

www.fisem.org/web/union
<http://www.revistaunion.org>

Estudio Comparativo de Textos Escolares Oficiales de Matemáticas de Ecuador y Venezuela: los Sistemas de Ecuaciones Lineales

Julio Mosquera

Fecha de recepción: 23/03/2017

Fecha de aceptación: 07/03/2018

<p>Resumen</p>	<p>En este estudio se compara cómo presentan los libros de matemáticas oficiales de Ecuador y Venezuela los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas (textos para estudiantes entre 13-14 años). No hemos hallado estudios que incluyan solo países iberoamericanos. Los libros estudiados difieren en el punto de partida para la enseñanza, el número de tareas propuestas y los contextos de las tareas. Se asemejan, entre otros aspectos, en el énfasis en lo operacional, y en omisiones, como la falta de definiciones de conjunto solución y de sistemas homogéneos. Tampoco consideran resultados de la investigación sobre la enseñanza de los sistemas de ecuaciones.</p> <p>Palabras clave: Sistemas de ecuaciones lineales, álgebra lineal, textos escolares de matemáticas</p>
<p>Abstract</p>	<p>The objective of this study is to compare how the systems of linear equations in two unknowns are presented in official mathematics textbooks, for 13-14th years old students, from Ecuador and Venezuela. We have not found studies where only textbooks from Iberoamerican countries are compared. The textbooks compared in this study are different regarding the starting point for teaching systems of linear equations, the number of posed tasks and the diversity of task contexts. They are similar on several accounts, like emphasis on operational tasks, and in omissions, like the lack of definitions of solution set and homogeneous systems. They do not take into account results from the research on the teaching of systems of linear equations.</p> <p>Keywords: Systems of linear equations, linear algebra, mathematics textbooks</p>
<p>Resumo</p>	<p>Este estudo compara a forma como os livros didáticos oficiais de Ecuador e Venezuela na área da matemática apresentam o sistemas de equações lineares com duas incógnitas (textos para estudantes entre 13-14 anos). Não há estudos que comparem só textos de países ibero-americanos. Os livros comparados diferem quanto ao ponto de partida para o ensino, o número de tarefas e a diversidade de contextos destas tarefas. Eles são semelhantes, entre outros pontos, na ênfase no operacional e em omissões, tais como a falta de definições e conjunto de soluções de sistemas homogéneos. Também não consideram os resultados de pesquisas sobre o ensino de sistemas de equações.</p> <p>Palavras-chave: sistemas de equações lineares, álgebra linear, livros didáticos de matemática.</p>

1. Introducción

El estudio reportado en este artículo forma parte de una investigación más amplia sobre la enseñanza de temas de álgebra lineal en la Educación Media en Venezuela. Desde la reforma de la *matemática moderna* estos temas han ocupado un lugar importante en el currículo de matemática, el enfoque algebraico ha predominado en este país a diferencia de otros países latinoamericanos donde ha predominado el enfoque del cálculo. Resulta interesante comparar las formas de enseñar las matemáticas en estos países dadas esta diferencia de enfoques. En este estudio nos enfocamos en un tema central del álgebra lineal: los sistemas de ecuaciones lineales. Estos sistemas son introducidos por primera vez en el Tercer Año de la Educación Media General en Venezuela y en el Décimo Año de la Educación General Básica en Ecuador. Los sistemas lineales constituyen un contenido importante del currículo y son quizás una de las herramientas matemáticas más útiles en las ciencias, la ingeniería y las ciencias sociales (Gilbert y Nicholson, 2004) y están en el corazón del álgebra lineal (Kolman y Hill, 2008).

Los textos escolares son los materiales curriculares más accesibles al profesor y a los estudiantes y muchas veces el único con que cuenta éste para planificar su práctica pedagógica (Ramírez, 2007, Parcerisa, 1996) y como guía para el aprendizaje de los estudiantes (López y otros, 2015; Martínez Bonafé, 2008; González y Sierra, 2004). Algunos autores llegan a señalar que su influencia es tal que la enseñanza en la escuela sería prácticamente impensable sin ellos (Ramírez, 2007), y son considerados como un medio crucial para la enseñanza (Pehkonen, 2004). Aún en países donde los profesores cuentan con un currículo oficial, los libros de texto podrían llegar a determinar el currículo más que los propios programas oficiales (Monterrubio y Ortega, 2012). Tal sería su influencia que son señalados como responsables de la reproducción de ciertos errores y la formación deficiente de conceptos (Jaime, Chapa y Gutiérrez, 1992). Y como señala Chávez (2006), si bien la adopción de un determinado texto escolar por sí misma no necesariamente conduce a un cambio en las prácticas pedagógicas, en la medida en que afecta la elección de los contenidos, su orden y profundidad, si tiene un impacto relevante en las oportunidades de aprendizaje ofrecidas a los estudiantes. Tal influencia hace de los textos escolares un importante objeto de estudio (Ramírez, 2002). En Venezuela han predominado, según Ramírez (2007), los estudios del tipo de evaluación didáctica, donde por ejemplo se considera la adecuación del texto a los programas oficiales y se han centrado en textos de humanidades o sociales (Ramírez, 2003). Recientemente, con la aparición de los textos escolares oficiales de la Colección Bicentenario, se ha puesto atención en otros aspectos, por ejemplo Certad (2013) examinó textos de ciencias naturales desde la perspectiva de la interdisciplinariedad y Salcedo (2012, 2015) realizó un análisis de las actividades propuestas en los textos de matemáticas.

Heynemann, Farrell y Sepulveda-Stuardo (1978) concluyen, de un estudio realizado en doce países, que la disponibilidad de libros en la escuela parece ser el factor escolar más consistente en la predicción de los logros académicos. La UNESCO (2016) reconoce que los manuales son particularmente relevantes para

mejorar los resultados del aprendizaje en los países pobres. Agrega que junto a un profesorado comprometido y bien formado, textos escolares bien diseñados y distribuidos en cantidades suficientes serían la manera más efectiva de mejorar la enseñanza y el aprendizaje. Sin embargo, esto no es suficiente. Como señala Oates (2010), se requiere mejorar la *coherencia curricular* para incidir positivamente en la calidad de la educación. Un sistema es considerado *coherente* cuando el currículo nacional, los textos escolares, el contenido de la enseñanza, la pedagogía y la evaluación están alineados y se apoyan entre sí (Oates, 2010). Además de la disponibilidad de los textos consideramos que, como resaltan Yang y Ling (2015), los métodos de representación en matemáticas, los tipos de problemas, y el orden y la profundidad de los contenidos presentados en los textos influyen sobre el aprendizaje (Haggarty y Pepin, 2002, Sood y Jitendra, 2007, Zhu y Fang, 2006). Por último, “el libro ofrece “una versión” del objeto a través de las actividades que presenta y el discurso que despliega” (Sessa y Cambriglia, 2007, p. 22), y esa “versión” influiría en la manera como el profesor organiza la enseñanza.

En el *Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias* (TIMSS, por sus siglas en inglés), uno de los estudios comparados más antiguos, se concluye que hay una correlación positiva entre el currículo y el desempeño de los estudiantes (Schmidt y otros, 2001). El *Tercer Estudio Internacional de la Calidad de la Educación* (TERCE), realizado por el Laboratorio Latinoamericano por la Calidad de la Educación (LLECE) y en el que participaron 15 países latinoamericanos, reporta resultados que muestran una relación positiva entre el acceso a libros en el aula y el logro alcanzado por los estudiantes. Además, resultados del *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos* (PISA, por sus siglas en inglés) de 2012, en el que participaron siete países latinoamericanos y un estado de México, muestran un efecto positivo de los textos escolares sobre el aprendizaje.

Según Jaquet (1999), desde la perspectiva francesa de la didáctica de las matemáticas, el contenido de los textos escolares constituye el *saber escolar*. Este saber resulta de la transposición didáctica en la que se transpone el *saber a enseñar*, y es realizado por los autores de los textos escolares. Este saber es asumido como el contenido que los profesores de matemáticas transforman en *saber enseñado* en el aula. Por tratarse de una transposición del *saber a enseñar*, la organización del contenido en el texto escolar no necesariamente coincide con su organización en el currículo oficial. Los autores seleccionan y agrupan el contenido prescrito en los programas de estudio oficiales, seleccionan una secuencia y un enfoque de presentación, crean ejemplos, acompañan el contenido con ilustraciones, y proponen problemas para ser usados por los profesores y resueltos por los estudiantes. Para Delaney y otros (2007), desde la perspectiva anglosajona del currículo, el análisis de los textos escolares nos ofrece una visión del *currículo oficial* y no del *currículo implementado*; mientras que Schmidt y otros (1977), desde la misma perspectiva, los caracterizan como parte del *currículo potencialmente implementado*. El contenido de los textos se ubicaría entonces entre el *currículo pretendido* y el *currículo implementado*. Desde cualquiera de estas apreciaciones tenemos que el texto escolar es una representación del currículo (Johansson, 2003), un mediador entre el currículo oficial y la práctica pedagógica en el aula (Vilella y Contreras, 2005). Por último,

consideramos la visión del currículo del Centro para el Estudio del Currículo de Matemáticas (CSMC, por sus sigla en inglés). El CSMC defiere cinco tipos de currículo, entre ellos el *Currículo de los Textos Escolares*, esto es los materiales curriculares que son proveídos a profesores y estudiantes en la institución educativa, y la manera de presentación de los contenidos.

