

ERRORES Y DIFICULTADES DE ESTUDIANTES MEXICANOS DE PRIMER CURSO UNIVERSITARIO EN LA RESOLUCIÓN DE TAREAS ALGEBRAICAS

José García Suárez, Isidoro Segovia y José Luis Lupiáñez

Universidad de Granada

Resumen

En diversas investigaciones se ha puesto de manifiesto las dificultades que presenta el aprendizaje del álgebra en niveles preuniversitarios. La persistencia de errores al resolver tareas algebraicas en niveles universitarios observados en la práctica docente sugiere ampliar ese estudio a dichos niveles. En esta comunicación se recogen algunos resultados que se obtuvieron al aplicar una prueba a 153 estudiantes universitarios. Los resultados obtenidos muestran un alto índice de alumnos que presentan grandes deficiencias en sus conocimientos algebraicos básicos que no corresponden al nivel en donde se aplica la prueba. De este trabajo surge la idea de continuar con la investigación en esta dirección para profundizar el análisis de las probables causas que originan las dificultades que están en la base de esos errores.

Palabras clave: Álgebra, errores, estudiantes universitarios, tareas algebraicas

Abstract

In diverse investigations there have been revealed the difficulties that the learning of the algebra presents in pre-university levels. The persistence of errors in solving algebraic tasks in university level teaching practice observed in this study suggests extending these levels. In this work shows some results obtained by applying a test to 153 university students. The results show a high rate of students with serious deficiencies in basic algebraic skills that do not correspond to the level where the test is applied. From this work the idea arises to continue with the investigation in this direction to deepen the analysis of the probable causes that originate the difficulties that are in the base of those errors.

Keywords: Algebra, algebraic tasks, errors, university students

Introducción

Los errores son un tema de constante malestar en los docentes de todos los niveles educativos. En el desarrollo de la construcción de conocimientos matemáticos se presentan de manera sistemática los errores y es por eso que dicho proceso debe considerar criterios de diagnóstico, corrección y superación de los mismos.

Evidentemente, estos errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y es imprescindible que los estudiantes los reconozcan y admitan la necesidad de superarlos a fin de obtener logros de aprendizaje. Su análisis sirve para ayudar al docente a organizar estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades, y contribuyen a una mejor preparación de instancias de corrección.

García Suárez, J., Segovia, I. y Lupiáñez, J. L. (2011). Errores y dificultades de estudiantes mexicanos de primer curso universitario en la resolución de tareas algebraicas. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 145-155). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Numerosas investigaciones (Bednarz, Kieran y Lee, 1996; Palarea, 1998; Fernández, 1997; Socas y Palarea, 1997; Kieran, 2006) han puesto de manifiesto las dificultades que presenta el aprendizaje del álgebra en niveles preuniversitarios. Estas investigaciones, desde una perspectiva cognitivista, se centran en el análisis de los errores que tienen los alumnos cuando resuelven tareas algebraicas y en la asociación de estos errores a diferentes tipos de dificultades (Ruano, Socas y Palarea, 2008), para después proponer y llevar a cabo propuestas curriculares que palien estas dificultades. La persistencia de errores en niveles universitarios observados en la práctica docente sugiere ampliar estos estudios a dichos niveles (Caputo y Macías, 2006).

En este trabajo se presentan resultados de un estudio exploratorio donde se pone de manifiesto que alumnos de primer curso de nivel licenciatura del Centro Universitario de la Costa Sur de la Universidad de Guadalajara, México, presentan un rendimiento claramente deficiente en la resolución de tareas algebraicas relativamente sencillas y propias de cursos no universitarios. En dicho estudio, los alumnos presentan una amplia gama de errores en la resolución de las tareas cuyo origen podría ser orientador para establecer propuestas curriculares que eviten estas tipologías de errores.

Así pues, este trabajo se centra en el análisis de los resultados estadísticos de las pruebas aplicadas así como el estudio de los errores que presentan estos estudiantes, así como en el análisis y la categorización de esos errores.

