

APLICACIÓN DE TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA A LA TRANSFORMACIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL PERIÓDICO A FRACCIÓN

Nezah Fuentes, Maribel Ñanco, Caroline Salazar

Escuela de Pedagogía en Matemática y Estadística Universidad de las Américas. Chile
nezah_fuentes95@hotmail.com, maribelnanco@gmail.com, caroline.salazar4@gmail.com

Resumen

Se describe la Transposición Didáctica de Chevallard (1997) aplicado a la transformación de un número decimal periódico a fracción. Para el desarrollo de este trabajo se analizará la transformación, donde veremos cómo se presenta este contenido en el saber erudito, en las bases curriculares, textos escolares, etc. También se apreciará diferencias y semejanzas entre el saber sabio y como se plantea e ilustra el conocimiento en los textos que reciben los estudiantes. Por otra parte se planteará una Propuesta de Enseñanza que ayude al proceso de comprensión del algoritmo de la transformación y como se espera que se haya aprendido.

De lo sabio a lo que se enseña

En muchas ocasiones cuando se introduce el contenido de la transformación de un número decimal a fracción en el aula escolar, se deja de lado el algoritmo de aquel contenido, aunque aparezca en los programas de estudios, esto no llega a la enseñanza de los estudiantes. Si se indaga en los textos formales del saber sabio o erudito, el tratamiento que se da a este objeto de estudio es por medio de este algoritmo, sin embargo en la sala de clases de los primeros medios se les enseña por medio de una conducta de relato, haciendo que se pierda el sentido y la base histórica del contenido.

Saber Sabio o Erudito: Como llegar a una fracción, partiendo de un decimal periódico

En el libro “El sistema de los números reales” (1964), de la National Council of Teachers of Mathematics se señala que el método a utilizar mediante el algoritmo de la transformación de un número decimal a fracción, se parte mediante una ecuación donde la incógnita toma el valor del decimal, para luego amplificar por una potencia de diez equivalente a la cantidad de números que existe debajo de la testa del periodo. Luego se le debe restar la primera ecuación a la segunda, donde esto hará que el periodo desaparezca. Continuando, se debe amplificar por el inverso del coeficiente que acompaña a la incógnita, de tal forma que el valor que esta tome debe ser la fracción equivalente al decimal periódico. Finalizando se debe simplificar la fracción hasta que el numerador y el denominador sean primos relativos entre sí.

Además el texto antes mencionado entrega el algoritmo en siete pasos, como se presenta a continuación:

Propuestas para la enseñanza de la matemática

1. Encuéntrese la longitud del período; es decir, el número de dígitos del período.
2. Multiplíquese (el decimal) por la potencia de diez que llevará todo un período hacia la izquierda.
3. Réstese el decimal original.
4. Fórmese una fracción del resultado.
5. Calcúlese que múltiplo del valor original resultó de los pasos 2 y 3.
6. Divídase entre el resultado del paso 5. El resultado de la división es una fracción cuyo valor es el mismo que el del decimal original.
7. Simplifíquese la fracción.

Noosfera: Programa de Estudio y Marco Curricular de Primer Año Medio (Versión Chilena).

A continuación se presenta los Objetivo Fundamental (OF) y los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) encontrados en el Marco curricular del Ministerio de la Educación, incluyendo también el Aprendizaje Esperado (AE), Indicadores de Evaluación (IE) y un Ejemplo Sugerido por el programa de Estudio, asociados con la transformación de números decimales periódicos a fracción.

- OF:
 - 2) Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.
- CMO:
 - 3) Justificación de la transformación de números decimales infinitos periódicos
- AE 02: Justificar matemáticamente que los decimales periódicos son números racionales.
- IE:

Justifican los pasos de un procedimiento para expresar como cociente de enteros un número decimal periódico.
- Ejemplo sugerido en el programa:

Observaciones al docente: Para el caso de un número decimal infinito periódico, el profesor podría plantear, por ejemplo, la siguiente ecuación, usando el decimal 0,666... (Se repite el número 6 infinitamente): $x = 0,666\dots$

Amplificando ambos lados por 10, tendrá: $10 \cdot x = 10 \cdot 0,666\dots$

Restando la primera ecuación a la segunda, se obtiene: $9 \cdot x = 6$

Y multiplicando por el inverso multiplicativo de 9, se obtiene: $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Texto Escolar: Como se presenta el contenido a los estudiantes de Primer Año Medio

El texto escolar nos muestra la transformación de un número decimal periódico a fracción, por medio del algoritmo, sin embargo entrega una ecuación de forma más directa (Figura 1)

sin aclarar que el procedimiento trabajado es el el algoritmo antes mencionado y de los siete pasos descritos en el saber sabio, lo reducen a tres pasos donde incluyen el tratamiento algebraico de forma mas acotada. Además la conducta de relato utilizada por los profesores, no aparece en el texto escolar.

Al realizar una comparación del texto con los programas de estudio de primer año medio, se puede apreciar que existe una semejanza en cierto proceder, además en los programas de estudios se nombre como una observación hacia el docente, para que ellos puedan abordar el contenido utilizando una forma “no común” en el aula escolar, donde tampoco se nombra que es en base al algoritmo, lo cual llega a otra semejanza con el texto escolar.