Tomando en cuenta todo lo antes expuesto, nos propusimos realizar un estudio comparativo de los textos escolares oficiales de matemáticas de Ecuador y Venezuela. En particular, centramos la atención en las maneras en que el tema de los sistemas de ecuaciones lineales es tratado en esos libros. Escogimos estos dos países porque ambos comparten una larga historia y han participado, desde hace muchos años, en la creación y consolidación de mecanismos de integración latinoamericana y caribeña. Por ejemplo, en el ámbito educativo, Ecuador y Venezuela son signatarios del Convenio Andrés Bello. En cuanto a políticas públicas en educación, en ambos países se ha adoptado la política de distribución gratuita de textos escolares para todas las materias de todos los años de la educación gratuita y obligatoria en las escuelas y liceos públicos, manteniendo la libertad de selección de textos escolares en las escuelas y liceos de gestión privada. Por otro lado, estos dos países presentan características culturales que los diferencian. Tenemos así elementos comunes y diferenciadores entre ambos países que hacen interesante comparar sus maneras de enseñar matemáticas a partir de la forma en que organizan el contenido en sus textos escolares.

Las preguntas de investigación planteadas en este estudio son:

¿Cuáles son las principales diferencias y semejanzas en el tratamiento de los sistemas de ecuaciones lineales entre los textos escolares oficiales de matemática de Ecuador y de Venezuela?

¿Cuáles son las oportunidades de aprendizaje ofrecidas a los estudiantes ecuatorianos y venezolanos sobre los sistemas de ecuaciones lineales por medio de las tareas propuestas en los textos escolares oficiales?

2. Los sistemas educativos de Ecuador y Venezuela

El sistema nacional de educación de Ecuador, según lo establecido en la *Ley Orgánica de Educación Intercultural*, vigente desde 2011, está organizado en tipos, niveles y modalidades educativas. En este sistema educativo se ofrecen dos tipos de educación: escolarizada y no escolarizada. La educación escolarizada está estructurada en tres niveles: inicial, básico y bachillerato. La Educación General Básica (EGB) comprende diez años de escolaridad, la edad de ingreso es de cinco años. El Bachillerato General Unificado (BGU) comprende tres años de educación obligatoria inmediatamente después del nivel básico. En el BGU los estudiantes cursan asignaturas de un tronco común y pueden elegir entre dos opciones: ciencias y técnico. Además, se ofrecen dos bachilleratos complementarios: bachillerato técnico productivo y bachillerato artístico. El bachillerato técnico productivo es optativo y tiene

una duración de un año adicional al BGU. Mientras que el bachillerato artístico se rige por normas especiales y tiene dos especialidades: música y danza. Los programas de estudio para la educación general básica están en vigencia desde 2012.

La organización actual del sistema educativo venezolano fue establecida en la *Ley Orgánica de Educación* aprobada en 2009. Este sistema está estructurado en subsistemas, niveles, opciones y modalidades. Los subsistemas son dos: educación básica y educación universitaria. La educación básica está integrada por los niveles de educación inicial, educación primaria y educación media. La educación gratuita y obligatoria comprende todos los años de la educación básica. La educación media comprende dos opciones: educación media general y la educación media técnica. Ambas opciones conducen al título de bachiller. En 2017 fueron aprobados el plan y los programas de estudio para todas las áreas de formación de la Educación Media General, los cuales entraron en vigencia para el año escolar 2017-2018.

En el Cuadro 1 se muestra la organización de cada sistema educativo por subsistemas, niveles y grados o años.

Cuadro 1: Sistemas educativos de Venezuela y Ecuador

Venezuela				Ecuador		
1		Educación	1 ^{er} Grado	1		1 ^{er} Año
2		Primaria	2 ^o Grado	2	Educación General Básica (5/14 años)	2 ^o Año
3		(6/12 años)	3 ^{er} Grado	3		3 ^{er} Año
4			4 ^o Grado	4		4 ^o Año
5	Educación Básica (6/16 años)		5 ^o Grado	5		5 ^o Año
6			6 ^o Grado	6		6 ^o Año
7				7 ^o Año		7
8		Educación Media (12/16 años)		1 ^{er} Año	8	8 ^o Año
9				2 ^o Año	9	9 ^o Año
10				3 ^{er} Año	10	10 ^o Año
11			4 ^o Año	11	Bachillerato General Unificado (14/17 años)	Primer Curso
			5 ^o Año	12		Segundo Curso
			13	Tercer Curso		

3. Estudios comparativos de textos escolares

Comparar textos escolares de dos o más países para identificar diferencias y semejanzas entre ellos puede proveernos de información valiosa para mejorar el diseño de nuevos libros. Törnoss (2005, citado en Yang y Ling, 2015) sostiene que “aún un análisis sencillo de los textos escolares puede producir información valiosa al buscar explicaciones del rendimiento de los estudiantes en matemáticas” [Mi Traducción] (p. 1265). Aunque la comunidad de educadores matemáticos reconoce la importancia de los estudios comparativos de textos escolares estos estudios no son muy comunes en nuestros países.

No encontramos ninguna investigación publicada donde se comparen solo libros de matemáticas de países latinoamericanos. Los pocos estudios comparativos de los que tenemos referencia toman en consideración uno o varios libros de algún país iberoamericano con otros de algún país de Europa o de Estados Unidos, por ejemplo: Ponte y Marques (2007) compararon textos escolares de Brasil, España, Estados Unidos y Portugal; Pino y Blanco (2008) estudiaron libros de España y Chile; Castañeda, Rosas y Molina (2010) compararon textos de España, Francia, Inglaterra y México; Picado y Rico (2011) compararon textos de Cuba, Filipina y Puerto Rico; Marmolejo (2014) comparó textos de Colombia y España; y Derouet y otros (2015) compararon libros de texto de Chile, Francia e Italia. Cada uno de estos estudios se centró en algún tema de matemáticas o algún aspecto de la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria.

En los estudios comparativos antes mencionados, los temas matemáticos tratados fueron: la proporcionalidad, las funciones, el sistema métrico decimal y el área de una superficie. En ninguno de estos estudios fue considerado el tema de las ecuaciones ni los sistemas de ecuaciones. El único estudio comparativo de textos escolares sobre los sistemas de ecuaciones lineales que localizamos fue el de Yang y Lin (2015), quienes estudiaron las diferencias en el tratamiento de los sistemas de ecuaciones lineales entre libros de Taiwán y de Finlandia, para los grados 7 a 9. Utilizaron el método de análisis de contenido para examinar los aspectos siguientes en cada uno de esos textos: 1) la secuencia de la enseñanza, 2) los tipos de aplicaciones, 3) las formas de representación, 4) los tipos de respuestas y 5) el nivel de demanda cognoscitiva. Yang y Lin reportan que hay dos enfoques diferentes para introducir los sistemas de ecuaciones, los libros de Taiwán inician el tema con una situación problema y ponen énfasis en la solución algebraica, y los finlandeses lo inician mediante ecuaciones y gráficas y se centran en la conexión entre ellas, y que ambos grupos de textos escolares tienen méritos que podrían conducir a las y los estudiantes a una mejor comprensión estos sistemas. El estudio reportado en este artículo se inspira en gran medida en la investigación de Yang y Lin.

3.1. La investigación sobre textos escolares en Ecuador y Venezuela

Presentar una revisión exhaustiva de la investigación sobre textos escolares en Ecuador y Venezuela escapa del objetivo de este trabajo. En esta sección solo bosquejamos a grandes rasgos la investigación hecha en ambos países. Una búsqueda de trabajos de investigación sobre textos escolares en Ecuador arrojó resultados muy exigüos. Los pocos estudios localizados tratan temas de historia, en especial el conflicto limítrofe entre Perú y Ecuador, y la representación de los indígenas en los textos escolares. Este resultado nos lleva a concluir que la investigación ecuatoriana en este campo es poco prolífica y reciente. Realizamos búsquedas en varias bases de datos académicas y no localizamos ni un trabajo de investigación, publicado en revistas académicas, sobre textos escolares de matemáticas para la educación secundaria realizado en el Ecuador.

En Venezuela, por el contrario, encontramos estudios sobre los textos escolares desde finales de la década de los años sesenta del siglo pasado. La primera

investigación sobre materiales curriculares impresos realizada en este país fue realizada por Nuñez en 1964 (Centro de Capacitación Docente El Mácaro, 1985). Este mismo centro publicó en 1985 el primer estudio venezolano sobre textos escolares de matemáticas para primaria. Contamos con investigaciones recientes dedicadas al estudio de los textos escolares de matemáticas, entre las cuales se destacan los trabajos de Beyer (2011, 2014), Pinto y González (2013) y Serrano (2009). La publicación de la Colección Bicentenario reactivó el interés general por los textos escolares en el país. Varios trabajos de investigación sobre estos libros, en especial sobre los textos de matemáticas, se han realizado desde entonces (por ejemplo: Salcedo, 2012, 2015). Aunque encontramos en Venezuela un mayor interés por el estudio de los textos escolares, consideramos que esta investigación es aún insuficiente. Dado que no tenemos conocimiento de trabajos de investigación sobre textos escolares de matemáticas para la educación secundaria realizados en Ecuador, no es posible establecer comparaciones con las investigaciones realizadas en Venezuela. Por otro lado, tenemos que no se han realizado estudios comparativos de textos escolares de matemáticas de Ecuador y Venezuela.