Objetivos

El objetivo de este trabajo fue el identificar, categorizar y analizar los errores en la resolución de tareas algebraicas cometidos por alumnos de nuevo ingreso en la universidad. Para ello se analizaron las respuestas de 153 sujetos en pruebas aplicadas durante el segundo semestre del calendario escolar 2008. De manera inicial se revisaron las respuestas de los alumnos identificando y tipificando los errores comunes en las pruebas examinadas de acuerdo con unas categorías propias propuestas considerando los contenidos de los ítems analizados; después se compararon estas categorías con algunas clasificaciones encontradas en la literatura previamente revisada. La continuidad del estudio se centrará en la exploración, el análisis y la descripción de las causas de los errores encontrados.

Marco teórico

La investigación en torno a los errores en el proceso de aprendizaje es una de las principales preocupaciones actuales de la Educación Matemática. Lupiáñez (2009), a partir de la propuesta de Rico (1995), propone cuatro prioridades de la investigación en torno a los errores:

1. Análisis, causas y tipologías de errores
2. Tratamiento curricular de los errores
3. Los errores y la formación del profesorado
4. Técnicas de análisis de los errores

Rico (1995) y Lupiáñez (2009) también presentan varias propuestas para la categorización de los errores así como investigaciones centradas en cada una de las líneas anteriores.

En Socas (1997), se consideran tres ejes, que permiten analizar el origen del error. De esta forma, podemos situar los errores que cometen los alumnos en relación con tres orígenes distintos:

- **Obstáculos:** conocimientos adquiridos que demuestran su afectividad en ciertos contextos pero no válidos en otros.
- **Ausencia de sentido:** relacionado en las distintas etapas de aprendizaje de un sistema de representación, semiótica, estructural y autónoma.
- **Actitudes afectivas y emocionales:** Los errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales tienen distinta naturaleza: faltas de concentración (excesiva confianza), bloqueos, olvidos, etc.

A continuación se presentan algunas categorizaciones y clasificaciones realizadas por diferentes autores y teniendo en cuenta distintos enfoques.

En Radatz (1979) propone una taxonomía de errores a partir del procesamiento de la información, estableciendo cinco categorías generales para este análisis:

1. Errores debidos a dificultades de lenguaje.
2. Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.
3. Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.
4. Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento, que generalmente son causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas. Se subdividen en cinco subtipos:
 - Errores por perseveración, en los que predominan elementos singulares de una tarea o problema.
 - Errores de asociación, que incluyen razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares.
 - Errores de interferencia, en los que operaciones o conceptos diferentes interfieren con otros.
 - Errores de asimilación, en los que una audición incorrecta produce faltas en la lectura o escritura. Cuando la información es mal procesada debido a fallas de percepción.
 - Errores de transferencia negativa a partir de tareas previas.
5. Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes, que surgen con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes.

En Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), se hace una clasificación empírica de los errores, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizadas por expertos.

De acuerdo con la metodología propuesta, se determinan seis categorías descriptivas para clasificar los errores encontrados. Estas categorías son:

1. Datos mal utilizados.
2. Interpretación incorrecta del lenguaje.
3. Inferencias no válidas lógicamente.
4. Teoremas o definiciones deformados.
5. Falta de verificación en la solución.
6. Errores técnicos.

En lo que respecta a los errores asociados al álgebra, en Caputo y Macías (2006) se realiza un estudio desarrollado con alumnos de la asignatura Álgebra I, en el cual se destaca la importancia de considerar que los errores de los alumnos son valiosos indicadores de los procesos intelectuales que ellos desarrollan. Por lo tanto, es importante analizarlos, para tratar de determinar las razones por las cuales los alumnos no logran concluir o realizar correctamente una demostración, detectar los posibles obstáculos con que se enfrentan y planificar en función de ellos las futuras intervenciones.

Como resultado de este trabajo se establecieron categorías, clasificando los errores encontrados en cinco tipos, que se mencionan a continuación:

1. Secuencias incoherentes, o a primera vista incomprensibles, en las que no se justifican, o se justifican de manera incorrecta, los pasos de la demostración.
2. Uso incorrecto de la notación o confusión en el uso del lenguaje simbólico; en este sentido, se destacan los relacionados con los distintos contextos en los que se usan las letras en álgebra, los significados que las letras tienen en cada uno de esos contextos y los problemas de traducción del lenguaje usual al simbólico y viceversa.
3. Errores algebraicos elementales, debido a la insuficiencia de los conocimientos adquiridos en los niveles anteriores de enseñanza.
4. Desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades incluidas entre los contenidos de la asignatura.
5. No lograr concluir la demostración, o concluirla “por decreto” o con pasos “intermedios” incompletos.

