueba de ello son las publicaciones de ZDM “*Problem solving around the world – Summing up the state of the art*” del 2008 y de TME, “*International Perspectives on Problem Solving Research in Mathematics Education*” del 2011.

No existe aún acuerdo entre los investigadores para una sistematización de las investigaciones realizadas. Sin embargo, nos parece que la tipología que realiza Castro (2008) es simple y permite una clarificación de lo realizado hasta la fecha. Este autor manifiesta que es posible agrupar las investigaciones sobre resolución de problemas unas referidas a su enseñanza y otro, referido a como pensamos mientras resolvemos problemas.

Esta última pareciera ser un foco prioritario debido a los, hasta el momento, infructuosos avances en torno a la enseñanza. Un ejemplo de una investigación sobre como pensamos cuando resolvemos problemas es la realizada por Espinoza, Lupiañez y Segovia (2014); en ella se realiza un estudio exploratorio descriptivo que caracteriza o describe a estudiantes con talento

en matemáticas en tareas de invención de problemas. Para esta cuestión, se enmarca teóricamente desde tres nociones:

- El talento matemático
- Los problemas aritméticos verbales
- La invención de problemas.

El marco metodológico, como ya se dijo, es de tipo exploratorio y descriptivo, la descripción se hace a través de datos cuantitativos. En esta investigación se evalúa la invención de dos problemas; en ella se clasificaron las respuestas y se les aplicaron categorías de análisis referidas a la estructura sintáctica, matemática y semántica. Los resultados arrojaron que los estudiantes talentosos inventan problemas de:

mayor riqueza que los inventados por el grupo estándar, ya que están conformados por una mayor cantidad de proposiciones y tipos de números, requieren de más pasos y procesos de cálculo distintos para ser resueltos y presenta una mayor cantidad de relaciones semánticas distintas (Espinoza, Lupiañez y Segovia, 2014, p. 52).

También se pudo observar “algunos indicios del uso de la invención en la identificación de estudiantes con talento matemático” (p. 53).

8. CONCLUSIÓN

La resolución de problemas es una actividad reconocida como de suma importancia dentro de los sistemas educativos (Castro y Ruiz, 2015). La concepción que se tenga de ella es preponderante para la forma en que se pueda desarrollar en los distintos ámbitos en los que se ha abierto un espacio. Durante la lectura de este artículo hemos desarrollado las diferentes áreas en las que toma un significado esta actividad. La resolución de problemas es una actividad inherente al ser humano; es una actividad transversal de la matemática; forma parte de la actividad científica; es una actividad de socialización y significación que permite entender la matemática con su propia lógica (Charnay, 1994). Así, podemos decir que esta actividad se puede entender desde diferentes perspectivas o focos que en solo en su conjunto permiten dilucidar las complejas redes que forman el significado de resolución de problemas.



Cada una de las aristas de este concepto que hemos revisado nos permiten entender de mejor manera cual ha de ser el lugar que debe tener dentro de nuestra actividad profesional, ya sea investigativa o educativa. En síntesis, podemos observar como la resolución de problemas es investigación, es ciencia, es educación; tomando en cada una de estas nociones, matices diferentes que a profesionales de la educación o científicos corresponde conocer; solo de esta forma podrá tomar el lugar que merece y que debe tener en las diferentes áreas en las que tiene un ámbito de actuación en el que aportar.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Aravena, M. (2011) Resolución de problemas y modelización geométrica en la formación inicial de profesores. *Acta XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife, Brasil.
- Aravena, M. y Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca-Chile. *Revista Estudios Pedagógicos*, XXXIII(2), 7-25.
- Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(1), 49-92.
- Brandsford, J. y Stein, B. (1986). *Solución IDEAL de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Madrid: Labor.
- Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*. Memoria de Tercer Ciclo, Universidad de Granada. Granada, España.
- Castro, E (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y B. Lorenzo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Castro, E. (2011). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 1-15). Granada: Universidad de Granada.
- Castro, E. y Ruíz, J. F. (2015). Matemáticas y resolución de problemas. En P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 89-107). Madrid: Pirámide.
- Cázares, J. (2000). La invención de problemas en escolares de primaria. Un estudio evolutivo. Memoria de Investigación de 3º ciclo, Universidad de Granada. Granada, España.
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I. Sainz (Eds.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 51 – 64). Buenos Aires: Paidós.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: informe Cockcroft*. Madrid: MEC-Labor.
- De Guzmán, M. (2006). *Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Madrid: Pirámide.
- Díaz, M. V. y Poblete, A. (1998). Resolver tipos de problemas matemáticos. ¿Una Habilidad Inhabilitante? *Revista Épsilon*, 42, 409-423.
- Díaz-Levicoy, D. y Mayorga, A. (2014). La resolución de problemas como herramienta para la integración de contenidos matemáticos. *Revista Investigaciones en Educación*, XIV (1), pp. 25-42.
- Díaz-Levicoy, D., Mundana, F. y Vergara, J. (2009). Propuesta para la enseñanza del Teorema de Thales mediante resolución de problemas. *Revista Perspectivas Educativas*, 10, 283-297.
- Espinoza, J., Lupiáñez, J.L, y Segovia, I. (2014). Caracterización de estudiantes con talento en matemática mediante tareas de invención de problemas: un estudio exploratorio. En J. L. González, J. A. Fernández-Plaza, E. Castro- Rodríguez, M. T. Sánchez-Compañía,



- C. Fernández, J. L. Lupiáñez y L. Puig (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática - 2014* (pp. 45-54). Málaga: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Foong, P. Y. (2002). The Role of Problems to Enhance Pedagogical Practices in the Singapore Mathematics Classroom. *The Mathematics Educator*, 6(2), 15 – 31.
- Foong, P. Y. (2013). Resolución de problemas en matemática. En Yee, L. P. (Ed.), *La enseñanza de la matemática en la Educación Básica* (pp. 65-91). Santiago: Academia Chilena de la Ciencia.
- Herrera, S. A. (2008). *Bases conceptuales y referentes teóricos de la Didáctica de la Matemática*. Santiago: Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.
- Heyworth, R. M. (1999). Procedural and conceptual knowledge of expert and novice students for the solving of a basic problem in chemistry. *International Journal Science Education*, 21(2), 195- 211.
- Lupiáñez, J. L. (2014). *Tareas que promueven el desarrollo de la competencia matemática*. Conferencia presentada en Ciclo de conferencias en Educación Matemática de Gemad (8 de marzo de 2014). Bogotá.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1992). *Pensar Matemáticamente*. Madrid: MEC-Labor.
- Meyer, R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Perales, F. J. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(2), 170-178.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México D. F.: Trillas.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.
- Puig, L y Cerdán, F. (1995). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- RAE (2001). *Diccionario de la lengua española*. Madrid: Autor.
- Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Buenos Aires: Paidós.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 39 – 63.
- Segura, S. (2004). Sistemas de ecuaciones Lineales: Una Secuencia Didáctica. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(1), 49 – 78.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Silver, E. (1994). On Mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1) 19-28.