4. Metodología

En este estudio comparativo asumimos el marco de dos estratos para el análisis de textos escolares propuesto por Delaney y otros (2007) y la categorización de las tareas de Stein y Smith (1998) y Stein y otros (2000). Utilizamos el término *tareas* para referirnos a los ejercicios, problemas y actividades resueltas o propuestas a los estudiantes en los textos escolares. El primer estrato está compuesto de dos partes: 1) la información de soporte y 2) la estructura global. En esta primera parte se recogen datos sobre: el título, el número de libros, número de páginas, perfil de los autores y de asesores, editorial y año de publicación, y materiales suplementarios (tales como: guías para el profesor, materiales manipulables, etc.). En la segunda parte, la estructura global, se recopila información sobre: el número de unidades y el promedio de páginas por unidad, la estructura de las unidades, y los temas cubiertos y su secuencia.

En el segundo estrato se da respuesta a dos preguntas básicas: 1) ¿Qué contenido es presentado? y 2) ¿Cuáles son las expectativas? Para responder a la primera pregunta se toman en cuenta dos elementos: 1) el contenido matemático y 2) la manera en que está organizado. En cuanto al contenido matemático tenemos que en este trabajo nos centramos en los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, en las maneras cómo este contenido y las tareas, propuestas y resueltas, son presentadas.

En relación con la segunda pregunta son considerados los aspectos siguientes de las tareas propuestas: la exigencia cognoscitiva y las expectativas de desempeño. La exigencia cognoscitiva se clasifica en cuatro niveles: 1) memorización, 2) procedimientos sin conexión, 3) procedimientos con conexión y 4) hacer matemáticas. Y las expectativas de desempeño son clasificadas en las categorías: 1) solo la respuesta, 2) explicación, 3) justificación y 4) evaluación.

Además de estas categorías fueron tomados en consideración otros aspectos identificados como relevantes en la investigación en didáctica de las matemáticas sobre textos escolares, estos son: los contextos de las tareas de aplicación, tipos de respuestas, el uso de la historia de las matemáticas, la incorporación de tecnologías, el uso de materiales concretos o manipulables, el uso de ilustraciones, gráfico y fotografías, el papel de diversas formas de representación y la traducción entre ellas y, por último, la incorporación de resultados de la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales. Para el primero de estos aspectos, identificamos a partir del análisis de los textos un conjunto de contextos para clasificar las tareas, algunos de estos son: situación comercial, y problemas de edades. En cuanto a los tipos de respuestas incorporamos un elemento adicional, consideramos si en la tarea se le propone al estudiante tomar una decisión, por ejemplo, si en la tarea se le da al estudiante la opción de escoger el método de resolución a utilizar. En cuanto al uso de la historia fue tomado en cuenta si la historia de las matemáticas es introducida solo como motivación, como parte del desarrollo de la exposición del contenido o a manera de información con o sin relación directa con el contenido. En lo que respecta al uso de tecnologías examinamos si se sugiere al estudiante el uso de alguna aplicación o calculadora para resolver tareas. Sobre los materiales concretos indagamos si son incorporados como parte de la tarea o de su resolución. En cuanto a las ilustraciones, gráficos y fotografías revisamos su cantidad y si estaban relacionadas con el contenido matemático. También identificamos los tipos de representación usados en ambos textos y si promueven la traducción entre ellos. Por último, buscamos evidencias que nos indiquen si en la elaboración de estos se incorporaron o no elementos de la investigación en didáctica sobre los sistemas de ecuaciones lineales.

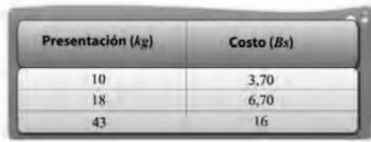
4.1. Selección de los textos escolares

En Venezuela el tema de los sistemas de ecuaciones aparece por primera vez en el currículo de matemática para el tercer año de la educación media general y en Ecuador en el décimo año de la educación general básica, estos dos años son equivalentes según el Convenio Andrés Bello. Por tanto, escogimos los libros *Matemática Tercer Año* y *Matemática 10* correspondientes a estos años escolares, libros publicados por los respectivos ministerios de educación.

El libro *Matemática Tercer Año*, publicado por el Ministerio del Poder Popular para la Educación de Venezuela, fue elaborado por un grupo de profesores contratados especialmente para esta tarea. Dicho libro forma parte de una serie de cinco libros, la Colección Bicentenario, para la educación media. El libro *Matemática 10*, publicado por el Ministerio de Educación de Ecuador, es una versión de un texto escolar de la Editorial Salesiana. Esa versión fue preparada por personal de la misma editorial conjuntamente con personal del ministerio. Este libro forma parte de una serie de tres libros de octavo al décimo grado de la educación general básica.

4.2. Codificación y análisis

Tal como señalamos en la sección anterior, este estudio se realizó en dos estratos. En el primer estrato se realizó una revisión del contenido de los textos para identificar características relevantes, como por ejemplo: el uso de la historia. Para el segundo estrato del estudio seleccionamos todas las tareas propuestas en los textos escolares *Matemática 10* y *Matemática Tercer Año* respectivamente. Cada tarea fue codificada según los cuatro tipos de tareas identificadas en Stein y Smith (1998) y Stein y otros (2000), a cada tarea le fueron asignados cuatro códigos. En el Cuadro 2 se muestran dos ejemplos de tareas con sus respectivas codificaciones. Adicionalmente estas tareas fueron analizadas para determinar si se plantea la toma de decisiones sobre el método de resolución a utilizar, si se promueve el uso de tecnologías y de material concreto.

Ejemplos/Problemas	Codificación
<p>La suma de dos números es igual a 5. Además, al restar 4 al doble del primer número, obtenemos el segundo.</p> <p>(ME, 2010, p.)</p>	<p>Aplicación situación numérica</p> <p>Forma verbal</p> <p>Procedimiento sin conexión</p> <p>Cerrado</p>
<p>Las bombonas de gas vienen en presentaciones de 10 kg, 18 kg y 43 kg. Su precio está regulado, a través de la Gaceta Oficial tal como se muestra:</p>  <p>Disponiendo de esa información, necesitamos apoyar al Consejo Comunal de la población de Moruy, en el Municipio Falcón del Estado Falcón, a resolver la siguiente situación: Se conoce que en la venta de bombonas del último mes se han recaudado Bs. 125,50 y que se han vendido un total de 25 bombonas en presentaciones de 10 kg y 18 kg. Sin embargo, no se llevó el registro de cuántas bombonas de cada presentación se habían vendido. Ellas y ellos necesitan tener ese registro para tramitar, ante la oficina de PDVSA Gas Comunal, el siguiente pedido. ¿Cómo podremos ayudarles a obtener dicha información?</p> <p>(MPPE, 2011, p. 81)</p>	<p>Aplicación situación comercial</p> <p>Forma combinada</p> <p>Procedimiento sin conexión</p> <p>Cerrado</p>

Cuadro 2. Ejemplos de la aplicación de los criterios de codificación

5. Resultados

Los contenidos del libro *Matemática 10* están organizados en seis módulos, en los que se integran cinco bloques de contenido. Los bloques de contenido llevan por títulos respectivamente: numérico, geométrico, medida, relaciones y funciones, y estadística y probabilidad. Todos los módulos están estructurados de la misma manera en las partes siguientes: páginas iniciales, desarrollo y páginas finales. Cada una de estas partes a su vez está estructurada en secciones. La página inicial de cada módulo tiene dos secciones, las cuales son: Buen Vivir y una actividad inicial, acompañada de una imagen; y la página siguiente está organizada en las secciones siguientes: destrezas con criterios de desempeño, prerrequisitos y un artículo de la Constitución relacionado con el Buen Vivir. El contenido de la parte de desarrollo está estructurado en apartados y sub-apartados. Cada apartado está dividido en: actividades, explicaciones complementarias en los márgenes, contraejemplos (en el

margen) y ejemplos. Las páginas finales están estructuradas en las siguientes secciones: cómo resolver problemas, en resumen y ejercicios y problemas; esta última sección incluye un apartado denominado: Más a fondo. El Módulo 1, *Números reales. Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas*, está integrado por ocho apartados. El apartado siete está dedicado íntegramente a los sistemas de ecuaciones lineales. Este apartado está integrado por tres sub-apartados, los cuales son: Resolución gráfica, Métodos algebraicos y Tipos de sistemas. Esta estructura es explicada detalladamente en el libro del estudiante. En total el libro tiene 207 páginas, de las cuales 42 las ocupa el Módulo 1. El apartado dedicado a los sistemas de ecuaciones lineales tiene 13 páginas.