En este mismo sentido, Palarea (1998) propone la siguiente organización de errores:

1. Errores en álgebra que tienen su origen en la aritmética. Y dentro de estos se distinguen:
 - Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva.
 - Errores relativos al uso de recíprocos.
 - Errores de cancelación.
2. Errores en álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.

Metodología

De manera resumida el proceso de investigación parte de la constatación de unos resultados anómalos en la evaluación en la resolución de tareas algebraicas de los alumnos de primer curso de diferentes carreras y de la disponibilidad de información sobre esta cuestión a través de los exámenes que realizan año a año; se ha seleccionado un curso determinado, que implica un examen determinado, unos determinados alumnos y unos resultados; del análisis de esta información se extraen conclusiones.

En este estudio, la metodología está orientada al análisis de la problemática que se presenta en el Centro Universitario donde se realizó la investigación; hasta el momento no se había realizado análisis alguno de los resultados de los exámenes departamentales de Matemáticas I aplicados a los alumnos de primer curso de diversas carreras.

Población del estudio

La población considerada para efectuar la investigación fue la de estudiantes de primer curso del nivel de Licenciatura de las titulaciones de Licenciado en Administración de

Empresas, Licenciado en Turismo, Ingeniero en Recursos Naturales y Ambientales, Ingeniero en Obras y Servicios y Técnico Superior Universitario en Electrónica y Mecánica Automotriz, inscritos en el Centro Universitario de la Costa Sur de la Universidad de Guadalajara, en México.

Para el estudio se consideraron 153 estudiantes inscritos en la asignatura de matemáticas I en el curso académico 2008-2009. Los estudiantes de la población fueron escogidos en un muestreo no probabilístico (León y Montero, 2003). La elección fue de tipo incidental, por lo tanto, no aleatoria, ya que los estudiantes se eligieron porque estaban inscritos en el curso de Matemáticas I.

Instrumento de análisis

El instrumento utilizado para este estudio es el Primer Examen departamental de Matemáticas I para el calendario 2008 B aplicado por el Departamento de Ingenierías de la institución educativa antes mencionada. Este instrumento consta de 10 ejercicios de desarrollo de operaciones de tipo algebraico. Evalúa contenidos procedimentales, distribuidos por los bloques temáticos que se muestran en la Tabla 1.

Numero de Ítem	Contenido algebraico
1 , 3	Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales
2 , 7	Aplicación de reglas de operaciones algebraicas
4 , 5	Desarrollo de reglas de productos notables
6 , 8	Factorización de expresiones algebraicas
9 , 10	Resolución de inecuaciones lineales

Tabla 1: Descripción del contenido de los ítems

La asignatura de matemáticas se caracteriza mayoritariamente por tener contenidos procedimentales. Por ello, el examen recoge en su totalidad, preguntas de contenido procedimental.

La construcción del examen que mide el nivel de conocimiento en Matemáticas al finalizar el primer bimestre del primer ciclo del curso de Matemáticas I se elaboró de la siguiente forma:

Cada inicio de ciclo se convoca a un equipo de trabajo con profesores de la academia de Matemáticas del Departamento de Ingenierías, compuesto de profesores que imparten asignaturas de Matemáticas en todas las titulaciones que se ofrecen en la institución citada.

Los profesores proporcionaban ejercicios, que ellos creen imprescindibles para superar la asignatura.

Se contó con la colaboración de docentes de distinto nivel educativo de la propia institución, para confirmar que existía un acuerdo en cuanto a los contenidos mínimos que debe saber un alumno para superar ese ciclo educativo y que sirvieran de antecedentes a cursos posteriores relacionados con las Matemáticas.

Una vez seleccionado el material que proponía el profesorado, se continúa contrastando estos contenidos con los objetivos curriculares y contenidos de la asignatura a evaluar y, finalmente, se comprobaba que los objetivos y contenidos seleccionados formaban parte de la bibliografía básica que aparece en los programas analíticos de la misma.