Paso 1 ▶ Sea $x = 0,33\dots$

Paso 2 ▶ Al multiplicar por 10 a ambos lados de la igualdad, se tiene:

$$10 \cdot x = 3,33\dots$$

Paso 3 ▶ Al restar los valores obtenidos en el paso 2 y en el paso 1, se tiene que:

$$10x - x = 3,33\dots - 0,33\dots \rightarrow 9x = 3 / \cdot \frac{1}{9} \rightarrow 9 \cdot \frac{1}{9}x = 3 \cdot \frac{1}{9} \rightarrow x = \frac{3}{9} \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Entonces, el tercer amigo sí estaba en lo correcto. Por lo tanto, los números decimales finitos e infinitos periódicos son números racionales, ya que pueden ser expresados como fracción.

Figura 1: Ejemplo que entrega el libro del Estudiante de 1° Medio, Transformación de números decimales periódicos a fracción. (S.M.Chile, Pág. 12)

Saber Enseñado: Propuesta de cómo enseñar el Algoritmo de Transformación de decimales periódicos a fracción

Al proponer una forma de enseñanza sobre la transformación de un número decimal periódico a fracción, en nuestras aulas escolares se desarrolla un procedimiento (bajo una conducta de relato) que tiene por objetivo que los estudiantes apliquen este tipo de transformación, sin embargo los estudiantes no alcanzan a conocer la base teórica de aquello y aprenden una forma mecanizada de proceder con aquel contenido. A lo que se menciona como una conducta de relato, es cuando el profesor expone lo siguiente: “Se coloca el número decimal sin coma, después se resta lo que esta antes del periodo y luego se divide por tantos nueves como tantos dígitos tenga el periodo”. Por ejemplo:

1. $3, \overline{7} = \frac{37-3}{9} = \frac{34}{9}$
2. $4, \overline{79} = \frac{479-4}{99} = \frac{475}{99}$
3. Así sucesivamente con esta conducta de relato.

A continuación se propone una forma de enseñar el contenido utilizando el algoritmo de la transformación de número decimal periódico a fracción:

El objetivo de la actividad es que logren comprender mediante el descubrimiento y mediación del profesor, el algoritmo de la transformación de números decimales a fracción sin necesidad de utilizar la conducta de relato.

Esta actividad se realizará por medio de una secuencia de preguntas. De modo que asocien lo que ven en las diferentes expresiones algebraicas equivalentes ($x = 0, \overline{3} \wedge 10x = 3, \overline{3}$), donde la pregunta inicial es “¿Las expresiones son mayores, menores o equivalentes?”. Las expresiones estarán a partir de la primera, que solamente serán multiplicadas por una potencia de diez. Cuando los estudiantes hayan relacionado las expresiones y lleguen a la conclusión de que son todas equivalentes se pasará a la siguiente etapa.

Luego se preguntará “¿Qué pasará cuando operamos con las expresiones, es decir, restamos dos expresiones equivalentes?”. El fin es que logren analizar que el periodo desaparece con la resta de las dos expresiones cuales quieran que escojan. Después queda una expresión donde se puede amplificar por el inverso del coeficiente que acompaña a la incógnita, quedando expresado de forma fraccionaria.

Saber Aprendido: Lo que se espera que los estudiantes aprendan del contenido

Se espera que los estudiantes conozcan y comprendan el algoritmo de la transformación de número decimal periódico a fracción, con la finalidad de que obtengan una base teórica que sustenten la “técnica” que permite transformar el decimal periódico a una fracción.

Conclusiones

Al analizar toda la trayectoria que debe pasar la transformación de números decimales periódicos a fracción, en compañía de la teoría de transposición didáctica de Chevallard, se observan los cambios significativos por los que debe pasar el conocimiento, desde el punto de vista del saber erudito, que quizás es más difícil de enseñar, pero que a través de la teoría mencionada anteriormente se adapta sin necesidad de pasar a llevar el concepto y las razones de las cuales se creó el algoritmo. Se propone que con esta investigación que muestra la transposición, cree cambios poderosos en los profesionales que se dedican al traspaso de dichos conocimientos y logren llegar a sus estudiantes con el material de apoyo que le da el ministerio de la educación, como un complemento y no un distractor.

Referencias bibliográficas

Chevallard, Y. (1997) *La Transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: AIQUE grupo Editor.

Del Valle Elgueta, J; Muñoz Díaz, Gerardo; Santis Ávalos, M. (2014). *Matemática Primer Año Medio*. Santiago de Chile: S.M. Chile.

Gobierno de Chile. (2011). *MATEMÁTICA Programa de Estudio Primer Año Medio*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

Propuestas para la enseñanza de la matemática

Gobierno de Chile. (Actualización 2009). *Marco Curricular: Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

National Council of Teachers of Mathematics. (1964). *El sistema de los números reales, Tomo 11 1ª edición en español*. E.E.U.U.: Trillas.