Los contenidos del libro *La Belleza de la Matemática-Matemática Tercer Año* están distribuidos en trece lecciones; además, se incluyen en secciones separadas biografías de tres educadores venezolanos. Las y los autores del libro no presentan de manera explícita su estructura. De una revisión de los textos podemos determinar que las lecciones tienen una estructura básica común: primera página y desarrollo. Todas las primeras páginas tienen la misma organización: una imagen y una breve introducción. Esta última a veces es una actividad, como en la lección 1, y otras se refieren a información general, como en la lección 3. La parte de desarrollo no tiene la misma estructura en todas las lecciones. Cada lección tiene una organización particular. Por ejemplo, en la lección 2 aparecen intercaladas tres breves biografías de matemáticos, y en la lección 10 aparece un breve biografía de Euclides, lo cual no se hace en ninguna otra lección. Una de esas lecciones está dedicada a los sistemas de ecuaciones lineales en dos incógnitas. En total el libro tiene 239 páginas, de las cuales 16 son dedicadas exclusivamente a los sistemas de ecuaciones lineales.

5.1. Orientaciones y fundamentos

El texto *Matemática 10* está acompañado de una *Guía para Docentes* (Ministerio de Educación, 2014). En esta guía se declara que se asume el enfoque del aprendizaje significativo. En la presentación de esta guía se afirma que:

La estructura metodológica se fundamenta en el aprendizaje significativo, siempre dentro de un enfoque globalizador e interdisciplinar, que permita a los y las estudiantes adoptar progresivamente métodos y estrategias matemáticos, a la par de valores como la equidad etaria, la democracia y el respeto a la naturaleza, al ser humano, a la sociedad y a las culturas. Los textos buscan potenciar actitudes y hábitos de trabajo. (...) valorar la importancia de las herramientas tecnológicas y de la ciencia en la vida cotidiana y fomentar un espíritu crítico y reflexivo. (p. 3).

Se agrega que estos libros persiguen un triple objetivo:

Formativo. Contribuir al desarrollo de las capacidades cognitivas abstractas y formales de razonamiento, deducción y análisis que permiten construir una visión alternativa de la realidad, a través del desarrollo de modelos matemáticos. (...).

Funcional. Desarrollar un conjunto de procedimientos, estrategias de resolución de problemas y técnicas de cálculo que permiten solucionar problemas de la vida cotidiana y sistematizar procesos de producción (...)

Instrumental. Por una parte, interpretar hechos de la vida cotidiana y, por otra, expresar y comunicar los conocimientos matemáticos en otros ámbitos del aprendizaje (...). (p. 3).

Y, en cuanto a la orientación que se le da al aprendizaje, se establece que:

- El proceso de aprendizaje recurre inicialmente a métodos inductivos que parten siempre del entorno conocido por los estudiantes.
- La manipulación y la experimentación son instrumentos básicos para el conocimiento y dominio de conceptos y técnicas de trabajo necesarios en matemáticas.
- Los métodos deductivos y el uso de lenguajes abstractos se convierten en un punto de llegada y en la culminación del aprendizaje. (Ministerio de Educación, 2014, p. 3)

Por último, tenemos que en relación con la formación en valores se enfatiza el Buen Vivir, para lo cual:

(...) se articulan los principios fundamentales del Buen Vivir con aspectos de la realidad de nuestro país. Busca motivar la reflexión, la toma de decisiones y posterior ejecución de acciones positivas a favor del ambiente, de la sociedad y de las relaciones democráticas y para la paz.

Al inicio de cada módulo se muestra un artículo de la Constitución de la República del Ecuador relacionado con el eje elegido y al finalizar el módulo se desarrolla el tema con profundidad. (Ministerio de Educación, 2014, p. 4)

En el material curricular complementario se señalan los fundamentos en que se sustenta el libro ecuatoriano y se revela su alineación con las principales políticas públicas.

El texto *Matemática Tercer Año* no está acompañado de ningún material curricular complementario para profesores ni para estudiantes. Tampoco se explica en el libro del estudiante la estructura organizativa del texto. Solo contienen dos prólogos, uno dirigido a los profesores y otro a los estudiantes, donde se bosquejan algunas de las características del libro. En el prólogo dirigido a los estudiantes se hacen afirmaciones tales como:

La Matemática está presente en nuestro contexto y en el mundo. Además de la belleza, muchos otros temas y situaciones pueden estudiarse y comprenderse desde esta disciplina, permitiendo los cambios y

transformaciones necesarias en nuestra forma de pensar y actuar sobre los problemas que afectan a la comunidad o a la sociedad en general.

Cada lección de este libro se corresponde con ese vínculo natural que hay entre la Matemática, su enseñanza y el contexto. (Ministerio del Poder Popular para la Educación, MPPE, 2011, p. 3)

Y en el prólogo dirigido a los docentes, madres, padres y representantes se hacen afirmaciones tales como:

La profesora y el profesor de matemática son en esencia investigadores junto a sus estudiantes, el espacio del aula y su contexto se convierten en el escenario de indagaciones, conversaciones, deliberación, inferencias, deducciones, análisis, contrastación de ideas, métodos y resultados.

Este enfoque de la educación matemática implica que la actividad de las estudiantes y los estudiantes se caracterice por la investigación individual y colectiva, que involucren desde ella y con ella a otros miembros de la comunidad institucional y local, que comprometa a sus familiares en esta excelsa tarea. Es una investigación que trasciende lo disciplinar, es decir, la Matemática escolar, y se relaciona estrechamente con otras disciplinas, con el contexto socio-histórico y con sus problemas, y en especial con la ética.

(...) desde cada una de las lecciones que abarca el libro de Matemática se busca romper con ciertas tradiciones que han signado parte de la educación matemática no sólo en nuestro país sino también en el ámbito internacional, como por ejemplo el énfasis en los algoritmos como el único contenido matemático a estudiar o la desvinculación de las ideas matemáticas con el contexto y con la realidad (...) el maravilloso mundo de la *educación matemática* en contexto, pensada para la formación de la ciudadanía y el estudio a profundidad de las ideas matemáticas” (MPPE, 2011, p. 4).

En estos dos prólogos, se presentan de manera bastante resumida los fundamentos en que se sustentan los libros de la Colección Bicentenario. Allí podemos encontrar referencias a la vinculación de la matemática con la realidad cotidiana, su relevancia para la resolución de problemas en contextos familiares de los estudiantes y a la necesidad de ir más allá de lo disciplinar.

Podemos afirmar que ambos textos escolares comparten algunos de sus fundamentos. Algunos de los supuestos que comparten son la importancia de la relación de la enseñanza de las matemáticas con la realidad, el valor de interdisciplinariedad en el aprendizaje de las matemáticas, el papel del estudiante como investigador y la contribución de la educación en matemática para la formación ciudadana.

5.2. Uso de la historia de las matemáticas

En el texto venezolano se incluyen tres biografías de docentes venezolanos, una al comienzo del libro, otra por la mitad y una última al final del libro. En otras partes del libro aparecen dentro de algunas lecciones unas breves biografías de matemáticos antiguos. En ninguno de los dos libros se hace uso de la historia de las matemáticas en el tratamiento de los contenidos. En particular, en la sección dedicada a los sistemas de ecuaciones lineales, tenemos que en ninguno de los dos textos se hace referencia alguna a la historia de ese importante tema matemático.

5.3. Uso de tecnologías y material manipulable

Encontramos en esta materia una leve diferencia entre ambos textos escolares. En el texto escolar ecuatoriano se hace un uso muy limitado de tecnologías y de materiales concretos. Por ejemplo, hay un solo problema propuesto en que se hace uso de material manipulable. Al final de la sección dedicada a los sistemas de ecuaciones se le sugiere al estudiante el uso de la calculadora “Wiris”, disponible vía internet, para la resolución de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones lineales. Mientras que en el texto escolar venezolano no se hace uso de ninguna tecnología ni de material manipulable. Esta situación es particularmente relevante porque la distribución de computadoras portátiles gratuitas, llamadas Canaimitas, en todos los años de la educación obligatoria acompaña la política de distribución gratuita de textos escolares. Estaríamos así ante un caso de muy baja coherencia curricular, donde no se apoyan mutuamente los textos y las computadoras. Y, por último, tenemos que en ninguno de los dos textos se integra el uso de tecnología ni de material concreto al desarrollo del tema de los sistemas de ecuaciones lineales.

5.4. Los temas y su secuencia

Tanto en Ecuador como en Venezuela la enseñanza de la Matemática en la educación básica se rige por un currículo nacional. El currículo ecuatoriano actual para la Educación General Básica está vigente desde 2010 y el venezolano para la Educación Media General entró en vigencia a finales de 2017. Para el año 2011, cuando fue publicado el libro de Matemática de la Colección Bicentenario para el Tercer Año, el programa oficial para ese año era el correspondiente al Noveno Grado de la Educación Básica vigente desde 1988. Por tanto, tomamos como base de comparación los programas de estudio oficiales de matemática correspondientes a los currículos vigentes en cada uno de estos países para el momento en que fueron elaborados los respectivos textos escolares analizados en este trabajo. El tema de los sistemas de ecuaciones es introducido en Ecuador en el Año 10 de la EBG y en Venezuela en el Tercer Año de la Educación Media, los estudiantes en esos años están en el mismo rango de edades (ver Cuadro 1).