De todas estas fuentes de información, se seleccionaban aquellos contenidos que fueron compartidos por todas estas fuentes. Es decir, si consideraban que determinados

contenidos eran conocimientos básicos, se confirmaban que estos contenidos estaban en los objetivos curriculares del ciclo y que, además, se trabajaba en los diferentes libros sugeridos como bibliografía básica. Cabe mencionar que la elección final de los ejercicios estaba a cargo de profesores que no impartían la asignatura en el ciclo que se iba aplicar la prueba para evitar algún tipo de sesgo por parte del diseñador final de la prueba.

La fecha para la aplicación de la prueba se acordaba considerando el calendario escolar vigente y además un periodo de tiempo adecuado según las experiencias de los profesores que impartían la asignatura en cuestión. Los alumnos se distribuían en grupos de aproximadamente 25 integrantes y bajo el criterio del orden alfabético de sus apellidos buscando con esta medida que no se concentraran los mismos alumnos que tomaban el curso en las diversas titulaciones.

La fecha programada para la aplicación de la prueba acudían los alumnos al mismo horario y se les daba un tiempo de dos horas para la resolución de la misma. Al iniciar la prueba se les daba a conocer las instrucciones normativas, destacando en la cuestión pedagógica que no se les permitía usar ningún tipo de instrumento electrónico de cálculo y se les insistía en la utilidad de desarrollar procedimientos en las hojas que se les proporcionaba para ese fin. Una vez terminada la aplicación de la prueba se entregaban las hojas de procedimientos y respuestas al responsable de la academia de matemáticas quien citaba a una reunión posterior para la evaluación de esta.

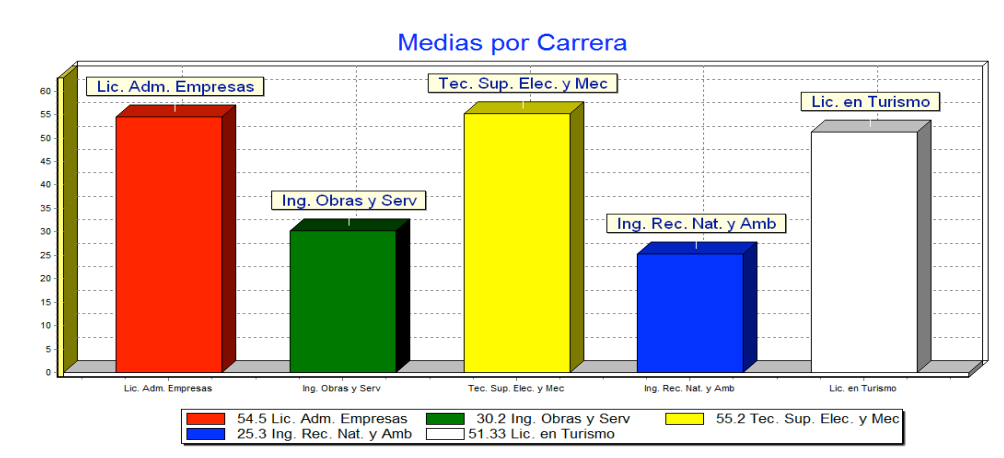
Finalmente, se reunían los profesores aplicadores para evaluar las pruebas, se les proporcionaba una guía de respuestas pero con la recomendación de considerar los procedimientos de las respuestas y consensuar cualquier duda acerca del valor que debería de asignarse a los mismos.

Resultados

Los resultados atienden principalmente a dos aspectos: El análisis cuantitativo de los datos de la prueba y la clasificación de los errores encontrados en las mismas.

Análisis cuantitativo de los datos

De acuerdo a los datos estadísticos obtenidos en este trabajo, se obtuvo de manera global una media de 43, por debajo de la calificación mínima aprobatoria requerida por la institución que es igual a 60.



Destacamos que las Licenciaturas de Ingeniero en Obras y Servicios e Ingeniero en Recursos Naturales y Ambientales son las de menor media obtenida, algo poco esperado

al ser estudios donde se esperaría un mejor rendimiento en las asignaturas relacionadas con las matemáticas.

Análisis de los errores en la resolución de las tareas

Para iniciar el estudio de los errores de los ítems, se consideraron los datos obtenidos del análisis estadístico el cual nos indicaba la cierta tendencia de agrupamiento de los mismos debidos principalmente por la afinidad del contenido temático entre ellos. Por esta razón decidimos realizar el análisis 5 de los 10 ítems en qué consistía la prueba considerando el índice de dificultad que presentaban, de esta manera, una vez seleccionados los ítems representativos se procedió examinar cada una de las respuestas de las 153 pruebas aplicadas en esta investigación.