Nos interesa ahora entrar en detalles relacionados con los contenidos particulares del tema sistema de ecuaciones lineales y la manera en que son presentados en dichos textos. En la Figura 1 se muestran estos contenidos y su secuencia, los contenidos comunes están en un recuadro con el fondo blanco.

Tenemos que estos dos libros tienen muchos contenidos en común relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales en dos incógnitas. Y se diferencian muy poco en cuanto a la secuencia en que son presentados la mayoría de esos contenidos.

1. En el texto *Matemática 10* se sigue la secuencia clásica, según la categorización de Coulange (2001), donde se toma como acción de partida a una ecuación lineal con dos incógnitas. Mientras que en el texto *Matemática Tercer Año* la acción de partida es una situación problemática referida a un contexto cotidiano, significativo para las y los estudiantes, presentada como un ejemplo resuelto. Este esquema de presentación encaja dentro del enfoque ideológico utilitario. Ambos textos, una vez

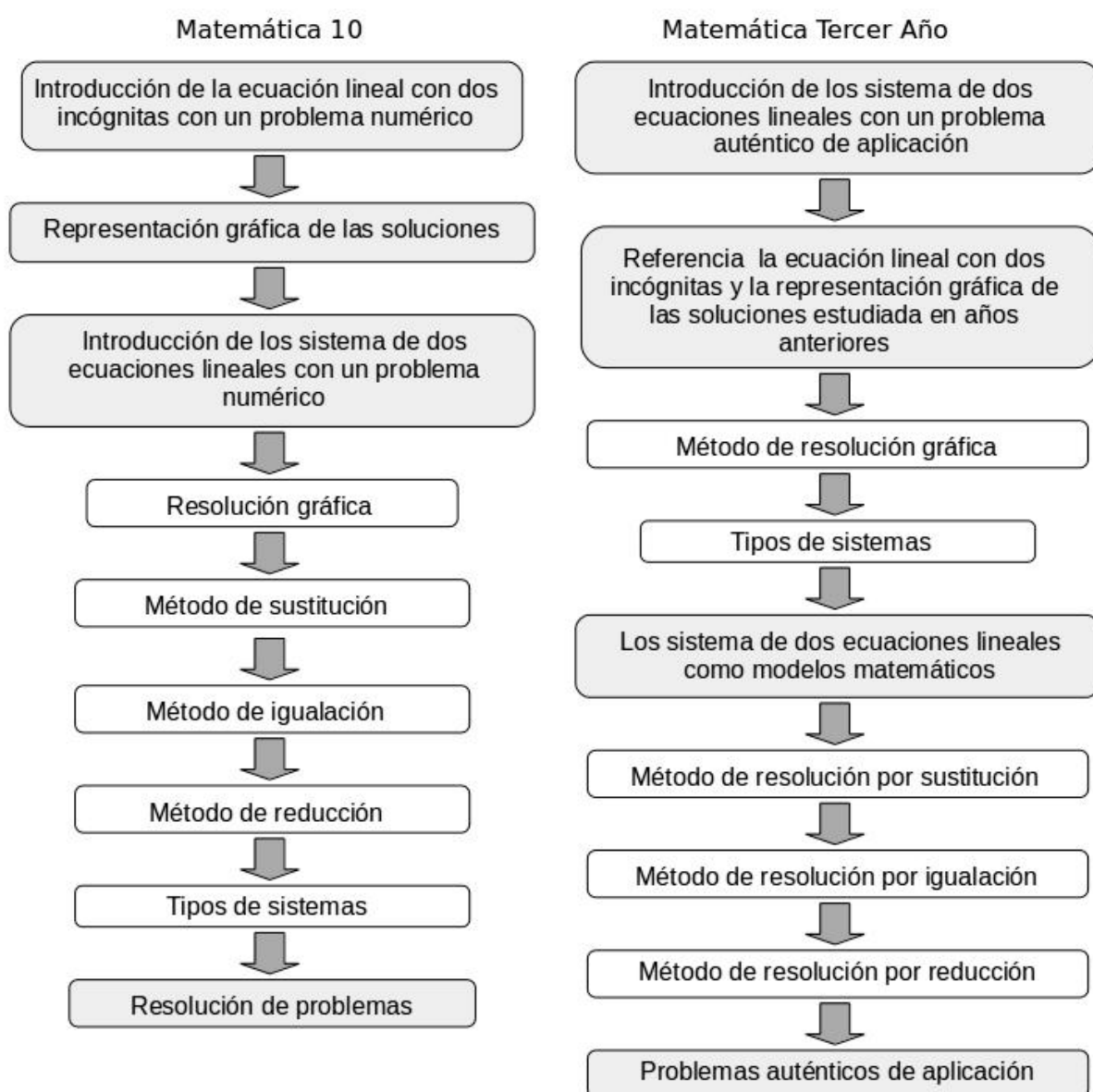


Figura 1. Temas y su secuencia (contenidos similares están en blanco)

presentada la acción inicial, continúan el desarrollo del curso con el

método de resolución gráfica. En esta parte de la presentación se insiste en la interpretación de la solución de un sistema de ecuaciones lineales como el punto de intersección de las rectas cuyas ecuaciones conforman el sistema dado. Ninguno de los dos libros introduce el concepto de conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. La referencia a los sistemas equivalentes se hace en el texto venezolano en medio de desarrollo de dos ejemplos y en el ecuatoriano se introduce en forma de definición inmediatamente después de la definición de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En ninguno de los dos casos se hacen mayores consideraciones sobre este importante concepto.

Son varias las omisiones en cuanto a contenidos comunes en ambos textos escolares oficiales. En estos textos no se introducen los conceptos de conjunto solución, sistemas de ecuaciones lineales homogéneos y combinación lineal. Tampoco son tratados los sistemas de ecuaciones lineales compatibles indeterminados, los cuales surgen con frecuencia en diversas aplicaciones. Estas omisiones son significativas si tomamos en consideración resultados de investigaciones sobre este tema. En particular, no introducir los sistemas lineales homogéneos lleva a una presentación incompleta de los tipos de sistemas de ecuaciones lineales.

En ambos textos se pone demasiado énfasis en lo instrumental, en la realización de operaciones, y se presta muy poca atención a los aspectos conceptuales. Tal es el caso del tema de los sistemas de ecuaciones equivalentes, el cual se trata con muy poco rigor, de manera más bien informal. No toman en consideración la deducción ni la demostración, fundamentales en el razonamiento matemático.

En el Cuadro 3 se presentan las definiciones de sistemas de ecuaciones lineales y su notación tal como aparecen en cada uno de los textos escolares examinados. En el libro *Matemática 10*, la definición se presenta dentro de un recuadro y en el libro *Matemática Tercer Año* no se distingue de ninguna manera en particular. Por un lado, tenemos que la definición propuesta en el texto ecuatoriano no es del todo correcta. Porque existen sistemas de ecuaciones lineales que son indeterminados, es decir que su conjunto solución es vacío. Por el otro lado, la descripción de la notación en el texto venezolano es incorrecta, un sistema de ecuaciones lineales no se representa “mediante una llave”, sería más adecuado afirmar que se usa una llave para agrupar las ecuaciones, tal como se señala en el texto ecuatoriano.

Cuadro 3. Definiciones y notación de los sistemas de ecuaciones lineales

Matemática 10	Matemática Tercer Año
<p>Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que deben verificarse simultáneamente.</p> <p>Un sistema de ecuaciones se escribe agrupando las ecuaciones que lo forman con una llave.</p> $\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 2x - 4 = y \end{array} \right\}$ <p>(ME, 2010, p. 33)</p>	<p>Efectivamente, las dos ecuaciones lineales, o ecuaciones de primer grado, con dos incógnitas consideradas conjuntamente forman un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y suelen representarse mediante una llave.</p> $\left\{ \begin{array}{l} 3,70 \cdot x + 6,70 \cdot y = 125,50 \\ x + y = 25 \end{array} \right.$ <p>(MPPE, 2011, p. 82)</p>

En el Cuadro 4 aparecen las referencias que se hacen en el texto ecuatoriano y en el texto venezolano tanto a la resolución de un sistema de ecuaciones lineales como a su solución.

El tratamiento del concepto de solución es deficiente en ambos textos. Tal como dijimos más arriba, en ninguno de los dos libros se introduce el concepto de conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Se hace mayor énfasis en la resolución de sistemas de ecuaciones, aspecto procedimental, y muy poco énfasis en la concepto de conjunto solución, aspecto conceptual.

En particular encontramos problemático el tratamiento de las soluciones cuando se usa el método gráfico. En ninguno de los dos textos se menciona que mediante este método se obtienen soluciones aproximadas. En el ecuatoriano se escogen convenientemente un par de ecuaciones con soluciones enteras de fácil localización en un papel cuadriculado y se evita la discusión. En los dos ejemplos resueltos en el texto venezolano por el método gráfico la localización de las soluciones no es tan evidente, en uno de los casos son valores relativamente grandes. A pesar de esta dificultad no se discute el carácter aproximado de las soluciones y en ninguno de los dos ejemplos se comprueban las soluciones mediante la sustitución en las ecuaciones que forman cada sistema dado.

Matemática 10	Matemática Tercer Año
<p>Cada par de valores x e y que verifica simultáneamente todas las ecuaciones de un sistema es una solución del sistema. (énfasis en el original) (ME, 2010, p. 33)</p>	<p>Resolver un sistema de ecuaciones es determinar lo valores de las incógnitas x e y que satisfacen, simultáneamente, a cada ecuación del sistema. (MPPE, 2011, p. 82)</p>
<p>Resolver un sistema de ecuaciones consiste en encontrar los valores de las incógnitas que verifiquen a la vez todas las ecuaciones.</p>	<p>(...), ese es un punto que pertenece a cada una de las rectas que son representaciones gráficas de dichas ecuaciones. Representen cada una de las ecuaciones lineales que estamos utilizando encuentren el punto de intersección de ambas rectas. (MPPE, 2011, p. 83)</p>
<p>La resolución gráfica de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas consiste en representar las rectas correspondientes a las soluciones de cada una de las ecuaciones del sistema. Los puntos comunes a ambas rectas nos proporcionarían las soluciones del sistema. (énfasis en el original) (ME, 2010, p. 34)</p>	

Cuadro 4. Referencias a la resolución y a la solución de sistemas de ecuaciones

En el Cuadro 5 se muestran las definiciones y referencias a los sistemas de ecuaciones lineales equivalentes tal como aparecen en ambos textos escolares. En el texto ecuatoriano la definición de sistemas equivalentes no aparece resaltada o enmarcada con un recuadro como otras definiciones, y es presentada inmediatamente después de la definición de un sistema de ecuaciones lineales. En el

texto venezolano no es presentada una definición como tal de sistemas equivalentes, más bien se hace una referencia a estos en el contexto de la resolución del segundo ejemplo resuelto donde se muestra la aplicación a una situación auténtica.

En ambos casos se hace referencia a la equivalencia de ecuaciones como punto de partida para introducir la idea de sistemas de ecuaciones lineales equivalentes. En el texto ecuatoriano se presenta un ejemplo inmediatamente después de la definición, en ese ejemplo ninguna de las dos ecuaciones de uno de los sistemas se puede obtener transformando alguna de las dos ecuaciones en el otro sistema. Pero, no indican en el texto que cada una de las ecuaciones del segundo sistema se puede escribir como combinación lineal de las ecuaciones en el primer sistema. En el texto venezolano la equivalencia de dos sistemas de ecuaciones está siempre referida a dos sistemas cuyas ecuaciones en uno de ellos se obtuvieron mediante transformaciones de las ecuaciones del otro sistema. Se refuerza esta idea aún más planteando la siguiente pregunta después del ejemplo presentado: “¿Por cuál número hemos multiplicado, en cada ecuación, para obtener el sistema equivalente?” (MPPE, 2011, p. 86). Este tratamiento, en el caso de los dos libros, es insuficiente y podría conducir a concepciones erróneas sobre la equivalencia de sistemas de ecuaciones lineales.

Matemática 10	Matemática Tercer Año
Del mismo modo que dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen las mismas soluciones, dos sistemas de ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones . (énfasis en el original) (ME, 2010, p. 33)	(...), una ecuación lineal se puede multiplicar o dividir por un mismo número sin que sus soluciones se alteren. Con este procedimiento, obtenemos ecuaciones que son equivalentes. Aplicando este conocimiento, podemos obtener el siguiente sistema de ecuaciones lineales que es equivalente al anterior: (...) (MPPE, 2011, p. 86) (...) El símbolo \sim significa que ambos sistemas son equivalentes , es decir, tienen las mismas soluciones. (énfasis en el original) (MPPE, 2011, p. 91)

Cuadro 5. Definiciones y referencias a los sistemas de ecuaciones equivalentes

5.4. Uso de ilustraciones y gráficos

En ambos textos escolares, como en muchos otros textos actuales, se hace un uso prolífico de las ilustraciones y las fotografías. La mayor parte del área de la página inicial de ambas unidades de contenidos es ocupada por una fotografía alegórica a algún aspecto de sus respectivos contenidos. Encontramos que en el texto venezolano se hace un uso más frecuente tanto en cantidad como en tamaño de ilustraciones y fotografías que en el texto ecuatoriano.

5.5. Sobre el uso de diferentes registros

En ambos textos, como señalamos anteriormente, se inicia la presentación de los métodos de resolución por el método gráfico. En el ecuatoriano se resuelve un primer ejemplo donde se usan los registros algebraico, numérico y gráfico. En este ejemplo se realizan transformaciones en el registro algebraico y pasajes del registro algebraico al numérico y del numérico al gráfico, y se comprueba el resultado en las ecuaciones que forman el sistema. En el texto venezolano se presenta un ejemplo resuelto donde se realiza un pasaje del registro verbal al algebraico, y luego se representa el sistema gráficamente. Aunque no se explica cómo pasar del registro algebraico al gráfico. No se comprueba el resultado obtenido por el método gráfico sustituyendo en las ecuaciones, no se produce el pasaje al registro algebraico.

En lo que sigue del desarrollo de la exposición del tema, en ambos textos predomina el registro algebraico. Recurren al registro gráfico en ambos libros solo cuando se introduce el método de resolución gráfica y cuando se presentan distintos tipos de sistemas de ecuaciones lineales según la existencia y el número de sus soluciones. En el texto venezolano se presentan casos de cada tipo de sistema de ecuaciones solo gráficamente, y en el ecuatoriano se presentan los ejemplos de cada tipo de sistemas en el registro algebraico y gráfico.

5.6. Contextos de las tareas

En cuanto a la cantidad de tareas propuestas tenemos que el número total de estas en el texto venezolano es mucho menor que en el texto ecuatoriano. En ambos textos escolares el mayor número de tareas se clasifican en el grupo de no-aplicación, en proporciones casi iguales (ver Tabla 1). Ninguno de los dos textos analizados incluye tareas del tipo de aplicación ficticia, es decir, cuyos contextos son inventados o tomados de cuentos o historias.

	Ecuador (n=62)	Venezuela (n=23)
	n (%)	n (%)
No-aplicación	37 (59,7%)	14 (60,9%)
Aplicación	25 (40,3%)	9 (39,1%)

Tabla 1. Frecuencia de tipos de tareas según el contexto

El texto ecuatoriano incluye una mayor variedad de contextos en las tareas de aplicación que el texto venezolano (ver Tabla 2), siete situaciones diferentes en el ecuatoriano y cuatro situaciones diferentes en el venezolano. En este último texto predominan las tareas de contexto comercial, mientras que en el texto ecuatoriano la mayoría de las tareas son de contextos numéricos. Además, el número total de tareas de aplicación es mucho mayor en el texto ecuatoriano que en el venezolano.

Contextos	Ecuador (n=25)	Venezuela (n=9)
Comercial	2	6
Económico	1	1

Contextos	Ecuador (n=25)	Venezuela (n=9)
Agrupamiento	4	1
Edades	5	1
Geométrico	5	0
Móviles	2	0
Numérico	6	0

Tabla 2. Distribución de las tareas de aplicación según el contexto

Tenemos entonces que el texto ecuatoriano muestra una mayor variedad de contextos y una menor concentración en un tipo determinado de contexto. Entre las situaciones que predominan en este texto se encuentran las situaciones numéricas, tal como en los textos clásicos, seguidas de las situaciones de edades y geométricas. Mientras que en el texto venezolano predominan las tareas sobre situaciones comerciales, de compra-venta de productos. En la gráfica que se muestra en la Figura 2 puede apreciarse de mejor manera la diferencia entre ambos textos en cuanto a la diversidad de contextos en las tareas.

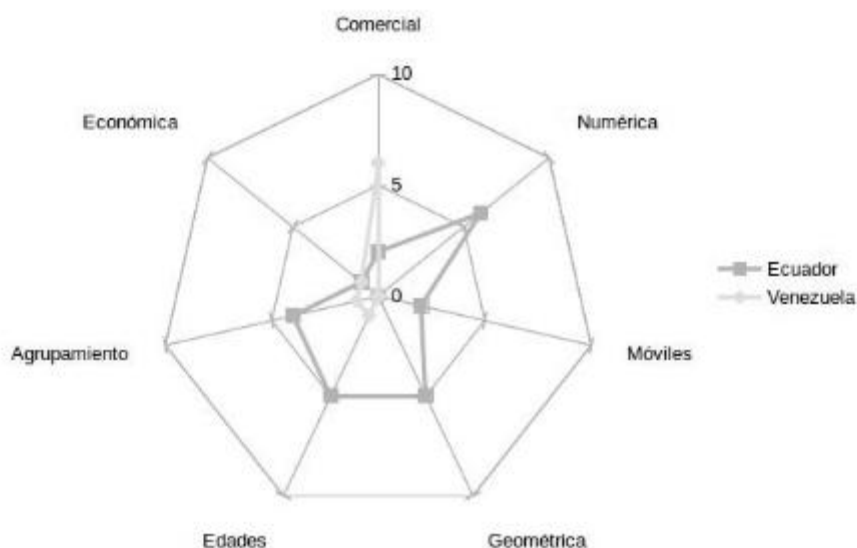


Figura 2. Gráfico de distribución de tareas de aplicación según su contexto

5.7. Formas de representación de los problemas

La forma de representación de las tareas predominante en ambos textos escolares es la forma verbal (ver Tabla 3). La forma puramente matemática es la segunda más frecuente en ambos textos, pero mucho mayor en el texto ecuatoriano que en el venezolano. En tercer lugar se encuentra la forma combinada en ambos textos. Por último, ninguna tarea es presentada en la forma visual en el texto ecuatoriano mientras que solo una aparece de esta forma en el texto venezolano.