Inicialmente se distinguieron los errores que se presentaban en cada uno de los ítems de las pruebas, enseguida se clasificaban de acuerdo con criterios comunes de aquellos errores que coincidían entre las pruebas y finalmente se categorizaron de una manera más general tratando de resaltar las relaciones entre ellos. Por último, se clasifican los errores de acuerdo a las categorías existentes surgidas de investigaciones previas.

Se identificaron 11 tipos de errores particulares en la resolución de las tareas algebraicas. Dichos errores son los siguientes:

- I. Eliminación incorrecta de denominadores.
- II. Errores al realizar operaciones aritméticas-algebraicas.
- III. Procedimiento inconcluso.
- IV. Procedimientos propios incorrectos e inferencias no validas.
- V. Aplicación parcial de regla de factorización por factor común.
- VI. Asociación incorrecta de productos notables.
- VII. Uso de la aritmética básica ignorando las reglas del álgebra.
- VIII. Error en la determinación de la potencia de otra potencia.
- IX. Resolución aditiva de la potencia de un binomio.
- X. Aplicación incorrecta de la regla del cubo de un binomio.
- XI. Error al realizar productos de polinomios.

La frecuencia con la que se presentaron estos errores se pueden observar en la Tabla 2, donde E_t representa el número total de de errores.

Ítem	Errores												E _t
	i	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	
2	0	10	0	46	0	0	0	0	0	0	0	0	56
3	0	23	0	28	0	0	0	0	0	0	0	19	70
5	0	0	0	20	0	0	0	15	47	4	14	0	100
8	0	0	0	15	52	16	9	0	0	0	0	0	92
10	71	15	8	38	0	0	0	0	0	0	0	0	132
Total	71	48	8	147	52	16	9	15	47	4	14	19	

Tabla 2: Errores por ítem

Algunos ejemplos de los errores encontrados los presentamos a continuación:

En este ejemplo, ubicado en la categoría *procedimientos propios incorrectos e inferencias no válidas*, podemos ver como el alumno inicialmente plantea el procedimiento a seguir pero lo desarrolla utilizando un procedimiento propio incorrecto aparentemente intentando adaptar un conocimiento previamente adquirido del cual le cuesta trabajo desprenderse y pretende aplicarlo en cualquier situación.

El ejemplo siguiente se ubica en la categoría *uso de la aritmética básica ignorando las reglas del álgebra*:

Consideramos importante destacar este ejemplo ya que muestra cómo un alumno de nivel superior recurre a conocimientos básicos de niveles de educación inferiores no correspondientes al nivel donde se aplica las pruebas.

Una vez analizados los errores se procedió a buscar su relación con las clasificaciones previas encontradas en la bibliografía consultada, obteniendo los resultados que muestra la Tabla 3.

Descripción del error encontrado	Radatz (1979)	Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987)	Caputo y Macías (2006)
i. Eliminación incorrecta de denominadores	Aprendizaje deficiente	Técnico	Desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades
ii. Errores al realizar operaciones aritmético-algebraicas	Aprendizaje deficiente	Técnico	Errores algebraicos elementales
iii. Procedimiento inconcluso			No lograr concluir la demostración
iv. Procedimientos propios incorrectos e inferencias no válidas	Errores de asociación	Inferencias no válidas lógicamente	Secuencias incoherentes
v. Aplicación parcial de regla de factorización por factor común	Aprendizaje deficiente	Teoremas o definiciones deformadas	Desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades
vi. Asociación incorrecta de productos notables	Asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento		Desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades
vii. Uso de la aritmética básica ignorando las reglas del álgebra	Aprendizaje deficiente		Errores algebraicos elementales
viii. Error en la determinación de la potencia de otra potencia	Aprendizaje deficiente	Técnico	Errores algebraicos elementales y desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades
ix. Resolución aditiva de la potencia de un binomio	Aprendizaje deficiente		Errores algebraicos elementales
x. Aplicación incorrecta de la regla del cubo de un binomio	Aplicación de reglas irrelevantes	Teoremas o definiciones deformadas	Desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades

Descripción del error encontrado	Radatz (1979)	Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987)	Caputo y Macías (2006)
xi. Error al realizar productos de polinomios	Aprendizaje deficiente	Errores técnicos	Desconocimiento o uso inadecuado de conceptos, definiciones o propiedades

Tabla 3: Errores encontrados en relación con diferentes clasificaciones

Conclusiones

En relación con el rendimiento de los alumnos de cada carrera, es importante resaltar que los datos obtenidos nos muestran un fenómeno aparentemente poco lógico, al ser las carreras de Ingeniero en Recursos Naturales y Ambientales con un promedio de 25.37 e Ingeniero en Obras y Servicios con un promedio de 30.22, las que presentan los más bajos promedios siendo estas carreras de corte científico – tecnológico, lo cual implicaría un mayor nivel de conocimientos de los alumnos aceptados en ellas. Estos rendimientos pueden ser relacionados con la baja demanda de aspirantes que, de manera histórica, tienen estas carreras y que ocasiona que no haya un puntaje mínimo de admisión para el ingreso a las mismas, lo que se refleja en las bajas puntuaciones que obtienen los aspirantes a estas carreras, en la Prueba de Aptitud Académica que aplica la Universidad para su aceptación. Y como se demuestra en este estudio, resulta estar muy relacionado con el rendimiento que tienen una vez en el primer curso.

Es importante destacar que, en este estudio se ha puesto de manifiesto la grave problemática que se presenta con respecto al bajo rendimiento de los alumnos, lo que de manera inicial se evidencia con los datos estadísticos obtenidos en esta investigación.

Al mismo tiempo, se encuentran errores que no corresponden al nivel de estudio en el que se realizó la investigación, aparentemente ocasionados por deficiencias de los alumnos en su formación matemática en niveles de bachillerato y secundaria, anteriores a su ingreso al nivel de Licenciatura. Considerando lo anterior, en un futuro trabajo se pretende descubrir las causas y los errores específicos que pueden ser el origen de estos bajos rendimientos.

El aporte que consideramos importante de este trabajo es que se propone una clasificación más específica para el tipo de tareas algebraicas.

Finalmente, consideramos la presente investigación como un punto de partida importante, para exponer con mayor detalle las causas de esta problemática, para que le sirva a la Institución Universitaria para proponer vías de soluciones internas y, a la vez, que pueda manifestar a las instituciones de nivel medio y medio superior, las deficiencias con las que se reciben a los alumnos al momento de ingresar y, de esta manera, tratar de que se involucren desde su perspectiva a la solución del tema tratado.

Referencias

- Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (Eds.) (1996). *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching*. Dordrecht: Kluwer Academics Publisher.
- Caputo, S. y Macías, D. *Análisis de los errores de los alumnos de la asignatura "Álgebra I" al elaborar demostraciones*. Descargado el 30 de agosto de 2010 de <http://www.unne.edu.ar/Web/cyt/cyt2006/09-Educacion/2006-D-012.pdf>.

- Fernández, F. (1997). *Evaluación de competencias en álgebra elemental*. Tesis doctoral, Universidad de Granada.
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. A broadening of sources of meaning. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematical education: Past, present and More* (pp. 11-49). Rotterdam: Sense Publishers.
- León, O.G. y Montero, I. (2003). *Métodos de Investigación en Psicología y Educación* Madrid: McGraw-Hill.
- Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje desde una perspectiva curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada.
- Movshovitz-Hadar, N.; Zaslavsky, O. y Inbar, S., (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 3-14.
- Palarea, M. M. (1998). *La adquisición del Lenguaje Algebraico y la detección de errores comunes cometidos en Álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. Tesis Doctoral, Universidad de La Laguna.
- Radatz, H. (1980). Student's Errors in the Mathematis Learning Process: A Survey. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.
- Rico, L. (1995b). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En Kilpatrick, J., Rico, L., Gómez, P. (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 69-108). Bogotá: una empresa docente.
- Ruano, R. M., Socas, M. M. y Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA* 2(2), 61-74.
- Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación secundaria. En L. Rico (Coord), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas, *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Ice - Horsori.
- Socas, M. M., Palarea, M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el algebra escolar. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 14, 7-24.