	Ecuador (n=62)	Venezuela (n=23)
	n (%)	n (%)
Forma verbal	28 (45,2%)	13 (56,5%)
Forma puramente matemática	26 (41,9%)	5 (21,8%)
Forma visual	0 (0,0%)	1 (4,3%)
Forma combinada	8 (12,9%)	4 (17,4%)

Tabla 3. Formas de presentación de las tareas y su frecuencia

Incluimos en nuestro análisis de las tareas a los materiales manipulables como forma de presentación. En el texto ecuatoriano es propuesta una tarea que requiere la representación mediante monedas de una situación que se resuelve mediante un sistema de ecuaciones lineales. En el texto venezolano no es considerada en ninguna tarea, propuesta o resuelta, el uso de material manipulable como forma de representación de los sistemas de ecuaciones lineales.

A pesar de la recomendación, basada en resultados de la investigación sobre la formación de conceptos matemáticos, de presentar los conceptos y los procedimientos en diversas formas de representación y la traducción entre ellas, en los dos textos estudiados predominan las tareas presentadas en una única forma de representación, principalmente la verbal, y prácticamente solo se promueve la traducción de la forma verbal a la forma algebraica.

5.8. Demanda cognoscitiva de las tareas

Las tareas presentadas en las secciones de ambos textos escolares dedicadas a los sistemas de ecuaciones lineales fueron codificadas también según el nivel de exigencia cognoscitiva de acuerdo con la categorización de Stein y Smith (1998) y Stein y otros (2000), tal como se muestra en al Tabla 4.

	Ecuador (n=62)	Venezuela (n=23)
	n (%)	n (%)
Memorización	2 (3,2%)	5 (21,7%)
Procedimiento sin conexión	51 (82,3%)	17 (74,0%)
Procedimiento con conexión	9 (14,5%)	1 (4,3%)
Hacer matemáticas	0 (0%)	0 (0%)

Tabla 4. Las tareas según el nivel de exigencia cognoscitiva

Tenemos que en ambos textos predominan las tareas de bajo nivel de demanda cognoscitiva. El texto escolar ecuatoriano se ubica en la tendencia de la mayoría de los textos escolares de matemática estadounidenses y europeos, que se caracterizan por incluir un gran número de tareas de bajo nivel de exigencia cognoscitiva. Mientras

que el texto escolar venezolano se encuentra en una categoría difícil de ubicar, respecto a textos escolares de otros países, porque se caracteriza por tener pocas tareas de bajo nivel de exigencia cognoscitiva.

5.9. Tipos de respuestas de las tareas

También clasificamos las tareas propuestas en los textos oficiales de Ecuador y Venezuela según el tipo de respuestas en abiertas y cerradas (ver Tabla 5). En ambos textos predominan las tareas de respuesta cerrada.

	Ecuador (n=62)	Venezuela (n=23)
	n (%)	n (%)
Respuesta abierta	2 (3,2%)	1 (4,3%)
Respuesta cerrada	60 (96,8%)	22 (95,7%)

Tabla 5. Frecuencia de los tipos de respuestas de las tareas

Tenemos que el tipo de tareas de respuesta abierta aparece en una frecuencia sumamente baja. Combinando este resultado con el relacionado con el nivel de exigencia cognoscitiva (ver Tabla 4), podemos concluir que la mayoría de las tareas son de tipo de respuesta cerrada y de bajo nivel de exigencia cognoscitiva. Resultado que contradice las recomendaciones recientes que sugieren una mayor inclusión de tareas retadoras y de respuesta abierta.

López y otros (2015) y Guerrero, Carrillo y Contreras (2014) incluyen en sus estudios de las tareas en los textos escolares la categoría *toma de decisión*. Esta se refiere a tareas que requieren del estudiante tomar decisiones. En los textos estudiados todas las tareas propuestas se resuelven mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones. Por tanto, los estudiantes no tienen que tomar ninguna decisión sobre la herramienta matemática a utilizar. Los estudiantes solo tienen que tomar decisiones en cuanto al método de resolución de estos sistemas. En el texto ecuatoriano, de 50 tareas analizadas, en 31 el estudiante debe elegir el método a usar. Mientras que en el texto venezolano, de 11 tareas propuestas, en 7 el estudiante debe decidir cuál método utilizar. Tenemos que ambos textos se asemejan en cuanto al porcentaje de problemas en que se requiere al estudiante tomar decisiones. En ninguno de estos libros se discuten las ventajas y desventajas de los diferentes métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, pareciera que da lo mismo usar uno u otro método.

5.10. Consideración de la investigación sobre sistemas de ecuaciones

Contamos con algunos estudios sobre la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en la educación media en países iberoamericanos, por ejemplo: Sessa y Cambriglia (2007) y Bruno y Rivas (2014), incluso sobre la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones en un texto escolar (Guerrero y otros, 2014). En estas investigaciones se reportan resultados relevantes para la

enseñanza de este importante tema, y en particular para el diseño de textos escolares. Seesa y Cambriglia señalan la importancia de la articulación entre diferentes registros de representación, más allá de la mera traducción de un registro a otro, lo cual permitiría explicar a partir de la resolución en un registro dado los distintos pasos seguidos en otro registro. Bruno y Rivas reportan que en los textos se le da mucha relevancia a los métodos de resolución y se le presta poca atención al significado del conjunto solución. Y Guerrero y otros hallaron que en el texto estudiado no se promueve realmente la resolución de problemas, dado que la mayoría de las tareas propuestas son del tipo ejercicios, aunque este es señalado como uno de los temas centrales del currículo. De la revisión del contenido de sistemas de ecuaciones en los textos escolares de Venezuela y Ecuador, así como del material curricular complementario en el caso ecuatoriano, podemos concluir que en ninguno de estos textos se incorporan resultados de la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales. Sin embargo, podemos afirmar que en el diseño del texto ecuatoriano si se incorporan algunos dispositivos didácticos generales, tales como el uso de mapas conceptuales como organizador de los contenidos.

6. Conclusiones

Los textos analizados fueron seleccionados y diseñados siguiendo diferentes políticas. El libro ecuatoriano es una versión de un libro de una editorial privada, mientras que el venezolano fue elaborado completamente por el Ministerio del Poder Popular para la Educación. Este último texto no cuenta con material curricular complementario, mientras que el texto ecuatoriano está acompañado de un manual para el docente.

En ambos libros se hace un uso prolífico de las ilustraciones, hay más ilustraciones en el texto venezolano pero muchas de ellas no están relacionadas con el contenido matemático. También se recurre en ambos textos a notas históricas como motivación, aunque por lo general las notas históricas no están relacionadas con el contenido tratado en la sección donde aparecen. En cuanto al uso de tecnologías, en el libro ecuatoriano se hace alguna mención a estas mientras que en el libro venezolano no son tomadas en cuenta. Este resultado revela una falta de coherencia curricular entre los textos escolares y las tabletas distribuidas gratuitamente a estudiantes de la educación media en Venezuela.

No encontramos evidencias de que las y los autores de estos textos tomaran en consideración resultados de la investigación en didáctica de las matemáticas sobre la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales ni de otros temas de álgebra. Aunque en el caso de Ecuador, se recurre a ciertos dispositivos didácticos generales como los mapas conceptuales.

En cuanto a las tareas propuestas en los textos analizados, en ambos predominan las tareas de respuesta cerrada y de bajo nivel de exigencia cognitiva. En el texto venezolano se incluye un número muy reducido de tareas, el cual es mucho menor que en el libro ecuatoriano. En éste las tareas aparecen propuestas

intercaladas en la presentación del tema y en una sesión al final, mientras que en el venezolano aparecen solo al final. En este último texto algunas preguntas son intercaladas, pero en su mayoría son de comprobación y memorización.

De los resultados de esta investigación se pueden derivar las siguientes recomendaciones para mejorar el texto venezolano *Matemática Tercer Año*. Evitar el uso exagerado de ilustraciones no relacionadas con el contenido e incluir gráficos, ilustraciones, etc. que apoyen la comprensión de los conceptos y procedimientos. Incorporar notas históricas para la motivación que estén relacionadas con el tema tratado y recurrir a la historia de los sistemas de ecuaciones lineales y sus métodos de resolución para mejorar la exposición. Tomar en consideración los resultados de la investigación sobre este tema, por cierto muchas de estas investigaciones se han realizado en países iberoamericanos. Aumentar el número de tareas propuestas y elevar el nivel de exigencia cognitiva. En particular, se sugiere incluir tareas que promuevan el razonamiento matemático, por ejemplo: la elaboración de conjeturas y la demostración, así como el uso de tecnologías. Disminuir el énfasis en tareas de contexto comercial y aumentar el número de tareas más realistas y relacionadas con temas de ciencias y tecnologías. Conectar los sistemas de ecuaciones lineales con otros temas de matemáticas. Enfatizar la formación de conceptos y disminuir el énfasis en la enseñanza de procedimiento de resolución de ecuaciones. Incluir conceptos fundamentales como el de conjunto solución, sistemas equivalentes, combinación lineal y otros.

Bibliografía

- Beyer, W. (2011). Constantes y variables en textos de matemática: un enfoque histórico. *Paradigma*, 32(2), 69-84.
- Beyer, W. (2014). Los textos escolares y el error en matemáticas. *Revista de Matemática de la Universidad del Atlántico*, 1(1), 1-25.
- Bruno, D. y Rivas, F. (2014). Sistemas de ecuaciones: tratamiento de la solución en libros de texto de la escuela secundaria. En D. Veiga (ed.) *Acta de la X Conferencia Argentina de Educación Matemática* (pp. 195-202). Buenos Aires: Sociedad Argentina de Educación Matemática.
- Centro de Capacitación Docente El Mácaro (1985). Investigaciones sobre libros de texto de Matemática y Ciencia para la Escuela Primaria realizada por el Ministerio de Educación de Venezuela y la OEA. En S. Qüenza (comp.) *La evaluación de los materiales educativos impresos* (pp. 243-261). Turmero, estado Aragua, Venezuela: Ediciones El Mácaro.
- Certad Villarroel, P. A. (2013). Análisis del texto escolar de ciencias naturales desde la transdisciplinariedad. *Revista de Comunicación de la SEECI*, 17(31), 52-69.
- Chávez, O. (2006). From the textbook to the enacted curriculum [Del texto escolar al currículum ejecutado]. En S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz y A. Médez (eds)

- Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2* (pp. 565-566). Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Coulange, L. (2001). Enseigner les systèmes d'équations en troisième: une étude économique et écologique [Enseñar los sistemas de ecuaciones lineales en secundaria: un estudio económico y ecológico]. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 21(3), 305-354.
- Derouet, C., Henríquez, C., Menares, R. y Panero, M. (2015). *Estudio comparativo sobre la enseñanza de las funciones: Análisis de tareas en libros de texto de Chile, Francia e Italia*. Trabajo presentado en la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.
- Gilbert, W. J. y Nicholson, W. K. (2004). *Modern algebra with applications, Second Edition* [Álgebra moderna con aplicaciones, Segunda edición]. Nueva York: John Wiley.
- González, M. T. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos de la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Guerrero, A. C., Carrillo, J. y Contreras, L. C. (2014). Problemas de sistemas de ecuaciones lineales en libros de texto de 3o ESO. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en educación matemática XVIII*, (pp. 395-404). Salamanca: SEIEM.
- Haggarty, L. y Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: who gets an opportunity to learn what? [Una investigación de los textos escolares de matemáticas y su uso en aulas inglesa, francesa y alemana]. *British Educational Research Journal*, 28(4), 567-590.
- Heynemann, S. P., Farrell, J. P. y Sepulveda-Stuardo, M. A. (1978). *Textbooks and achievement: What we know* [Textos escolares y rendimiento: qué sabemos]. *World Bank Staff Working Paper*, No. 298.
- Jaime, A., Chapa, F. y Gutiérrez, A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. *Epsilon*, 23, 49-62.
- Jaquet, F. (1999). Le rapport de l'élève au savoir, selon la recherche en didactique des mathématiques [La relación del estudiante con el saber, según la investigación en didáctica de las matemáticas]. *L'Educazione Matematica*, 1(3), 167-177.
- Johansson, M. (2003). Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum [Textos escolares en la educación matemática: un estudio de los textos escolares como el currículo potencialmente

- implementado]. Tesis doctoral no publicada: Luleå Department of Mathematics, Luleå University
- Ley Orgánica de Educación Intercultural* (2011). República de Ecuador.
- Ley Orgánica de Educación* (2009). República Bolivariana de Venezuela.
- López, E. M., Guerrero, A. C., Carrillo, J. y Contreras, L. C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 73 – 94.
- Marmolejo, G.A. (2014). *Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Salamanca. Salamanca, España.
- Martínez Bonafé, J. (2008). Los libros de texto como práctica discursiva. *Revista de la Asociación de Sociología de la Educación*, 1(1), 62-73.
- Ministerio de Educación (2010). *Área de Matemática. Actualización y fortalecimiento curricular de la educación general básica 2010*. Quito: El Autor.
- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos de Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 358, 471-496.
- Oates, (2010). *Could do better: Using international comparisons to refine the National Curriculum in England*. University of Cambridge. Documento en línea. Disponible en: <http://www.cambridgeassessment.org.uk/Images/112281-could-do-better-using-international-comparisons-to-refine-the-national-curriculum-in-england.pdf>
- Parcerisa, A. (1996). *Materiales curriculares. Cómo elaborarlos, secuenciarlos y usarlos*. Barcelona, España: Graó.
- Pehkonen, L. (2004). The magic circle of the textbook—an option or an obstacle for teacher change [El círculo mágico del texto escolar—una opción o un obstáculo para el cambio del profesor]. En M. J. Hoines y A. B. Fuglestad (Eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 513-520). Bergen, Noruega: Bergen University College.
- Picado Alfaro, M. y Rico Romero, L. (2011). *El sistema métrico decimal en textos de matemáticas en Cuba, Puerto Rico y Filipinas en la segunda mitad del siglo XIX*. Trabajo presentado en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática.

- Pino, J. y Blanco, L. J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad en España y Chile, en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88.
- Pinto, E. y González, F. (2013). Historia social de la educación matemática en Iberoamérica: Las ecuaciones lineales en los libros de texto de matemáticas para Educación Básica en Venezuela. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 177-201.
- Ponte, J. P. y Marques, S. (2007). *Proportion in school mathematics textbooks: A comparative study* [La proporción en los textos escolares de matemáticas: un estudio comparativo]. Documento en línea. Disponible en: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.532.415&rep=rep1&type=pdf>
- Ramírez, T. (2002). Una aproximación al estudio del nacionalismo en los textos escolares venezolanos. *Revista de Pedagogía*, 23(66), 4171.
- Ramírez, T. (2003). El texto escolar: una línea de investigación en educación. *Revista de Pedagogía*, 24(70), 273-292.
- Ramírez, T. (2007). *Del control estatal al libre mercado. Políticas públicas y textos escolares en Venezuela (1958-2005)*. Caracas: Ediciones de la Biblioteca-Universidad Central de Venezuela.
- Salcedo, A. (2012). Análisis de las actividades para el estudiante en los libros de matemáticas. *Investigación y Postgrado*, 27(1), 83-109.
- Salcedo, A. (2015). Análisis de las actividades de estadística propuestas en textos escolares de primaria. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 43, 70-87.
- Serrano Gómez, W. (2009). *Las actividades matemáticas, el saber y los libros de texto: necesidad de una visión socio-cultural y crítica*. Caracas: Fondo Editorial IPASME.
- Sessa, C. y Cambriglia, V. (2007). La validación de procedimientos para resolver sistemas de ecuaciones. *Yupana*, N° 4, 11-24.
- Stein, M. K. y Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice [Tareas matemáticas como un marco para la reflexión: de la investigación a la práctica]. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268-75.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. y Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development* [Implementación de una instrucción matemática basada en los

estándares: un libro de casos para el desarrollo profesional]. New York: Teachers College Press.

UNESCO (2016). *Global Education Monitoring Report 2016: Every child must have a textbook* [Reporte de Seguimiento Global de la Educación 2016: Cada niño debe tener un texto escolar]. París: El Autor.

Villella, J. A. y Contreras, L. C. (2005). La selección y uso de libros de texto: un desafío para el profesional de la enseñanza de la matemática. *La gaceta de la RSME*, 8(2), 419-433.

Yang, D. C. y Ling, Y. C. (2015). Examining the differences of linear systems between Finnish and Taiwanese textbooks [Examinar las diferencias en los sistemas lineales entre textos escolares finlandeses y taiwaneses]. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1265-1281.

Anexo: Textos escolares utilizados en el análisis

Ministerio del Poder Popular para la Educación (2011). *Matemática. Tercer Año*. Caracas: El autor.

Ministerio de Educación (2010). *Matemática 10*. Quito: El autor.

Autor: Julio Mosquera. Profesor Agregado de la Universidad Nacional Abierta, Venezuela. Miembro de la Asociación Venezolana de Educación Matemática (ASOVEMAT).

Dirección electrónica: jmosque@una.edu.ve

Dirección postal: Universidad Nacional Abierta. Av, Los Calvani No. 18. San Bernardino. Caracas 1010. Venezuela